

(홀수형)

2006학년도 대학수학능력시험 (수리영역-가형) 정답 및 해설

$$\begin{aligned} 1. \quad 5^{\frac{2}{3}} \times 25^{-\frac{5}{6}} &= 5^{\frac{2}{3}} \times (5^2)^{-\frac{5}{6}} = 5^{\frac{2}{3}} \times 5^{-\frac{5}{3}} \\ &= 5^{\frac{2}{3} - \frac{5}{3}} = 5^{-1} = \frac{1}{5} \end{aligned}$$

답 ②

$$2. \quad 2A + X = AB \text{에서}$$

$$\begin{aligned} X &= AB - 2A \\ &= AB - 2AE \\ &= A(B - 2E) \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

답 ②

$$3. \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - (a+2)x + 2a}{x^2 - b} = 3 \text{에서}$$

$x \rightarrow 2$ 일 때 (분자) $\rightarrow 0$ 이므로 (분모) $\rightarrow 0$ 이어야 한다.

$$\text{따라서 } \lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - b) = 4 - b = 0 \text{에서 } b = 4$$

$$\begin{aligned} \therefore \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - (a+2)x + 2a}{x^2 - b} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x-a)}{(x-2)(x+2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-a}{x+2} \\ &= \frac{2-a}{2+2} = 3 \\ \therefore a &= -10 \\ \therefore a+b &= -10+4 = -6 \end{aligned}$$

답 ①

$$4. \quad \text{벡터 } \overrightarrow{OP} = (a, b), \overrightarrow{OQ} = (c, d) \text{라 하면}$$
$$\overrightarrow{OP^*} = (a+3, b+1), \overrightarrow{OQ^*} = (c+3, d+1)$$

$$\begin{aligned} \neg. \quad \overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OP^*} &= (a, b) - (a+3, b+1) \\ &= (-3, -1) \end{aligned}$$

이므로

$$|\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OP^*}| = \sqrt{(-3)^2 + (-1)^2} = \sqrt{10} \quad (\text{참})$$

$\neg$.

$$\begin{aligned} \overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OQ} &= (a, b) - (c, d) = (a-c, b-d) \\ \overrightarrow{OP^*} - \overrightarrow{OQ^*} &= (a+3, b+1) - (c+3, d+1) \\ &= (a-c, b-d) \end{aligned}$$

$$\text{이므로 } \overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OQ} = \overrightarrow{OP^*} - \overrightarrow{OQ^*}$$

$$\therefore |\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OQ}| = |\overrightarrow{OP^*} - \overrightarrow{OQ^*}| \quad (\text{참})$$

$\neg$. (반례)

$$\overrightarrow{OP} = (1, 1), \overrightarrow{OQ} = (1, 2) \text{일 때,}$$

$$\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ} = 1 \cdot 1 + 1 \cdot 2 = 3 \text{이다.}$$

$$\text{그런데, } \overrightarrow{OP^*} = (4, 2), \overrightarrow{OQ^*} = (4, 5) \text{이므로}$$

$$\overrightarrow{OP^*} \cdot \overrightarrow{OQ^*} = 4 \cdot 4 + 2 \cdot 5 = 26$$

$$\therefore \overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ} \neq \overrightarrow{OP^*} \cdot \overrightarrow{OQ^*} \quad (\text{거짓})$$

이상에서 옳은 것은 $\neg$, $\neg$ 이다.

답 ③

$$5. \quad \text{점 } (a, b) \text{는 쌍곡선 } \frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = 1 \text{ 위의 점}$$

$$\text{이므로 } \frac{a^2}{5} - \frac{b^2}{4} = 1 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$\text{쌍곡선 } \frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = 1 \text{의 두 초점의 좌표는}$$

$$F(3, 0), F'(-3, 0) \text{이다.}$$

이 때, 사각형 $F'QFP$ 의 넓이는 합동인 두 삼각형 $F'QF, FPF'$ 의 넓이와 같으므로

$$\begin{aligned} \square F'QFP &= 2 \times \triangle FPF' \\ &= 2 \times \frac{1}{2} \times \overline{FF'} \times |b| \\ &= 6|b| = 24 \end{aligned}$$

$$\therefore |b|=4 \cdots \textcircled{L}$$

①, ②에서 $a^2=25$ 이므로 $|a|=5$

$$\therefore |a|+|b|=5+4=9$$

답 ①

6. i) $F(x)=xg_1(x)$ 라 하면

$$F(x)=\begin{cases} |x| & (x \neq 0) \\ 0 & (x=0) \end{cases}$$

에서 $\lim_{x \rightarrow 0} F(x) = F(0) = 0$ 이므로

$F(x)=xg_1(x)$ 는 $x=0$ 에서 연속이다.

$$\therefore a_1 = M(g_1) = 1$$

ii) $F(x)=xg_2(x)$ 라 하면

$$F(x)=\begin{cases} -x^3+x & (x \neq 0) \\ 0 & (x=0) \end{cases}$$

에서 $\lim_{x \rightarrow 0} F(x) = F(0) = 0$ 이므로

$F(x)=xg_2(x)$ 는 $x=0$ 에서 연속이다.

$$\therefore a_2 = M(g_2) = 1$$

iii) $F(x)=xg_3(x)$ 라 하면

$$F(x)=\begin{cases} \frac{1}{x} & (x \neq 0) \\ 0 & (x=0) \end{cases}$$

에서 $\lim_{x \rightarrow 0} F(x) = (\text{발산})$ 이므로 $F(x)=xg_3(x)$

는 $x=0$ 에서 불연속이다.

또, $F(x)=x^2g_3(x)$ 라 하면

$$F(x)=\begin{cases} 1 & (x \neq 0) \\ 0 & (x=0) \end{cases}$$

에서 $\lim_{x \rightarrow 0} F(x) = 1 \neq 0 = F(0)$ 이므로

$F(x)=x^2g_3(x)$ 는 $x=0$ 에서 불연속이다.

$F(x)=x^3g_3(x)$ 라 하면

$$F(x)=\begin{cases} x & (x \neq 0) \\ 0 & (x=0) \end{cases}$$

에서 $\lim_{x \rightarrow 0} F(x) = F(0) = 0$ 이므로

$F(x)=x^3g_3(x)$ 는 $x=0$ 에서 연속이다.

$$\therefore a_3 = M(g_3) = 3$$

$$\therefore a_1 = a_2 < a_3$$

답 ①

7. 정육각형의 한 내각의 크기는 120° 이므로 색칠한 이등변삼각형에서 길이가 같은 두 변의 길이를 a 라 하면 6개의 삼각형의 넓이의 합은

$$6 \times \frac{1}{2} \times a^2 \sin 120^\circ = \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2 = 6\sqrt{3}$$

$$\therefore a = 2 \quad (\because a > 0)$$

따라서 주어진 타원의 장축의 길이는 10이고 두 초점 사이의 거리는 $10 - 2 \cdot 2 = 6$ 이다.

따라서 이 타원과 합동이고 중심이 원점이고 장축이 x 축 위에 있는 타원의 방정식은

$$\frac{x^2}{5^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

이 때, 초점의 좌표는 $(\pm 3, 0)$ 이어야 하므로

$$5^2 - b^2 = 3^2$$

$$\therefore b^2 = 16$$

따라서 구하는 타원의 단축의 길이는

$$2 \times |b| = 2 \times 4 = 8$$

답 ④

8. 분수부등식 $\frac{x}{x-a} + \frac{x}{x-b} \leq 0$ 의 좌변을 통분하면

$$\frac{x(x-b)}{x-a} + \frac{x(x-a)}{x-b} \leq 0$$

$$\frac{x(2x-a-b)}{(x-a)(x-b)} \leq 0 \cdots \textcircled{1}$$

①의 양변에 $(x-a)^2(x-b)^2$ 을 곱하면

$$x(2x-a-b)(x-a)(x-b) \leq 0,$$

(단, $x \neq a, x \neq b$)

이 때, $a < \frac{a+b}{2} < b$ 이므로 주어진 분수부등식

의 해는

$$0 \leq x < a \text{ 또는 } \frac{a+b}{2} \leq x < b$$

$a=1, b=2$ 일 때 정수인 해가 존재하지 않는다.

$a=1, b=3$ 일 때 $\frac{a+b}{2}=2$ 이므로 정수인 해는 $x=0, x=2$ 의 2개이다.

$a=1, b=4$ 일 때 $\frac{a+b}{2}=\frac{5}{2}$ 이므로 정수인 해는 $x=0, x=3$ 의 2개이다.

$a=1, b \geq 5$ 일 때 정수인 해는 세 개 이상이다.

$a=2, b=3$ 일 때 $\frac{a+b}{2}=\frac{5}{2}$ 이므로 정수인 해는 $x=0, x=1$ 의 2개이다.

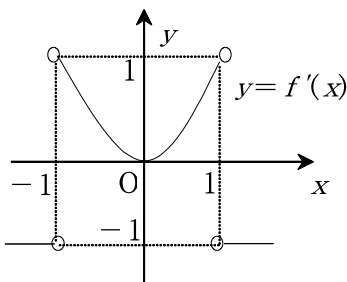
$a=2, b \geq 4$ 일 때 정수인 해는 3개 이상이다.

$a \geq 3$ 이면 정수인 해는 3개 이상이다.

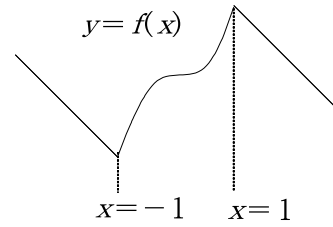
따라서 구하는 순서쌍 (a, b) 의 개수는 $(1, 3), (1, 4), (2, 3)$ 의 3개이다.

답 ③

9. 도함수 $y=f'(x)$ 의 그래프는 다음과 같다.



따라서 연속함수 $f(x)$ 의 그래프의 개형은 다음과 같다.



$$\neg. \lim_{x \rightarrow -1-0} f'(x) = -1 < 0,$$

$\lim_{x \rightarrow -1+0} f'(x) = 1 > 0$ 이므로 $f(x)$ 는 $x=0$ 에서 감소상태에서 증가상태로 바뀐다.

따라서 $f(x)$ 는 $x=-1$ 에서 극소값을 갖는다. (참)

ㄴ. 함수 $f(x)$ 의 그래프는 y 축에 대하여 대칭이 아니므로 $f(x)=f(-x)$ 가 성립하지 않는다. (거짓)

ㄷ. $y=f(x)$ 의 그래프에서 $f(1) > f(0)$ 이므로 $f(0)=0$ 이면 $f(1) > 0$ 이다. (참)

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

답 ④

10. 좌표공간은 xy 평면, yz 평면, zx 평면에 의해 다음과 같이 8개의 영역으로 나누어진 다.

- ① $x > 0, y > 0, z > 0$ 인 영역,
- ② $x > 0, y > 0, z < 0$ 인 영역,
- ③ $x > 0, y < 0, z > 0$ 인 영역,
- ④ $x > 0, y < 0, z < 0$ 인 영역,
- ⑤ $x < 0, y > 0, z > 0$ 인 영역,
- ⑥ $x < 0, y > 0, z < 0$ 인 영역,
- ⑦ $x < 0, y < 0, z > 0$ 인 영역,
- ⑧ $x < 0, y < 0, z < 0$ 인 영역,

한편, 주어진 구

$$C: (x+2)^2 + (y-3)^2 + (z-4)^2 = 24$$

의 중심은 $(-2, 3, 4)$ 이므로 구 C 의 중심은 ⑤의 영역에 있다.

따라서 구 C 는 ⑤의 영역을 지난다.

또, 구의 반지름의 길이 r 는 $r = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$ 이고, $|-2| < r$, $3 < r$, $4 < r$ 이므로 구 C 는 yz 평면, zx 평면, xy 평면에 의하여 두 부분으로 나누어진다. 따라서 구 C 는 ①, ⑦, ⑥의 영역을 지난다.

한편, $\sqrt{(-2)^2 + 3^2} < r$ 이므로 구 C 는 z 축과 서로 다른 두 점에서 만난다.

따라서 ③의 영역을 지난다.

또, $\sqrt{(-2)^2 + 4^2} < r$ 이므로 구 C 는 y 축과 서로 다른 두 점에서 만난다.

따라서 ②의 영역을 지난다.

하지만, $\sqrt{3^2 + 4^2} > r$ 이므로 구 C 는 x 축과 만나지 않는다.

따라서 ⑧의 영역을 지나지 않는다.

또, $\sqrt{(-2)^2 + 3^2 + 4^2} > r$ 이므로 원점의 구 C 의 외부에 있다.

따라서 ④의 영역을 지나지 않는다.

따라서 구 C 가 지나가는 영역은 ①, ②, ③, ⑤, ⑥, ⑦의 6개이다.

답 ③

11. ㄱ. 2006은 4자리의 자연수이므로 $\log 2006$ 의 지표는 3이다.

$$\therefore f(2006) = 3 \text{ (참)}$$

ㄴ. $\log 2$, $\log 6$ 의 가수는 각각 $\log 2$, $\log 6$ 이므로 $g(2) = \log 2$, $g(6) = \log 6$ 이다.

또, $12 = 1.2 \times 10^1$ 이므로 $\log 12$ 의 가수는 $\log 1.2$ 이다.

$$\therefore g(12) = \log 1.2$$

$$\therefore g(2) + g(6) = \log 2 + \log 6$$

$$= \log 12 = \log 1.2 + 1 = g(12) + 1 \text{ (참)}$$

ㄷ. 임의의 양수 x 에 대하여

$$\log x = (\text{지표}) + (\text{가수}) = f(x) + g(x) \text{이므로}$$

$$\log a = f(a) + g(a), \quad \log b = f(b) + g(b) \text{이고}$$

$$\log ab = f(ab) + g(ab) \text{이다.}$$

그런데, $\log ab = \log a + \log b$ 이므로

$$f(ab) + g(ab) = f(a) + g(a) + f(b) + g(b) \text{이다.}$$

따라서 $f(ab) = f(a) + f(b)$ 이면

$$g(ab) = g(a) + g(b) \text{이다. (참)}$$

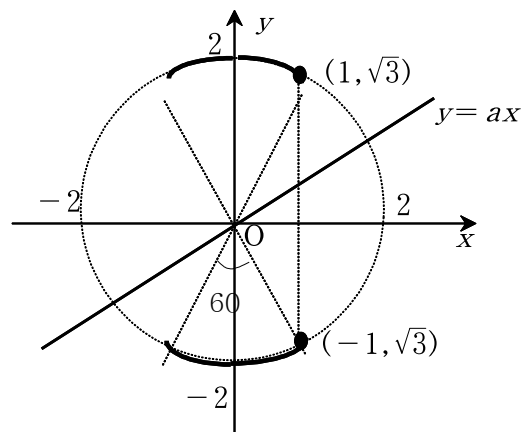
이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

답 ⑤

12. 행렬 $\begin{pmatrix} x & y \\ 1 & a \end{pmatrix}$ 가 역행렬을 가질 조건은

$$ax - y \neq 0 \text{ 즉, } y \neq ax \text{이다.}$$

따라서 점 $P(x, y)$ 는 원점을 지나고 기울기가 a 인 직선 $y = ax$ 위에 있지 않은 점이다. 따라서 점 $P(x, y)$ 가 나타내는 도형은 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 2이고 중심각의 크기가 60° 인 2개의 호이다.



따라서 구하는 도형의 길이는

$$2 \times \frac{60^\circ}{360^\circ} \times 4\pi = \frac{4}{3}\pi$$

답 ④

13. $\neg$. (반례) $a_{3k} = \frac{1}{2^{3k-1}} \cos \frac{(3k-1)\pi}{2}$ 에

$k=2$ 를 대입하면

$$a_6 = \frac{1}{2^5} \cos \frac{5\pi}{2} = \frac{1}{2^5} \cdot 0 = 0 \text{ (거짓)}$$

$$\begin{aligned} \sqsubset. a_{4k-1} &= \frac{1}{2^{4k-2}} \cos \frac{(4k-2)\pi}{2} \\ &= \frac{1}{2^{4k-2}} \cos (2k-1)\pi = -\frac{1}{2^{4k-2}}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_{4k-1} &= \frac{1 + (-1)^{4k-2}}{2^{4k-1}} \\ &= \frac{2}{2^{4k-1}} = \frac{1}{2^{4k-2}} \end{aligned}$$

이므로 $a_{4k-1} + b_{4k-1} = 0$ (참)

$\sqsupset$. $\{a_n\} : 1, 0, -\frac{1}{4}, 0, \frac{1}{16}, 0, \dots$ 이므로

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{1 - \left(-\frac{1}{4}\right)} = \frac{4}{5}$$

$\{b_n\} : 1, 0, \frac{1}{4}, 0, \frac{1}{16}, 0, \dots$ 이므로

$$\sum_{n=1}^{\infty} b_n = \frac{1}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{4}{3}$$

따라서 $\frac{4}{5} = \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{3}$ 이므로

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{3}{5} \sum_{n=1}^{\infty} b_n \text{ (참)}$$

이상에서 옳은 것은 $\sqsubset$, $\sqsupset$ 이다.

답 ⑤

14. 크기가 4인 표본의 표본평균 $\bar{X}$ 는 정규 분포 $N\left(11, \left(\frac{2}{\sqrt{4}}\right)^2\right)$ 즉, $N(11, 1^2)$ 을 따른다.

$$\therefore P(10 \leq \bar{X} \leq 14)$$

$$= P\left(\frac{10-11}{1} \leq \frac{\bar{X}-11}{1} \leq \frac{14-11}{1}\right)$$

$$= P(-1 \leq Z \leq 3)$$

$$= P(0 \leq Z \leq 1) + P(0 \leq Z \leq 3)$$

$$= 0.3413 + 0.4987 = 0.84$$

이 때, A, B 두 사람이 각각 독립적인 표본을 임의추출하였으므로 두 사람이 뽑은 표본의 표본평균이 10 이상 14 이하일 확률은 모두 0.84로 같고, 두 사건은 서로 독립이다. 따라서 두 표본평균이 모두 10 이상 14 이하일 확률은 $0.84 \times 0.84 = 0.7056$ 이다.

답 ②

15. I_1 은 반지름의 길이가 8, 중심각의 크기가 θ 인 호의 길이이므로 $I_1 = 8\theta$ 이다.

또, I_2 는 반지름의 길이가 $8\sin\theta$, 중심각의 크기가 θ 인 호의 길이이므로 $I_2 = 8\theta\sin\theta$ 이다.

마찬가지로 $I_3 = 8\theta\sin^2\theta$, $I_4 = 8\theta\sin^3\theta$, ...이다.

따라서 수열 $\{I_n\}$ 은 첫째항이 8θ 이고 공비가 $\sin\theta$ 인 무한등비수열이다.

$$\therefore \sum_{n=1}^{\infty} I_n = \frac{8\theta}{1 - \sin\theta} = 12\theta$$

$$\therefore \sin\theta = \frac{1}{3}$$

답 ⑤

$$\begin{aligned} 16. \sum_{k=1}^{m+1} (5k-3) \left(\frac{1}{k} + \frac{1}{k+1} + \dots + \frac{1}{m+1} \right) \\ = \sum_{k=1}^m (5k-3) \left(\frac{1}{k} + \frac{1}{k+1} + \dots + \frac{1}{m+1} \right) \\ \quad + \{5(m+1)-3\} \frac{1}{m+1} \\ = \sum_{k=1}^m (5k-3) \left(\frac{1}{k} + \frac{1}{k+1} + \dots + \frac{1}{m+1} \right) \\ \quad + \frac{5m+2}{m+1} \\ = \sum_{k=1}^m (5k-3) \left\{ \left(\frac{1}{k} + \frac{1}{k+1} + \dots + \frac{1}{m} \right) + \frac{1}{m+1} \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{5m+2}{m+1} \\
& = \sum_{k=1}^m (5k-3) \left(\frac{1}{k} + \frac{1}{k+1} + \cdots + \frac{1}{m} \right) \\
& \quad + \sum_{k=1}^m (5k-3) \frac{1}{m+1} + \frac{5m+2}{m+1} \\
& = \sum_{k=1}^m (5k-3) \left(\frac{1}{k} + \frac{1}{k+1} + \cdots + \frac{1}{m} \right) \\
& \quad + \frac{1}{m+1} \sum_{k=1}^m (5k-3) + \frac{5m+2}{m+1} \\
& = \frac{m(5m+3)}{4} + \frac{1}{m+1} \sum_{k=1}^{m+1} (5k-3) \\
& = \frac{(m+1)(5m+8)}{4}
\end{aligned}$$

따라서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은 차례로 $5m+2$, m , $5k-3$ 이다.

답 ③

17. 주어진 조건을 만족하려면 3개의 가로 행에는 각각 적어도 하나의 검은 색 유리상자가 들어가야 하고, 4개의 세로 열에도 각각 적어도 하나의 검은 색 상자가 들어가야 한다. 따라서 3개의 가로 행 중에서 2개의 검은 색 유리상자가 포함될 1개의 행을 택하는 방법의 수는 3가지이고, 이 행의 4개의 유리 상자 중에서 검은 색 유리상자로 바뀔 2개의 상자를 택하는 경우는 수는 ${}_4C_2=6$ (가지)이다. 이제 위의 $3 \times 6=18$ 가지 경우의 수 중의 하나가 아래의 그림과 같다고 하자.

	a		c
	b		d

이제 a , b 중에서 한 행을 택하고 c , d 중에서 나머지 한 행을 택하는 방법의 수는 $2 \times 1=2$ (가지)이다.

따라서 구하는 방법의 수는

$$18 \times 2 = 36$$

답 ④

18. $f'(x) = 4x^3 + 8x$ 이므로

$$\begin{aligned}
& \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+2h) - f(1)}{h} \\
& = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+2h) - f(1)}{2h} \cdot 2 \\
& = 2f'(1) = 24
\end{aligned}$$

답 24

19. 곡선 $y = a(1-x^2)$ 이 y 축과 만나는 점의 좌표는 $(0, a)$ 이므로 구하는 회전체의 부피 V 는

$$\begin{aligned}
V &= \pi \int_0^a x^2 dy = \pi \int_0^a \left(1 - \frac{y}{a}\right) dy \\
&= \pi \left[y - \frac{y^2}{2a} \right]_0^a \\
&= \pi \left(a - \frac{a}{2} \right) = \frac{a}{2} \pi = 16\pi \\
\therefore a &= 32
\end{aligned}$$

답 32

20. $f(x) = x^3$ 의 그래프를 x 축 방향으로 a 만큼, y 축 방향으로 b 만큼 평행이동시키면 $g(x) = (x-a)^3 + b$ 의 그래프가 된다.

$g(0) = -a^3 + b = 0$ 이므로

$$b = a^3 \quad \cdots \textcircled{1}$$

한편, 그래프의 평행이동에 의해

$$\int_a^b g(x) dx = \int_{a-c}^{b-c} g(x+c) dx$$

가 성립함을 이용하면

$$\begin{aligned}
\int_a^{3a} g(x) dx &= \int_a^{3a} \{(x-a)^3 + b\} dx \\
&= \int_0^{2a} (x^3 + b) dx
\end{aligned}$$

$$\therefore \int_0^{2a} (x^3 + b) dx - \int_0^{2a} x^3 dx = \int_0^{2a} b dx$$

$$= 2ab = 32 \quad \cdots \textcircled{2}$$

㉠, ㉡에서 $2ab = 2a^4 = 32$ 이므로

$$a^4 = 16$$

답 16

21. $x^2 + y^2 + z^2 = 81 \dots \textcircled{㉠}$

$$x^2 + (y-5)^2 + z^2 = 56 \dots \textcircled{㉡}$$

에서 ㉠ - ㉡을 계산하여 정리하면

$$y = 5$$

따라서 두 구가 만나는 원은 평면 $y=5$ 위에 있다. 구의 방정식 ㉠에 $y=5$ 를 대입하면

$$x^2 + z^2 = 56 \dots \textcircled{㉢}$$

따라서 두 구가 만나서 생기는 원의 방정식은

$$x^2 + z^2 = 56, y = 5$$

이 원 위의 점 $P(x, 0, z)$ 의 xy 평면 위로의 정사영은 $P'(x, 5, 0)$ 이고, 두 점 Q, R의 좌표는 각각 $(0, 9, 0)$, $(0, -9, 0)$ 이므로 삼각형 QP'R의 넓이 S는

$$S = \frac{1}{2} \cdot \overline{QR} \cdot |x| = 9|x|$$

이 때, 사면체 PQP'R의 높이는 $|z|$ 이므로 이 사면체의 부피 V는

$$V = \frac{1}{3} \cdot S \cdot |z| = 3|xz|$$

그런데, 산술평균과 기하평균의 대소 관계에 의해

$$x^2 + z^2 = 56 \geq 2\sqrt{x^2 z^2} = 2|xz|$$

이므로 $|xz| \leq 28$

$$\therefore V = 3|xz| \leq 3 \cdot 28 = 84$$

따라서 구하는 사면체의 부피의 최대값은 84이다.

답 84

22. 확률의 합은 1이므로

$$\frac{4}{7} + a + b = 1 \dots \textcircled{㉠}$$

$\frac{4}{7}$, a , b 가 이 순서로 등비수열을 이루므로

$$a^2 = \frac{4}{7} b \dots \textcircled{㉡}$$

$$E(X) = k \cdot \frac{4}{7} + 2k \cdot a + 4k \cdot b$$

$$= \frac{k}{7}(4 + 14a + 28b) = 24 \dots \textcircled{㉢}$$

㉠, ㉡을 연립하면

$$a = \frac{2}{7}, b = \frac{1}{7} (\because a > 0)$$

이것을 ㉢에 대입하면

$$k = 14$$

답 14

23. A영역에 색을 칠하게 될 확률은 $\frac{3}{4}$,

B영역에 색을 칠하게 될 확률은 $\frac{1}{4}$ 이다.

이 때, 3번째 시행에서 마치는 경우는

A, A, B의 순서로 칠하거나,

B, B, A의 순서로 칠하게 되는 경우이다.

이 때, 위의 각 경우의 확률은 각각

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{9}{64},$$

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{64}$$

이므로 구하는 확률은

$$\frac{9}{64} + \frac{3}{64} = \frac{12}{64} = \frac{3}{16}$$

$$\therefore p + q = 16 + 3 = 19$$

답 19

24. 구의 방정식 $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ 에 $z = -1$ 을 대입하면 $x^2 + y^2 = 3$ 이므로 원 C 는 중심이 $(0, 0, -1)$, 반지름의 길이가 $\sqrt{3}$ 이고 평면 $z = -1$ 에 놓인 원이다.

이 때, x 축을 포함하고 이 원과 오직 한 점에서 만나는 평면 α 는 두 점 $O(0, 0, 0)$, $A(0, \sqrt{3}, -1)$ (또는 $B(0, -\sqrt{3}, 0)$)을 지나야 한다.

따라서 평면 α 는 x 축과 직선 OA (또는 OB)를 포함한다.

이 때, x 축의 방향벡터는

$$\vec{x} = (1, 0, 0)$$

이고 직선 OA 의 방향벡터 (또는 직선 OB 의 방향벡터)는

$$\vec{a} = (0, \sqrt{3}, -1) \text{ (또는 } \vec{b} = (0, -\sqrt{3}, -1))$$

이므로 평면 α 의 법선벡터 $\vec{n}$ 은 벡터 $\vec{x}$ 와 벡터 $\vec{a}$ (또는 $\vec{b}$)와 각각 수직이어야 한다.

그런데 한 법선벡터가 $\vec{n} = (a, 3, b)$ 이므로

$$\vec{n} \cdot \vec{x} = (a, 3, b) \cdot (1, 0, 0) = 0 \text{에서 } a = 0 \text{이고,}$$

$$\vec{n} \cdot \vec{a} = (a, 3, b) \cdot (0, \sqrt{3}, -1) = 0 \text{에서}$$

$$3\sqrt{3} - b = 0 \therefore b = 3\sqrt{3}$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 0 + 27 = 27$$

답 27

참고)

$\vec{n} \cdot \vec{b} = (a, 3, b) \cdot (0, -\sqrt{3}, -1) = 0$ 일 경우에도 $3\sqrt{3} + b = 0$ 이므로 $b = -3\sqrt{3}$ 이다.

$$\therefore a^2 + b^2 = 0 + 27 = 27$$

25. $\log \frac{C}{C_0} = -kt$ 에

$C_0 = 8 \times 10^5$, $t = 3$, $C = 2 \times 10^5$ 을 대입하면

$$\log \frac{1}{4} = -3k \therefore k = \frac{\log 4}{3} = \frac{2}{3} \log 2$$

따라서 $\log \frac{C}{C_0} = -kt$ 에

$C_0 = 8 \times 10^5$, $t = a$, $C = 8 \times 10^3$ 을 대입하면

$$\log \frac{1}{100} = -\frac{2a}{3} \log 2$$

$$\therefore -2 = -\frac{2a}{3} \times 0.3$$

$$\therefore a = 10$$

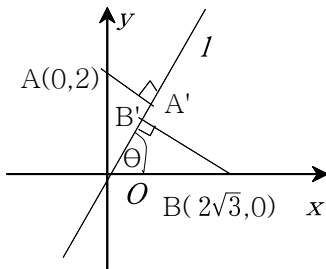
답 10

<미분과 적분>

$$\begin{aligned}
 26. \quad \lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sec 2\theta - 1}{\sec \theta - 1} &= \lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{\cos 2\theta} - 1}{\frac{1}{\cos \theta} - 1} \\
 &= \lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\frac{1 - \cos 2\theta}{\cos 2\theta}}{\frac{1 - \cos \theta}{\cos \theta}} \\
 &= \lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2\theta}{1 - \cos \theta} \cdot \frac{\cos \theta}{\cos 2\theta} \\
 &= \lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2\theta}{1 - \cos \theta} \cdot \lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\cos \theta}{\cos 2\theta} \\
 &= \lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2\theta}{1 - \cos \theta} \quad (\because \lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\cos \theta}{\cos 2\theta} = \frac{1}{1} = 1) \\
 &= \lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{2 - 2\cos^2 \theta}{1 - \cos \theta} \quad (\because \cos 2\theta = 2\cos^2 \theta - 1) \\
 &= 2 \lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos \theta)(1 + \cos \theta)}{1 - \cos \theta} \\
 &= 2 \lim_{\theta \rightarrow 0} (1 + \cos \theta) = 2(1 + 1) = 4
 \end{aligned}$$

답 ④

27. 직선 l 이 x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기는 θ 이므로 다음 그림에서



$$\begin{aligned}
 \overline{OA'} &= \overline{OA} \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = 2 \sin \theta, \\
 \overline{OB'} &= \overline{OB} \cos \theta = 2\sqrt{3} \cos \theta \\
 \therefore \overline{OA'} + \overline{OB'} &= 2 \sin \theta + 2\sqrt{3} \cos \theta
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \sqrt{2^2 + (2\sqrt{3})^2} \sin\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) \\
 &= 4 \sin\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) \leq 4
 \end{aligned}$$

(단, 등호는 $\theta + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2}$ 즉, $\theta = \frac{\pi}{6}$ 일 때 성립한다.)

따라서 $\overline{OA'} + \overline{OB'}$ 이 최대가 되는 θ 의 값은 $\frac{\pi}{6}$ 이다.

답 ②

28. $\neg$. $f(x) > 0$ 이므로 $\int_n^{n+1} f(x)dx$ 는 곡선 $y = f(x)$ 와 두 직선 $x = n$, $x = n+1$ 및 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이와 같다.

두 점 P_n, Q_n 에서 x 축에 내린 수선의 발을 각각 P'_n, Q'_n 이라 하면 직사각형 $P_n P'_n Q'_n Q_n$ 의 넓이는

$$(n+1 - n) \times f(n) = f(n)$$

이다.

$$\therefore \int_n^{n+1} f(x)dx = f(n) - (A_n + B_n) \quad (\text{참})$$

$$\begin{aligned}
 \therefore A_n &= \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \{f(n) - f(n+1)\} \\
 &= \frac{1}{2} (e^{-n} - e^{-n-1}) \\
 &= \frac{e^{-n-1}}{2} (e - 1) \\
 &= \frac{e-1}{2} \cdot \frac{1}{e^{n+1}}
 \end{aligned}$$

따라서 수열 $\{A_n\}$ 은 첫째항이 $\frac{e-1}{2e^2}$, 공비가 $\frac{1}{e}$ 인 등비수열이다.

$$\therefore \sum_{n=1}^{\infty} A_n = \frac{\frac{e-1}{2e^2}}{1 - \frac{1}{e}} = \frac{1}{2e} \quad (\text{참})$$

$$\begin{aligned}
 \text{ㄷ. } \int_n^{n+1} f(x)dx &= \int_n^{n+1} e^{-x}dx \\
 &= [-e^{-x}]_n^{n+1} \\
 &= -e^{-n-1} + e^{-n} = 2A_n
 \end{aligned}$$

이므로 ㄱ에서

$$B_n = f(n) - 3A_n$$

그런데,

$$\begin{aligned}
 \sum_{n=1}^{\infty} f(n) &= \sum_{n=1}^{\infty} e^{-n} \\
 &= \frac{\frac{1}{e}}{1 - \frac{1}{e}} = \frac{1}{e-1}
 \end{aligned}$$

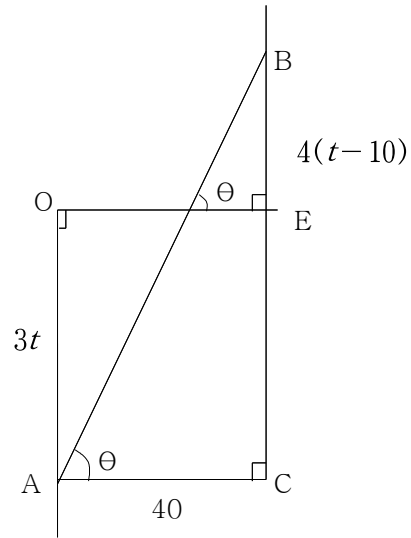
이므로

$$\begin{aligned}
 \sum_{n=1}^{\infty} B_n &= \sum_{n=1}^{\infty} f(n) - 3 \sum_{n=1}^{\infty} A_n \\
 &= \frac{1}{e-1} - \frac{3}{2e} \\
 &= \frac{2e-3(e-1)}{2e(e-1)} = \frac{3-e}{2e(e-1)} \quad (\text{참})
 \end{aligned}$$

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

답 ⑤

29. 지점 O로부터 갑이 출발한 지 t 초가 지난 후 갑과 을의 위치를 각각 A, B라 하면 $\overline{OA} = 3t$, $\overline{OB} = 4(t-10)$ 이다.



따라서 위의 그림에서

$$\overline{BC} = 7t - 40, \quad \overline{AC} = 40$$

이므로

$$\tan \theta = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{7t-40}{40} \quad \dots \textcircled{㉑}$$

양변을 t 에 대하여 미분하면

$$\sec^2 \theta \frac{d\theta}{dt} = \frac{7}{40}$$

$$\therefore \frac{d\theta}{dt} = \frac{7}{40} \cdot \frac{1}{\sec^2 \theta}$$

$$= \frac{7}{40} \cdot \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} \quad \dots \textcircled{㉒}$$

㉑에 $t = 20$ 을 대입하면

$$\tan \theta = \frac{5}{2} \text{ 이므로 이를 ㉒에 대입하면}$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{7}{40} \cdot \frac{1}{1 + \frac{25}{4}} = \frac{7}{40} \cdot \frac{4}{29}$$

$$= \frac{7}{290} \quad (\text{라디안/초})$$

답 ③

30. 폐구간 $[-a, a]$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = \frac{x-5}{(x-5)^2 + 36} \text{ 에서 } x-5 = t \text{로 놓으면}$$

구하는 함수의 최대값과 최소값은

폐구간 $[-a-5, a-5]$ 에서 정의된 함수 $f(t) = \frac{t}{t^2+36}$ 의 최대값과 최소값과 같다.

이제 함수 $f(t) = \frac{t}{t^2+36}$ 의 그래프의 개형을 그려보자.

i) $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{t \rightarrow -\infty} f(t) = 0$ 이므로 함수 $y = f(t)$ 의 그래프의 점근선은 x 축이다.

ii) $t > 0$ 일 때 $f(t) > 0$ 이고, $t < 0$ 일 때 $f(t) < 0$ 이다.

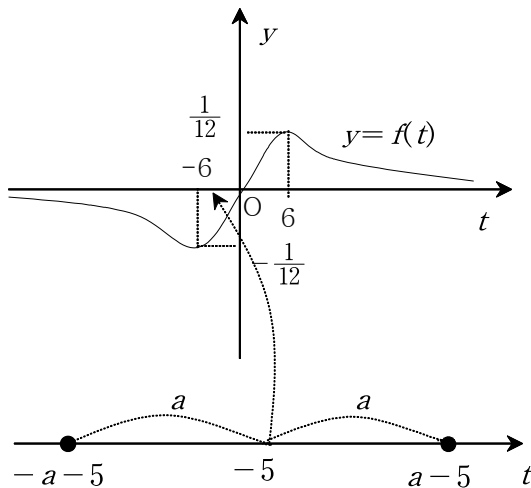
iii) $f(-t) = -f(t)$ 이므로 $y = f(t)$ 의 그래프는 원점에 대하여 대칭이다.

iv)

$$f'(t) = \frac{1(t^2+36) - t \cdot 2t}{(t^2+36)^2} = \frac{36-t^2}{(t^2+36)^2} = 0$$

에서 $t=6$ 또는 $t=-6$ 이고 $f'(t)$ 의 분모는 항상 0보다 크므로 $f(x)$ 는 $t=-6$ 에서 극소이고 $t=6$ 에서 극대이다.

따라서 함수 $y = f(t)$ 의 그래프의 개형은 다음과 같다.



이 때, 폐구간 $[-a-5, a-5]$ 은 $t=-5$ 에 대하여 대칭인 구간이므로 함수 $y = f(t)$ 의 최대값 M 과 최소값 m 에 대하여 $M+m=0$ 즉, $m=-M$ 을 만족하려면 폐구간

$[-a-5, a-5]$ 은 $t=-6$ 과 $t=6$ 을 모두 포함해야 한다.

$$\therefore -a-5 \leq -6 \text{ 이고 } a-5 \geq 6$$

$$\therefore a \geq 1 \text{ 이고 } a \geq 11$$

$$\therefore a \geq 11$$

따라서 구하는 a 의 최소값은 11이다.

답 11

< 확률과 통계 >

26. 주어진 줄기와 옆 그림에서 자료를 나열하면 다음과 같다.

5, 10, 10, 15, 20, 20, 20, 25, 25, 30

따라서 평균 m 과 중앙값 M 은

$$m = \frac{5+10+10+15+20+20+20+25+25+30}{10} = 18$$

$$M = 20$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{10} (x_i - m)^2 &= \sum_{i=1}^{10} \{x_i - M - (m - M)\}^2 \\ &= \sum_{i=1}^{10} \{(x_i - M)^2 - 2(x_i - M)(m - M) + (m - M)^2\} \\ &= \sum_{i=1}^{10} (x_i - M)^2 - \sum_{i=1}^{10} \{2(x_i - M)(m - M) + (m - M)^2\} \\ &= \sum_{i=1}^{10} (x_i - M)^2 - \sum_{i=1}^{10} \{2(x_i - 20) \cdot (-2) - (-2)^2\} \\ &= \sum_{i=1}^{10} (x_i - M)^2 - \sum_{i=1}^{10} (-4x_i + 76) \\ &= \sum_{i=1}^{10} (x_i - M)^2 - (-4 \times 180 + 760) \\ &= \sum_{i=1}^{10} (x_i - M)^2 - 40 \\ \therefore (가) &= 40 \end{aligned}$$

답 ⑤

27. 이산확률변수 X 의 확률질량함수가

$$P(X=x) = \frac{x}{15} \quad (x=1, 2, 3, 4, 5)$$

이므로 확률분포는 다음과 같다.

X	1	2	3	4	5	계
$P(X=x)$	$\frac{1}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{3}{15}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{5}{15}$	1

이 때,

$$\therefore E(X) = \frac{1}{15} + \frac{4}{15} + \frac{9}{15} + \frac{16}{15} + \frac{25}{15} = \frac{11}{3}$$

한편,

$$\begin{aligned} g(t) &= \sum_{x=1}^5 P(X=x) \cdot t^x \\ &= \frac{1}{15} (t + 2t^2 + 3t^3 + 4t^4 + 5t^5) \\ g'(t) &= \frac{1}{15} (1 + 4t + 9t^2 + 16t^3 + 25t^4) \\ g'(1) &= \frac{1}{15} (1 + 4 + 9 + 16 + 25) = \frac{11}{3} \\ \therefore E(2X) - g'(1) &= 2E(X) - g'(1) \\ &= \frac{11}{3} \end{aligned}$$

답 ②

28. $\neg$. $n=100$, $p=\frac{1}{5}$ 일 때, 비율 p 를 신뢰도 95%로 추정하면 신뢰구간은

$$\begin{aligned} \frac{1}{5} - 1.96\sqrt{\frac{1}{100} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{4}{5}} &\leq p \\ &\leq \frac{1}{5} + 1.96\sqrt{\frac{1}{100} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{4}{5}} \end{aligned}$$

$$\therefore 0.1216 \leq p \leq 0.2784 \quad (\text{참})$$

$\sqcup$. 표본의 크기가 n 이고

$$P\left(\hat{p} - k\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}} \leq p \leq \hat{p} + k\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}\right)$$

인 경우에 신뢰도 $(a \times 100)\%$ 에 대한 최대 허용 표본오차는 $k\sqrt{\frac{1}{4n}}$ 이므로

신뢰도 95%일 때,

$n=400$ 인 경우 최대 허용 표본오차 l 은

$$l = 1.96\sqrt{\frac{1}{1600}} = 1.96 \times \frac{1}{40}$$

$n=100$ 인 경우 최대 허용 표본오차 l' 은

$$l' = 1.96\sqrt{\frac{1}{400}} = 1.96 \times \frac{1}{20}$$

따라서 l 은 l' 의 $\frac{1}{2}$ 이다. (거짓)

$\sqsubset$. $n=50$ 인 표본을 100번 임의추출하여 비율 p 의 신뢰도 95%의 신뢰구간 100개를 구해보면 이 중 약 95개는 비율 p 를 포함한다.

(홀수형)

2006학년도 대학수학능력시험 (수리영역-가형) 정답 및 해설

이는 신뢰구간의 의미를 설명하는 옳은 내용이다. (참)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

답 ④

29. 갑이 상자 B를 선택하였을 때, 을의 판단이 틀리는 경우는 을이 (가)를 판단하는 경우이다. 즉, 을의 판단이 틀릴 확률은 갑이 상자 B를 선택하여 주어진 조건의 시행을 할 때, 빨간 공이 3회 이하 나오는 경우이다. 따라서 구하는 확률은 여사건의 확률을 이용하면

$$1 - \left\{ {}_5C_4 \left(\frac{1}{3} \right)^4 \left(\frac{2}{3} \right) + {}_5C_5 \left(\frac{1}{3} \right)^5 \right\} = \frac{131}{3^5}$$

답 ③

30. 네 사람을 세 명과 한 명의 두 조로 나누고 다섯 곳이 휴양지에서 두 곳을 선택하여 배치하는 방법의 수이므로

$${}_4C_3 \times {}_1C_1 \times {}_5P_2 = 80 \text{ (가지)}$$

답 80

<이산수학>

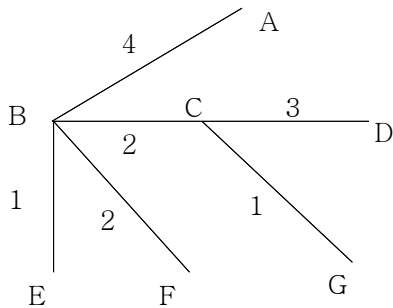
26. 주어진 그래프의 꼭지점을 적절하게 색칠하는 최소의 색의 수는 4가지이다.

이 때, 보기의 그래프의 꼭지점을 적절하게 색칠하는 최소의 색의 수는 각각 다음과 같다.

- ① : 4가지
- ② : 3가지
- ③ : 2가지
- ④ : 2가지
- ⑤ : 5가지

답 ①

27. 상수도관을 설치하는 데 필요한 비용이 최소가 되도록 하는 수형도는 다음과 같다.



따라서 구하는 최소비용은
 $4+1+2+2+1+3=13$ (억원)이다.

답 ⑤

28. $L_n - L_{n-1} = L_{n-2}$ 에 $n=3, 4, 5, \dots$ 을 차례로 대입하면

$$L_3 - L_2 = L_1,$$

$$L_4 - L_3 = L_2,$$

$$L_5 - L_4 = L_3,$$

...

$$L_{12} - L_{11} = L_{10}$$

각 변끼리 더하여 정리하면

$$L_{12} - L_2 = L_1 + L_2 + \dots + L_{10} \dots \textcircled{㉠}$$

한편,

$$L_n = L_{n-1} + L_{n-2},$$

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$$

의 각 변끼리 빼면

$$L_n - F_n = (L_{n-1} - F_{n-1}) + (L_{n-2} - F_{n-2})$$

... ㉡

㉡에 $n=3, 4, 5, \dots$ 을 차례로 대입하면

$$L_3 - F_3 = (L_2 - F_2) + (L_1 - F_1) = F_1$$

$$L_4 - F_4 = (L_3 - F_3) + (L_2 - F_2) = F_1 = F_2$$

$$L_5 - F_5 = (L_4 - F_4) + (L_3 - F_3)$$

$$= F_2 + F_1 = F_3$$

$$L_6 - F_6 = (L_5 - F_5) + (L_4 - F_4)$$

$$= F_3 + F_2 = F_4$$

...

$$L_{12} - F_{12} = F_{10}$$

$$\therefore L_{12} = F_{12} + F_{10} \dots \textcircled{㉢}$$

㉠, ㉢에서

$$L_1 + L_2 + \dots + L_{10} = L_{12} - L_2$$

$$= F_{12} + F_{10} - 1 \quad (\because L_2 = 1)$$

답 ②

29. 주어진 조건을 만족하도록 각 경우의 회로를 연결된 꼭지점의 순서대로 나열하면 다음과 같다.

$$\textcircled{1} \quad a-b-f-e, \quad c-d-h-g,$$

$$i-j-n-m, \quad k-l-p-o$$

와 같이 꼭지점의 개수가 4개인 회로 4개로 분할하는 방법의 수는 1개이다.

$$\textcircled{2} \quad a-b-f-e, \quad c-d-h-g,$$

$$i-j-k-l-p-o-n-m$$

와 같이 꼭지점의 개수가 4개인 회로 2개와 꼭지점의 개수가 8개인 1개의 회로로 분할하는 방법의 수는 4가지이다.

$$\textcircled{3} \quad a-b-f-e,$$

$$c-d-h-l-p-o-n-m-i-j-k-g$$

와 같이 꼭지점의 개수는 4개인 회로 1개와 꼭지점의 개수가 12개인 1개의 회로로 분할하는 방법의 수는 4가지이다.

$$\textcircled{4} \quad a-b-f-j-n-m-i-e,$$

$$c-d-h-l-p-o-k-g$$

와 같이 꼭지점의 개수가 각각 8개인 2개의 회로로 분할하는 방법의 수는 2가지이다.

$$\textcircled{5} \quad a-b-c-d-h-l-p-o-n-m-i-e,$$

$$f-g-k-j$$

와 같이 분할하는 경우의 수는 1가지이다.

이상에서 구하는 방법의 수는

$$1+4+4+2+1=12$$

답 ③

30. i) 초콜릿사탕 4개를 택할 때,

박하사탕, 딸기사탕, 버터사탕을 각각 3개, 2개, 1개씩 택한 후, 박하사탕, 딸기사탕, 버터사탕 중에서 중복을 허락하여 나머지 5개의 사탕을 추가로 택하면 된다.

이 때, 이 경우의 수는 서로 다른 3개에서 중복을 허락하여 5개를 뽑는 중복조합의 수와 같으므로

$${}_{3+5-1}C_5 = {}_7C_2 = 21$$

ii) 초콜릿사탕 3개를 택할 때,

박하사탕, 딸기사탕, 버터사탕을 각각 3개, 2개, 1개씩 택한 후, 박하사탕, 딸기사탕, 버터사탕 중에서 중복을 허락하여 나머지 6개의 사탕을 추가로 택하면 되므로 이 경우의 수는

$${}_{3+6-1}C_6 = {}_8C_2 = 28$$

iii) 초콜릿사탕 2개를 택할 때,

박하사탕, 딸기사탕, 버터사탕을 각각 3개, 2개, 1개씩 택한 후, 박하사탕, 딸기사탕, 버터사탕 중에서 중복을 허락하여 나머지 7개의 사탕을 추가로 택하면 되므로 이 경우의 수는

$${}_{3+7-1}C_7 = {}_9C_2 = 36$$

iv) 초콜릿사탕 1개를 택할 때,

박하사탕, 딸기사탕, 버터사탕을 각각 3개, 2개, 1개씩 택한 후, 박하사탕, 딸기사탕, 버터사탕 중에서 중복을 허락하여 나머지 8개의 사탕을 추가로 택하면 되므로 이 경우의 수는

$${}_{3+8-1}C_8 = {}_{10}C_2 = 45$$

v) 초콜릿사탕 0개를 택할 때,

박하사탕, 딸기사탕, 버터사탕을 각각 3개, 2개, 1개씩 택한 후, 박하사탕, 딸기사탕, 버터사탕 중에서 중복을 허락하여 나머지 9개의 사탕을 추가로 택하면 되므로 이 경우의 수는

$${}_{3+9-1}C_9 = {}_{11}C_2 = 55$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$21 + 28 + 36 + 45 + 55 = 185$$

답 185