

(홀수형)

2006학년도 대학수학능력시험 (수리영역-나형) 정답 및 해설

$$\begin{aligned} 1. \quad 5^{\frac{2}{3}} \times 25^{-\frac{5}{6}} &= 5^{\frac{2}{3}} \times (5^2)^{-\frac{5}{6}} = 5^{\frac{2}{3}} \times 5^{-\frac{5}{3}} \\ &= 5^{\frac{2}{3}-\frac{5}{3}} = 5^{-1} = \frac{1}{5} \end{aligned}$$

답 ②

2. $2A + X = AB$ 에서

$$\begin{aligned} X &= AB - 2A \\ &= AB - 2AE \\ &= A(B - 2E) \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

답 ②

3. a_2, a_3, a_4 는 이 순서로 등차수열을 이루

$$\text{므로 } a_3 = \frac{a_2 + a_4}{2} = 2$$

$$\therefore a_5 = 4a_3 = 8$$

이 때, 공차를 d 라 하면 $a_5 = a_3 + 2d$ 이므로

$$8 = 2 + 2d \quad \therefore d = 3$$

$$\therefore a_6 = a_5 + d = 8 + 3 = 11$$

답 ③

4. 두 사건 A, B 는 서로 배반사건이므로

$$P(A \cap B) = 0$$

또, $A \cup B = S$ 이므로

$$P(A \cup B) = P(S) = 1$$

따라서 확률의 덧셈정리에 의해

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= 2P(B) + P(B) - 0$$

$$= 3P(B) = 1$$

$$\therefore P(B) = \frac{1}{3}$$

$$\therefore P(A) = 2P(B) = \frac{2}{3}$$

답 ①

5. 이항분포 $B\left(100, \frac{1}{5}\right)$ 을 따르는 확률변수

X 의 표준편차는

$$\sigma(X) = \sqrt{100 \times \frac{1}{5} \times \frac{4}{5}} = \frac{20}{5} = 4$$

$$\therefore \sigma(3X - 4) = 3\sigma(X) = 12$$

답 ①

6. (나)에서

$$(E - B)^2 = E^2 - 2B + B^2 = E - B$$

$$\therefore B^2 = B \quad \cdots \text{㉠}$$

$$\therefore B^3 = B^2 B = BB = B$$

또,

$$BA^3 = (BA)A^2 = (AB)A^2 = -BA^2$$

$$= -(BA)A = -(AB)A = BA = AB$$

$$= -B$$

$$\therefore B^3 + 2BA^3 = B - 2B = -B$$

답 ⑤

7. $b_n = n, c_n = n + 1$ 이라 하면

$$\sum_{k=1}^n b_k = \frac{n(n+1)}{2},$$

$$\sum_{k=1}^n c_k = \frac{(n+1)(n+2)}{2} - 1 = \frac{n^2 + 3n + 1}{2}$$

이므로

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{\sum_{k=1}^n b_k} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{\sum_{k=1}^n c_k} = 2$$

그런데 $\sum_{k=1}^n b_k < \sum_{k=1}^n a_k < \sum_{k=1}^n c_k$ 이므로

$$\frac{n^2}{\sum_{k=1}^n b_k} > \frac{n^2}{\sum_{k=1}^n a_k} > \frac{n^2}{\sum_{k=1}^n c_k}$$

$$\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{\sum_{k=1}^n a_k} = 2$$

답 ②

$$8. \quad P(2 \leq X \leq 3) = \frac{1}{3} \text{ 이고 } P(m \leq X \leq 2) = \frac{1}{3}$$

이므로 $P(0 \leq X \leq m) = \frac{1}{3}$ 이다.

$$\therefore \frac{1}{2} \cdot m \cdot \frac{1}{3} m = \frac{1}{3}$$

$$\therefore m = \sqrt{2} \quad (\because m > 0)$$

답 ④

9. 주어진 조건에서 $a \neq 1$, $b \neq 1$ 이다.

자연수 n 에 대하여 $a^n < b^n$ 이므로

$$a < b$$

$0 < a < b < 1$ 또는 $1 < a < b$ 일 때,

i) $m > n$ 이면 $a^m > a^n$, $b^m > b^n$ 이고,

ii) $m < n$ 이면 $a^m < a^n$, $b^m < b^n$ 이다.

그런데, i), ii)는 모두 주어진 조건에 모순이다.

$$\therefore 0 < a < 1 < b$$

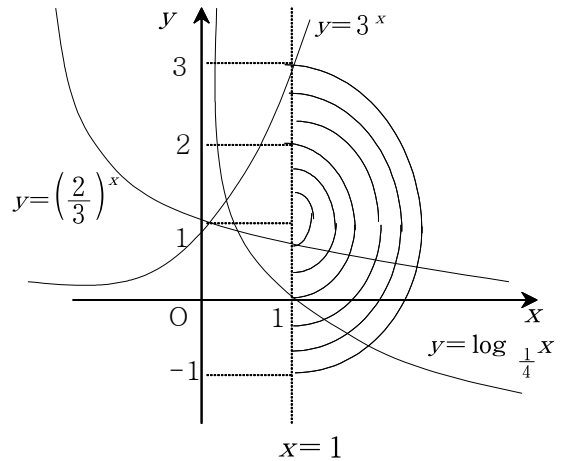
주어진 조건에서 $b^n < b^m$ 이므로 $n < m$ 이어야 하고, 이 때 $a^m < a^n$ 이 성립한다.

$$\therefore n < m$$

이상에서 $0 < a < 1 < b$, $m > n$ 이다.

답 ①

10. 세 함수 $y = \log_{\frac{1}{4}} x$, $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$, $y = 3^x$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.



$$\therefore a = 4, b = 6, c = 1$$

$$\therefore c < a < b$$

답 ④

11. $\neg$. 2006은 4자리의 자연수이므로 $\log 2006$ 의 지표는 3이다.

$$\therefore f(2006) = 3 \text{ (참)}$$

$\sqsubset$. $\log 2$, $\log 6$ 의 가수는 각각 $\log 2$, $\log 6$ 이므로 $g(2) = \log 2$, $g(6) = \log 6$ 이다.

또, $12 = 1.2 \times 10^1$ 이므로 $\log 12$ 의 가수는 $\log 1.2$ 이다.

$$\therefore g(12) = \log 1.2$$

$$\therefore g(2) + g(6) = \log 2 + \log 6$$

$$= \log 12 = \log 1.2 + 1 = g(12) + 1 \text{ (참)}$$

$\sqsupset$. 임의의 양수 x 에 대하여

$$\log x = (\text{지표}) + (\text{가수}) = f(x) + g(x) \text{ 이므로}$$

$$\log a = f(a) + g(a), \quad \log b = f(b) + g(b) \text{ 이고}$$

$$\log ab = f(ab) + g(ab) \text{ 이다.}$$

그런데, $\log ab = \log a + \log b$ 이므로

$$f(ab) + g(ab) = f(a) + g(a) + f(b) + g(b) \text{ 이다.}$$

따라서 $f(ab) = f(a) + f(b)$ 이면

$$g(ab) = g(a) + g(b) \text{ 이다. (참)}$$

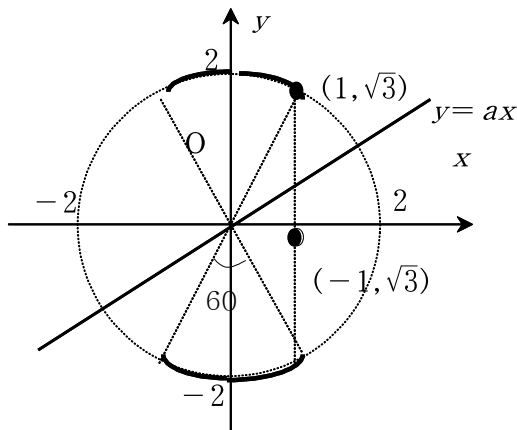
이상에서 옳은 것은 $\neg$, $\sqsubset$, $\sqsupset$ 이다.

답 ⑤

12. 행렬 $\begin{pmatrix} x & y \\ 1 & a \end{pmatrix}$ 가 역행렬을 가질 조건은

$ax - y \neq 0$ 즉, $y \neq ax$ 이다.

따라서 점 $P(x, y)$ 는 원점을 지나고 기울기가 a 인 직선 $y = ax$ 위에 있지 않은 점이다.
따라서 점 $P(x, y)$ 가 나타내는 도형은 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 2이고 중심각의 크기가 60° 인 2개의 호이다.



따라서 구하는 도형의 길이는

$$2 \times \frac{60^\circ}{360^\circ} \times 4\pi = \frac{4}{3}\pi$$

답 ④

13. ㄱ. (반례) $a_{3k} = \frac{1}{2^{3k-1}} \cos \frac{(3k-1)\pi}{2}$ 에

$k=2$ 를 대입하면

$$a_6 = \frac{1}{2^5} \cos \frac{5\pi}{2} = \frac{1}{2^5} \cdot 0 = 0 \text{ (거짓)}$$

$$\therefore a_{4k-1} = \frac{1}{2^{4k-2}} \cos \frac{(4k-2)\pi}{2}$$

$$= \frac{1}{2^{4k-2}} \cos (2k-1)\pi = -\frac{1}{2^{4k-2}},$$

$$b_{4k-1} = \frac{1 + (-1)^{4k-2}}{2^{4k-1}} = \frac{2}{2^{4k-1}} = \frac{1}{2^{4k-2}}$$

이므로

$$a_{4k-1} + b_{4k-1} = 0 \text{ (참)}$$

ㄴ. $\{a_n\} : 1, 0, -\frac{1}{4}, 0, \frac{1}{16}, 0, \dots$ 이므로

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{1 - (-\frac{1}{4})} = \frac{4}{5}$$

$\{b_n\} : 1, 0, \frac{1}{4}, 0, \frac{1}{16}, 0, \dots$ 이므로

$$\sum_{n=1}^{\infty} b_n = \frac{1}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{4}{3}$$

따라서 $\frac{4}{5} = \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{3}$ 이므로

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{3}{5} \sum_{n=1}^{\infty} b_n \text{ (참)}$$

이상에서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

답 ⑤

14. 크기가 4인 표본의 표본평균 $\bar{X}$ 는 정규 분포 $N\left(11, \left(\frac{2}{\sqrt{4}}\right)^2\right)$ 즉, $N(11, 1^2)$ 을 따른다.

$$\therefore P(10 \leq \bar{X} \leq 14)$$

$$= P\left(\frac{10-11}{1} \leq \frac{\bar{X}-11}{1} \leq \frac{14-11}{1}\right)$$

$$= P(-1 \leq Z \leq 3)$$

$$= P(0 \leq Z \leq 1) + P(0 \leq Z \leq 3)$$

$$= 0.3413 + 0.4987 = 0.84$$

이 때, A, B 두 사람이 각각 독립적인 표본을 임의추출하였으므로 두 사람이 뽑은 표본의 표본평균이 10 이상 14 이하일 확률은 모두 0.84로 같고, 두 사건은 서로 독립이다.

따라서 두 표본평균이 모두 10 이상 14 이하일 확률은 $0.84 \times 0.84 = 0.7056$ 이다.

답 ②

15. I_1 은 반지름의 길이가 8, 중심각의 크기가 θ 인 호의 길이이므로 $I_1=8\theta$ 이다.

또, I_2 는 반지름의 길이가 $8\sin\theta$, 중심각의 크기가 θ 인 호의 길이이므로 $I_2=8\theta\sin\theta$ 이다.

마찬가지로 $I_3=8\theta\sin^2\theta$, $I_4=8\theta\sin^3\theta$, ...이다.

따라서 수열 $\{I_n\}$ 은 첫째항이 8θ 이고 공비가 $\sin\theta$ 인 무한등비수열이다.

$$\therefore \sum_{n=1}^{\infty} I_n = \frac{8\theta}{1-\sin\theta} = 12\theta$$

$$\therefore \sin\theta = \frac{1}{3}$$

답 ⑤

$$\begin{aligned} 16. & \sum_{k=1}^{m+1} (5k-3) \left(\frac{1}{k} + \frac{1}{k+1} + \cdots + \frac{1}{m+1} \right) \\ &= \sum_{k=1}^m (5k-3) \left(\frac{1}{k} + \frac{1}{k+1} + \cdots + \frac{1}{m+1} \right) \\ &+ \{5(m+1)-3\} \frac{1}{m+1} \\ &= \sum_{k=1}^m (5k-3) \left(\frac{1}{k} + \frac{1}{k+1} + \cdots + \frac{1}{m+1} \right) \\ &+ \frac{5m+2}{m+1} \\ &= \sum_{k=1}^m (5k-3) \left\{ \left(\frac{1}{k} + \frac{1}{k+1} + \cdots + \frac{1}{m} \right) + \frac{1}{m+1} \right\} \\ &+ \frac{5m+2}{m+1} \\ &= \sum_{k=1}^m (5k-3) \left(\frac{1}{k} + \frac{1}{k+1} + \cdots + \frac{1}{m} \right) \\ &+ \sum_{k=1}^m (5k-3) \frac{1}{m+1} + \frac{5m+2}{m+1} \\ &= \sum_{k=1}^m (5k-3) \left(\frac{1}{k} + \frac{1}{k+1} + \cdots + \frac{1}{m} \right) \\ &+ \frac{1}{m+1} \sum_{k=1}^m (5k-3) + \frac{5m+2}{m+1} \end{aligned}$$

$$= \frac{m(5m+3)}{4} + \frac{1}{m+1} \sum_{k=1}^{m+1} (5k-3)$$

$$= \frac{(m+1)(5m+8)}{4}$$

따라서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은 차례로 $5m+2$, m , $5k-3$ 이다.

답 ③

17. 주어진 조건을 만족하려면 3개의 가로 행에는 각각 적어도 하나의 검은 색 유리상자가 들어가야 하고, 4개의 세로 열에도 각각 적어도 하나의 검은 색 상자가 들어가야 한다.

따라서 3개의 가로 행 중에서 2개의 검은 색 유리상자가 포함될 1개의 행을 택하는 방법의 수는 3가지이고, 이 행의 4개의 유리 상자 중에서 검은 색 유리상자로 바뀔 2개의 상자를 택하는 경우는 수는 ${}_4C_2=6$ (가지)이다.

이제 위의 $3 \times 6=18$ 가지 경우의 수 중의 하나가 아래의 그림과 같다고 하자.

	a		c
	b		d

이제 a, b 중에서 한 행을 택하고 c, d 중에서 나머지 한 행을 택하는 방법의 수는 $2 \times 1=2$ (가지)이다.

따라서 구하는 방법의 수는

$$18 \times 2=36$$

답 ④

$$\begin{aligned}
18. \quad & \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5 \cdot 3^{n+1} - 2^{n+1}}{3^n + 2^n} \\
&= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{5 \cdot 3^{n+1}}{3^n} - \frac{2^{n+1}}{3^n}}{\frac{3^n}{3^n} + \frac{2^n}{3^n}} \\
&= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5 \cdot 3 - 2 \left(\frac{2}{3} \right)^n}{1 + \left(\frac{2}{3} \right)^n} \\
&= \frac{5 \cdot 3 - 0}{1 + 0} = 15
\end{aligned}$$

답 15

$$\begin{aligned}
19. \quad & a_2 - a_1 = 3, \\
& a_3 - a_2 = 3 \cdot 2 \\
& a_4 - a_3 = 3 \cdot 2^2 \\
& a_5 - a_4 = 3 \cdot 2^3 \\
\therefore \quad & a_5 = a_4 + 24 = (a_3 + 12) + 24 \\
& = 10 + 12 + 24 = 46
\end{aligned}$$

답 46

$$\begin{aligned}
20. \quad & \log_3 ab = \log_3 a + \log_3 b = \log_3 27 = 3, \\
& \log_3 \frac{b}{a} = \log_3 b - \log_3 a = 5 \\
& \text{따라서 } \log_3 a = X, \log_3 b = Y \text{라 하면} \\
& X + Y = 3 \text{이고 } Y - X = 5 \text{이므로} \\
& \text{이 두 등식을 연립하여 풀면} \\
& X = -1, Y = 4 \\
\therefore \quad & 4 \log_3 a + 9 \log_3 b = 4X + 9Y = 32
\end{aligned}$$

답 32

$$\begin{aligned}
21. \quad & 4^x - 7 \cdot 2^x + 12 = 0 \text{에서} \\
& (2^x - 3)(2^x - 4) = 0 \\
& \text{따라서 } 2^a = 3, 2^b = 4 \text{로 놓을 수 있다.} \\
\therefore \quad & 2^{2a} + 2^{2b} = (2^a + 2^b)^2 - 2 \cdot 2^a \cdot 2^b \\
& = (3 + 4)^2 - 2 \cdot 3 \cdot 4 \\
& = 49 - 24 = 25
\end{aligned}$$

답 25

$$\begin{aligned}
22. \quad & \text{확률의 합은 1이므로} \\
& \frac{4}{7} + a + b = 1 \quad \text{㉠} \\
& \frac{4}{7}, a, b \text{가 이 순서로 등비수열을 이루므로} \\
& a^2 = \frac{4}{7} b \quad \text{㉡} \\
& E(X) = k \cdot \frac{4}{7} + 2k \cdot a + 4k \cdot b \\
& = \frac{k}{7} (4 + 14a + 28b) = 24 \quad \text{㉢}
\end{aligned}$$

㉠, ㉡을 연립하면

$$a = \frac{2}{7}, b = \frac{1}{7} \quad (\because a > 0)$$

이것을 ㉢에 대입하면

$$k = 14$$

답 14

$$\begin{aligned}
23. \quad & \text{A영역에 색을 칠하게 될 확률은 } \frac{3}{4}, \\
& \text{B영역에 색을 칠하게 될 확률은 } \frac{1}{4} \text{이다.} \\
& \text{이 때, 3번째 시행에서 마치는 경우는} \\
& \text{A, A, B의 순서로 칠하거나,} \\
& \text{B, B, A의 순서로 칠하게 되는 경우이다.} \\
& \text{이 때, 위의 각 경우의 확률은 각각} \\
& \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{9}{64}, \quad \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{64} \text{이므로} \\
& \text{구하는 확률은}
\end{aligned}$$

$$\frac{9}{64} + \frac{3}{64} = \frac{12}{64} = \frac{3}{16}$$

$$\therefore p+q=16+3=19$$

답 19

24. $\log_3 x = t$ ($1 \leq x \leq 81$)로 놓으면 $0 \leq t \leq 4$

이고,

$$y = (\log_3 x)(-\log_3 x) + 2\log_3 x + 10$$

$$= -t^2 + 2t + 10$$

$$= -(t-1)^2 + 11$$

이 때, $t=1$ 일 때 최대값 $M=11$,

$t=4$ 일 때 최소값 $m=2$ 를 갖는다.

$$\therefore M+m=11+2=13$$

답 13

$$25. \log \frac{C}{C_0} = -kt \text{에}$$

$C_0=8 \times 10^5$, $t=3$, $C=2 \times 10^5$ 을 대입하면

$$\log \frac{1}{4} = -3k \therefore k = \frac{\log 4}{3} = \frac{2}{3} \log 2$$

따라서

$$\log \frac{C}{C_0} = -kt \text{에}$$

$C_0=8 \times 10^5$, $t=a$, $C=8 \times 10^3$ 을 대입하면

$$\log \frac{1}{100} = -\frac{2a}{3} \log 2$$

$$\therefore -2 = -\frac{2a}{3} \times 0.3$$

$$\therefore a=10$$

답 10

26. 주어진 조건을 표로 나타내면 다음과 같다.

	남학생	여학생	계
중국어	12		
일본어		7	
계	18	16	

이제 위의 표를 완성하면 다음과 같다.

	남학생	여학생	계
중국어	12	9	21
일본어	6	7	13
계	18	16	34

이 학급에서 선택된 한 학생이 중국어 수업을 받을 사건을 A , 여학생일 사건을 B 라 하면 구하는 확률은

$$P(B|A) = \frac{n(A \cap B)}{n(A)} = \frac{9}{21} = \frac{3}{7}$$

답 ③

$$27. A^n = \begin{pmatrix} 1 & n \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, B^n = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ n & 1 \end{pmatrix} \text{이므로}$$

$$A^n \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} n+1 \\ 1 \end{pmatrix}, B^n \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ n+1 \end{pmatrix}$$

$$\therefore A = \left\{ \begin{pmatrix} n+1 \\ 1 \end{pmatrix} \middle| n \text{은 자연수} \right\},$$

$$B = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ n+1 \end{pmatrix} \middle| n \text{은 자연수} \right\}$$

따라서 자연수 n, m 에 대하여

$$\neg. \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} n+1 \\ 1 \end{pmatrix} \in S \text{이면}$$

$$\begin{pmatrix} b \\ a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ n+1 \end{pmatrix} \in T \text{ (참)}$$

$$\neg. \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} n+1 \\ 1 \end{pmatrix} \in S, \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m+1 \\ 1 \end{pmatrix} \in S \text{이면}$$

$b+d \neq 1$ 이므로 $\begin{pmatrix} a+c \\ b+d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} n+m+1 \\ 2 \end{pmatrix} \notin S$ (거짓)

$$\sqsubset. \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} n+1 \\ 1 \end{pmatrix} \in S, \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ m+1 \end{pmatrix} \in T \text{이면}$$

$$\begin{pmatrix} a & p \\ b & q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} n+1 & 1 \\ 1 & m+1 \end{pmatrix} \text{이다.}$$

이 때, $(n+1)(m+1)-1 \neq 0$ 이므로 역행렬을 갖는다. (참)

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

답 ③

28. 1부터 30까지의 홀수 중에서 3으로 나누어 나머지가 r ($r=0,1,2$)인 집합을 A_r 라 하면

$$A_0 = \{3, 9, 15, 21, 27\},$$

$$A_1 = \{1, 7, 13, 19, 25\},$$

$$A_2 = \{5, 11, 17, 23, 29\}$$

이 때, 두 수의 합이 3이 되는 경우는 다음과 같다.

i) (A_1 의 원소)+(A_2 의 원소)인 경우

$${}_5C_1 \times {}_5C_1 = 5 \times 5 = 25(\text{가지})$$

ii) (A_0 의 원소)+(A_0 의 원소)인 경우

$${}_5C_2 = \frac{5 \times 4}{2} = 10(\text{가지})$$

이상에서 구하는 경우의 수는

$$25 + 10 = 35(\text{가지})$$

답 ⑤

29. ㄱ. (반례) $p=2$ 이면

$$a_2 = a_1 + 1 = 1 \neq 2a_1 = 0 \quad (\text{거짓})$$

ㄴ. (가), (나)에서

$$a_1 = 0,$$

$$a_2 = a_1 + 1 = 1$$

$$a_3 = a_2 + 1 = 2$$

...

$$a_p = a_{p-1} + 1 = p-1$$

$$\therefore a_1 + a_2 + \cdots + a_p$$

$$= 0 + 1 + 2 + \cdots + (p-1) = \frac{p(p-1)}{2} \quad (\text{참})$$

ㄷ. (다)에 $k=p$ 를 대입하면

$$a_{p+p} = a_{2p} = a_p = p-1,$$

$$a_{2p+p} = a_{3p} = a_{2p} = a_p = p-1,$$

...

$$a_{kp} = a_p = p-1$$

$$\therefore a_p + a_{2p} + \cdots + a_{kp} = k(p-1) \quad (\text{참})$$

이상에서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

답 ④

참고)

$p=5$ 일 때 수열 $\{a_n\}$ 은 다음과 같다.

$$0, 1, 2, 3, 4, 0, 1, 2, 3, 4, 0, 1, 2, 3, 4, \dots$$

30. $2(x+a)^n$ 의 전개식에서 x^{n-1} 의 계수는

$${}_nC_1 a^1 = 2an$$

$$(x-1)(x+a)^n = x(x+a)^n - (x+a)^n$$

의 전개식에서 x^{n-1} 의 계수는

$${}_nC_2 a^2 - an = \frac{n(n-1)}{2} a^2 - an$$

$$\text{이 때, } 2an = \frac{n(n-1)}{2} a^2 - an \quad \text{즉,}$$

$$3an = \frac{n(n-1)}{2} a^2 \text{ 이어야 하므로}$$

$$3 = \frac{n-1}{2} a$$

$$\therefore a(n-1) = 6 \quad \cdots \textcircled{1}$$

①을 만족하는 모든 경우는 다음과 같다.

a	$n-1$	n	an
1	6	7	7
2	3	4	8
3	2	3	9
6	1	2	12

따라서 구하는 an 의 최대값은 12이다.

답 12