

2005학년도 대학수학능력시험

제 2 교시

수리영역 정답과 풀이

‘나’형

1

- 출제 단위: 수학 I - I. 지수와 로그
- 출제 의도: 지수의 계산을 할 수 있다.
- 평가 요소: 계산능력
- 풀이:

$$\begin{aligned} & 3^{\frac{2}{3}} \times 9^{\frac{3}{2}} \div 27^{\frac{8}{9}} \\ &= 3^{\frac{2}{3}} \times 3^{3 \div 3} \div 3^{\frac{8}{3}} \\ &= 3^{\frac{2}{3} + 3 - \frac{8}{3}} \\ &= 3 \end{aligned}$$

답 ③

2

- 출제 단위: 수학 I - II. 행렬
- 출제 의도: 역행렬을 구할 수 있다.
- 평가 요소: 계산능력
- 풀이:

$$\begin{aligned} A &= \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \text{에서} \\ A^{-1} &= \frac{1}{1 \times 5 - 2 \times 2} \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \\ AX = B &\Leftrightarrow X = A^{-1}B = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 8 & -11 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

, 행렬 X 의 모든 성분의 합은

$$8 + (-11) + (-3) + 4 = -2$$

답 ①

3

- 출제 단위: 수학 I - III. 수열
- 출제 의도: 등차수열의 일반항을 구할 수 있다.
- 평가 요소: 계산능력
- 풀이:

첫째항을 a , 공차를 d 라 하면

$$a_1 + a_2 = 10 \quad \therefore 2a + d = 10 \quad \cdots \textcircled{1}$$

$$a_3 + a_4 + a_5 = 45 \quad \therefore 3a + 9d = 45$$

$$a + 3d = 15 \quad \cdots \textcircled{2}$$

①, ②을 연립하여 풀면 $a = 3$, $d = 4$

$$\therefore a_{10} = 3 + 9 \times 4 = 39$$

답 ⑤

4

- 출제 단위: 수학 I - IV. 수열의 극한
- 출제 의도: 무리식의 극한을 구할 수 있다.
- 평가 요소: 계산능력
- 풀이:

$$\begin{aligned} & \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 6n + 4} - n) \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 6n + 4 - n^2}{\sqrt{n^2 + 6n + 4} + n} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6 + \frac{4}{n}}{\sqrt{1 + \frac{6}{n} + \frac{4}{n^2}} + 1} = \frac{6}{2} = 3 \end{aligned}$$

답 ⑤

5

- 출제 단위: 수학 I - I. 지수와 로그
- 출제 의도: 지수와 로그의 계산을 할 수 있다.
- 평가 요소: 계산능력
- 풀이:

$$\begin{aligned} \neg. & 2^{\log_2 1 + \log_2 2 + \log_2 3 + \dots + \log_2 10} \\ &= 2^{\log_2 (1 \cdot 2 \cdot 3 \dots 10)} = 2^{\log_2 10!} = (10!)^{\log_2 2} \\ &= (10!)^1 = 10! \end{aligned}$$

따라서, 옳다.

$$\begin{aligned} \sqcup. & \log_2 (2^1 \times 2^2 \times 2^3 \times \dots \times 2^{10})^2 \\ &= \log_2 2^{2(1+2+3+\dots+10)} \\ &= \log_2 2^{110} = 110 \end{aligned}$$

따라서, 옳지 않다.

$$\begin{aligned} \sqsubset. & (\log_2 2^1) (\log_2 2^2) (\log_2 2^3) \dots (\log_2 2^{10}) \\ &= 1 \cdot 2 \cdot 3 \dots 10 = 10! \end{aligned}$$

, 옳지 않다.

답 ①

6

- 출제 단위: 수학 I - II. 행렬
- 출제 의도: 행렬의 성질에 대하여 참, 거짓을 판별할 수 있다.
- 평가 요소: 이해능력
- 풀이:

$$\begin{aligned} \neg. & (A+B)^2 = A^2 + AB + BA + B^2 \\ & \neq A^2 + 2AB + B^2 \\ & (\because AB \neq BA) \quad (\text{거짓}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqcup. & A^2 + A - 2E = O \\ & A(A+E) = 2E \\ & A\left\{\frac{1}{2}(A+E)\right\} = E \end{aligned}$$

$$\therefore A^{-1} = \frac{1}{2}(A+E) \quad (\text{참})$$

$$\begin{aligned} \sqsubset. & A \neq O, A^2 = A \text{이면 } A = E \\ & (\text{반례}) A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ 이면 } A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ & A^2 = A \text{ 이지만 } A \neq E \text{ 이다. } (\text{거짓}) \end{aligned}$$

답 ②

7

- 출제 단위: 수학 I - IV. 수열의 극한
- 출제 의도: 수열의 합으로부터 일반항을 구하여 극한값을 구할 수 있다.
- 평가 요소: 이해능력
- 풀이:

$$S_n = 2n + \frac{1}{2^n} \text{ 에서}$$

$$\begin{aligned} a_n &= S_n - S_{n-1} = \left(2n + \frac{1}{2^n}\right) - \left\{2(n-1) + \frac{1}{2^{n-1}}\right\} \\ &= 2 + \left(\frac{1}{2} - 1\right) \frac{1}{2^{n-1}} \\ &= 2 - \frac{1}{2^n} \end{aligned}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(2 - \frac{1}{2^n}\right) = 2$$

답 ①

8

- 출제 단위: 수학 I - II. 행렬
- 출제 의도: 행렬의 곱셈을 이해하고 있다.
- 평가 요소: 외적 문제해결능력
- 풀이:

$$\begin{aligned} AB &= \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \\ \therefore a &= a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} \Leftarrow \text{가, 나의 상반기 제조원가} \end{aligned}$$

가

$$b = a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} \Leftarrow \text{가, 나의 하반기 제조원가}$$

가

$$c = a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} \Leftarrow \text{가, 나의 상반기 판매가격}$$

격

$$d = a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} \Leftarrow \text{가, 나의 하반기 판매가격}$$

격

$$\neg. a+b \text{ 는 가, 나의 지난해 1년 동안에 판매된 제품의 제조원가 (거짓)}$$

$$\sqcup. c+d \text{ 는 가, 나의 지난해 1년 동안에 판매된 제품의 판매가격 (참)}$$

+++++

ㄷ. $d-b$ 는 가, 나,의 지난해 하반기에 판매된 제
품의 판매 이익금의 총액 (참)

답 ④

9

·출제 단위: 수학 I - VII. 확률과 통계

·출제 의도: 경우의 수를 구할 수 있다.

·평가 요소: 이해능력

·풀이:

키가 작은 사람부터 큰 사람 순으로 a, b, c, d
라 하자.

① ② ③ ④

(i) a 3번 자리에 오는 경우 $\Rightarrow 3!$ (가지)

(ii) b 가 3번 자리에 오는 경우 $\Rightarrow a$ 는 1번 자리에
와야 하므로 $2!$ (가지)

따라서, 구하는 확률은 $\frac{3!+2!}{4!} = \frac{8}{24} = \frac{1}{3}$

답 ①

10

·출제 단위: 수학 I - V. 지수함수와 로그함수

·출제 의도: 지수함수에 대하여 지수의 계산을 할
수 있다.

·평가 요소: 추론능력

·풀이:

$f(x) = \frac{4^x}{4^x+2}$ 에 대하여

ㄱ. $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{4^{\frac{1}{2}}}{4^{\frac{1}{2}}+2} = \frac{2}{2+2} = \frac{1}{2}$ (참)

ㄴ. $f(x) + f(1-x) = \frac{4^x}{4^x+2} + \frac{4^{1-x}}{4^{1-x}+2}$
 $= \frac{4^x}{4^x+2} + \frac{4}{4+2 \cdot 4^x}$
 $= \frac{4^x+2}{4^x+2} = 1$ (참)

ㄷ. $\sum_{k=1}^{100} f\left(\frac{k}{101}\right) = f\left(\frac{1}{101}\right) + f\left(\frac{2}{101}\right) + \dots + f\left(\frac{100}{101}\right)$
 $= \left\{f\left(\frac{1}{101}\right) + f\left(\frac{100}{101}\right)\right\} + \left\{f\left(\frac{2}{101}\right) + f\left(\frac{99}{101}\right)\right\}$

$+ \dots + \left\{f\left(\frac{50}{101}\right) + f\left(\frac{51}{101}\right)\right\}$

$= 1+1+\dots+1 (\because \text{ㄴ에 의해})$

$= 50$ (참)

답 ⑤

11

·출제 단위: 수학 I - III. 수열

·출제 의도: 수열과 관련된 가우스 함수의 계산을
할 수 있다.

·평가 요소: 내적 문제해결능력

·풀이:

ㄱ. $\left[\frac{n}{k}\right] = 1$ 에서

$1 \leq \frac{n}{k} < 2$

$k \leq n < 2k$

$\therefore \frac{n}{2} < k \leq n$

따라서, k 의 개수가 항의 개수이므로

항의 개수는 $n - \frac{n}{2} = \frac{n}{2} = \left[\frac{n+1}{2}\right]$

따라서, 참이다.

ㄴ. $\left[\frac{100}{k}\right] = 3$ 에서

$3 \leq \frac{100}{k} < 4$

$3k \leq 100 < 4k$

$\therefore 25 < k \leq 33.33\dots$

즉, $33 - 25 = 8$ (개)이다. 따라서, 참이다.

ㄷ. $\left[\frac{n}{3}\right] = 5$ 에서

$5 \leq \frac{n}{3} < 6$

$15 \leq n < 18$

즉, $18 - 15 = 3$ (개)이다.

따라서, 거짓이다.

답 ④

12

·출제 단위: 수학 I - III. 수열

+++++

+++++

·출제 의도: 수학적귀납법을 이해하고 있다.

·평가 요소: 추론능력

·풀이:

$$\sum_{i=1}^{2n+1} \frac{1}{n+i} = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{3n+1} > 1$$

$$(1) \ n=1 \text{ 일 때, } a_1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{13}{12} > 1$$

(2) $n=k$ 일 때, $a_k > 1$ 이라 가정하면

$$a_k = \frac{1}{k+1} + \frac{1}{k+2} + \dots + \frac{1}{3k+1} > 1$$

$n=k+1$ 일 때,

$$a_{k+1}$$

$$= \frac{1}{k+2} + \frac{1}{k+3} + \dots + \frac{1}{3k+4}$$

$$= a_k + \left(\frac{1}{3k+2} + \frac{1}{3k+3} + \frac{1}{3k+4} \right) - \frac{1}{k+1}$$

한편, $(3k+2)(3k+4) < (3k+3)^2$

$$\frac{1}{3k+2} + \frac{1}{3k+4} = \frac{6k+6}{(3k+2)(3k+4)} > \frac{6k+6}{(3k+3)^2} = \frac{2}{3k+3}$$

$$\therefore \frac{1}{3k+2} + \frac{1}{3k+4} > \frac{2}{3k+3}$$

$a_k > 1$ 이므로

$$a_{k+1} > a_k + \left(\frac{1}{3k+3} + \frac{2}{3k+3} \right) - \frac{1}{k+1} > 1$$

그러므로 (1), (2)에 의하여 모든 자연수 n 에 대하여 $a_n > 1$ 이다.

답 ②

13

·출제 단위: 수학 I - VII. 확률과 통계

·출제 의도: 신뢰도, 신뢰구간의 길이, 표본의 크기의 관계를 이해하고 있다.

·평가 요소: 추론능력

·풀이:

$$(가): N\left(m, \frac{\sigma^2}{n}\right)$$

(나): 표본의 크기를 고정하고 신뢰도를 높이면 신뢰구간의 길이는 길어진다.

따라서, $d-c$ 는 $b-a$ 보다 크다.

(다): 신뢰도가 α 일 때의 신뢰구간을

$$\bar{X} - k \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq m \leq \bar{X} + k \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

라 할 때, 표본의 크기가 $2n$ 이면

$$\bar{X} - k \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{2n}} \leq m \leq \bar{X} + k \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{2n}}$$

$$\therefore b-a = 2k \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, f-e = 2k \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{2n}}$$

따라서, $f-e$ 는 $b-a$ 의 $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 배이다.

답 ③

14

·출제 단위: 수학 I - VI. 순열과 조합

·출제 의도: 경우의 수를 구할 수 있다.

·평가 요소: 이해능력

·풀이:

a 를 기준으로 $\square$ 안에 b 가 들어갈 수를 생각해 보자.

(i) 첫째 자리에 b 가 오는 경우

$$(b)a\square a\square a\square a\square a\square a\square a$$

마지막 자리에는 a 가 와야 하므로

$${}_7C_3 = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 35(\text{가지})$$

(ii) 첫째 자리에 b 가 오지 않는 경우

$$a\square a\square a\square a\square a\square a\square a\square$$

$${}_8C_4 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 70(\text{가지})$$

(i), (ii)에서 $35 + 70 = 105(\text{가지})$

답 ②

15

·출제 단위: 수학 I - I. 지수와 로그

·출제 의도: 주어진 식에 조건을 대입하여 결과를 찾을 수 있다.

·평가 요소: 외적 문제해결능력

·풀이:

$$P = 10 \log \frac{\alpha W}{I_0} - 20 \log r - 11 \text{에서}$$

+++++

+++++

$$10 \times \log \frac{\frac{1}{100} \times 100}{10^{-12}} - 20 \log r - 11 \leq 59$$

$$10 \times \log (10^{-2} \times 10^2 \times 10^{12}) - 20 \log r \leq 70$$

$$120 - 20 \log r \leq 70$$

$$\log r \geq \frac{5}{2}$$

$$\therefore r \geq 10^{\frac{5}{2}} \text{ (m)}$$

답 ⑤

16

- 출제 단위: 수학 I - VII. 확률과 통계
- 출제 의도: 이항분포를 정규분포를 이용하여 풀 수 있다.
- 평가 요소: 내적 문제해결능력
- 풀이:

C회사 제품을 선택할 확률은 $\frac{25}{100} = \frac{1}{4}$ 이므로

$B\left(192, \frac{1}{4}\right)$ 을 따른다. 이 때, 192는 충분히 큰 수이므로 정규분포로 근사시키면

$$m = 192 \times \frac{1}{4} = 48, \quad \sigma^2 = 192 \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} = 36$$

즉, $N(48, 6^2)$ 이 된다.

$$\begin{aligned} \therefore P(X \geq 42) &= P\left(Z \geq \frac{42 - 48}{6}\right) \\ &= P(Z \geq -1) \\ &= 0.5 + P(0 \leq Z \leq 1) \\ &= 0.5 + 0.3413 = 0.8413 \end{aligned}$$

답 ⑤

17

- 출제 단위: 수학 I - I. 지수와 로그
- 출제 의도: 복리법의 개념을 이해하고 있다.
- 평가 요소: 외적 문제해결능력
- 풀이:

n 년 후의 총 인구를 S_n , 65세 이상의 인구를 T_n 이라 하면

$$S_n = 1000 \times (1 + 0.003)^n \text{ (만 명)}$$

$$T_n = 50 \times (1 + 0.04)^n \text{ (만 명)}$$

초고령화 사회로 진입하는 시기는

$$\frac{T_n}{S_n} = \frac{50 \times 1.04^n}{1000 \times 1.003^n} \geq 0.2 \text{ 에서}$$

$$\frac{1.04^n}{1.003^n} \geq 4$$

부등식의 양변에 상용로그를 취하면

$$n(\log 1.04 - \log 1.003) \geq 2 \log 2$$

$$(0.0170 - 0.0013)n \geq 2 \times 0.3010$$

$$\therefore n \geq \frac{0.6020}{0.0157} \approx 38.34$$

따라서, ② 2038~2040년에 초고령화 사회가 예측된다.

답 ②

18

- 출제 단위: 수학 I - II. 행렬
- 출제 의도: 행렬의 곱셈을 할 수 있다.
- 평가 요소: 계산능력
- 풀이:

$x^2 - 4x - 1 = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로

$$\alpha + \beta = 4, \quad \alpha\beta = -1$$

$$\begin{aligned} \therefore \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ 0 & \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta & \alpha \\ 0 & \beta \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \alpha\beta & \alpha^2 + \beta^2 \\ 0 & \alpha\beta \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \alpha\beta & (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta \\ 0 & \alpha\beta \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -1 & 18 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

따라서, 모든 성분의 합은

$$(-1) + 18 + 0 + (-1) = 16$$

답 16

19

- 출제 단위: 수학 I - I. 지수와 로그
- 출제 의도: 로그부등식을 풀 수 있다.
- 평가 요소: 계산능력

+++++

+++++

·풀이:

$$\begin{cases} \log_3|x-3| < 4 & \dots \textcircled{1} \\ \log_2x + \log_2(x-2) \geq 3 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

①에서 $x \neq 3$ 이고

$$|x-3| < 3^4, -81 < x-3 < 81,$$

$$-78 < x < 84 (x \neq 3) \dots \textcircled{1}$$

②에서

$$\log_2x(x-2) \geq 3$$

$$x(x-2) \geq 2^3$$

$$x^2 - 2x - 8 \geq 0$$

$$(x-4)(x+2) \geq 0$$

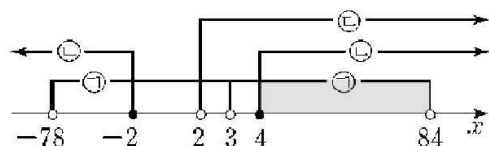
$$\therefore x \leq -2 \text{ 또는 } x \geq 4 \dots \textcircled{2}$$

진수는 양수이므로

$$x > 0 \text{이고 } x-2 > 0$$

$$\therefore x > 2 \dots \textcircled{3}$$

①, ②, ③의 공통 범위를 구하면



$$\therefore 4 \leq x < 84$$

따라서, 정수 x 의 개수는 $84 - 4 = 80$

답 80

20

·출제 단위: 수학 I - VII. 확률과 통계

·출제 의도: 평균과 분산을 구할 수 있다.

·평가 요소: 이해능력

·풀이:

$$E(X) = 0 \times \frac{2}{10} + 1 \times \frac{3}{10} + 2 \times \frac{3}{10} + 3 \times \frac{2}{10} = \frac{3}{2}$$

$$\begin{aligned} E(X^2) &= 0 \times \frac{2}{10} + 1 \times \frac{3}{10} + 4 \times \frac{3}{10} + 9 \times \frac{2}{10} \\ &= \frac{33}{10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore V(X) &= E(X^2) - \{E(X)\}^2 = \frac{33}{10} - \left(\frac{3}{2}\right)^2 \\ &= \frac{21}{20} \end{aligned}$$

$$\therefore V(Y) = V(10X+5) = 10^2 V(X)$$

$$= 100 \times \frac{21}{20} = 105$$

답 105

21

·출제 단위: 수학 I - III. 수열

·출제 의도: 등비수열의 항을 알고 로그의 성질을 이용할 수 있다.

·평가 요소: 이해능력

·풀이:

등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항을 a 라 하면

$$a_2 = ar = 1 \text{에서 } a = \frac{1}{r}$$

$$\therefore \omega = a_1 a_2 a_3 \dots a_{10}$$

$$= a \cdot ar \cdot ar^2 \cdot \dots \cdot ar^9$$

$$= a^{10} r^{1+2+\dots+9}$$

$$= a^{10} r^{\frac{9 \cdot 10}{2}}$$

$$= a^{10} r^{45}$$

$$= \left(\frac{1}{r}\right)^{10} r^{45}$$

$$= r^{35}$$

$$\therefore \log_r \omega = \log_r r^{35} = 35$$

답 35

22

·출제 단위: 수학 I - II. 행렬

·출제 의도: 주어진 조건에서 규칙을 찾을 수 있다.

·평가 요소: 추론능력

·풀이:

한 변의 길이가 $2n-1$ 인 정사각형에 배열되는 자연수의 개수는 $4 \times (2n-1)$ 이다.

각 꼭지점에 배열되는 수는 왼쪽 위에서부터 시계 방향으로 $2n-1, 4n-2, 6n-3, 8n-4$ 이므로

$$A_n = \begin{pmatrix} 2n-1 & 4n-2 \\ 6n-3 & 8n-4 \end{pmatrix}$$

즉, 행렬 A_n 의 모든 성분의 합은

$$(2n-1) + (4n-2) + (6n-3) + (8n-4)$$

+++++

+++++

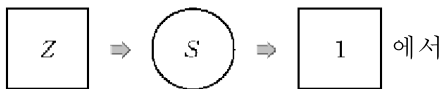
$$= 20n - 10$$

따라서, $n = 15$ 일 때, $20 \times 15 - 10 = 290$

답 290

23

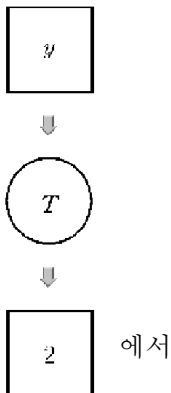
- 출제 단위: 수학 I - IV. 수열의 극한
- 출제 의도: 주어진 기호들을 이해하고 계산할 수 있다.
- 평가 요소: 추론능력
- 풀이:



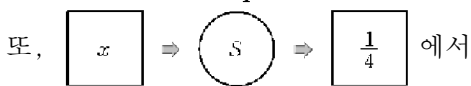
$$1 = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{z}\right)^n = \frac{\frac{1}{z}}{1 - \frac{1}{z}} = \frac{1}{z-1}$$

$$\left(\because z > 1 \text{ 이므로 } \left|\frac{1}{z}\right| < 1\right)$$

즉, $z-1=1$ 에서 $z=2$



$$2 = 16^y \quad \therefore y = \frac{1}{4}$$



$$\frac{1}{4} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{x}\right)^n = \frac{\frac{1}{x}}{1 - \frac{1}{x}} = \frac{1}{x-1}$$

$$\left(\because x > 1 \text{ 이므로 } \left|\frac{1}{x}\right| < 1\right)$$

즉, $x-1=4$ 에서 $x=5$

$$\therefore \frac{xz}{y} = \frac{5 \cdot 2}{\frac{1}{4}} = 40$$

답 40

24

- 출제 단위: 수학 I - VII. 확률과 통계
- 출제 의도: 독립사건에 대한 성질을 알고 있다.
- 평가 요소: 이해능력
- 풀이:

재직연수가 10년 미만일 사건을 A , 조직 개편안에 찬성할 사건을 B 라 하면

$$P(A) = \frac{120}{360} = \frac{1}{3}, \quad P(B) = \frac{150}{360} = \frac{5}{12}$$

$$\therefore P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{3} \times \frac{5}{12} = \frac{5}{36}$$

이 때, 두 사건 A, B 는 서로 독립이므로

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$\frac{a}{360} = \frac{5}{36} \quad \therefore a = 50$$

답 50

25

- 출제 단위: 수학 I - IV. 수열의 극한
- 출제 의도: 무한등비급수의 계산을 할 수 있다.
- 평가 요소: 내적 문제해결능력
- 풀이:

$$A_1 \text{의 넓이는 } 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$$

도형 A_1 과 도형 A_n 위에 붙인 도형의 조각들은

모두 닮은꼴이고, n 번째 조각과 $(n+1)$ 번째

조각의 닮음비는 4 : 1이다.

즉, 넓이의 비는 16 : 1이다.

또, 조각의 개수는 2배씩 늘어나므로

$$S_n = \frac{3}{4} + \frac{3}{4} \times \frac{1}{16} \times 2 + \frac{3}{4} \times \left(\frac{1}{16}\right)^2 \times 4 + \dots$$

$$= \frac{3}{4} + \frac{3}{4} \times \frac{1}{8} + \frac{3}{4} \times \left(\frac{1}{8}\right)^2 + \dots$$

$$\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^{n-1} = \frac{\frac{3}{4}}{1 - \frac{1}{8}} = \frac{6}{8-1}$$

$$= \frac{6}{7}$$

+++++

$$\therefore p+q=7+6=13$$

답 13

26

- 출제 단위: 수학 I - IV. 수열의 극한
- 출제 의도: 무한등비급수의 수렴·발산을 이해하고 있다.
- 평가 요소: 이해능력
- 풀이:

수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항을 a , 공비를 r 라 하자.

ㄱ. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 이 수렴하면 $-1 < r < 1$ 이다.

이 때, 수열 $\{a_{2n}\}$ 의 공비는 r^2 이므로 $0 \leq r^2 < 1$

따라서, $\sum_{n=1}^{\infty} a_{2n}$ 도 수렴한다. (참)

ㄴ. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 이 발산하면 $|r| \geq 1$ 이다.

이 때, 수열 $\{a_{2n}\}$ 의 공비 r^2 은 $r^2 \geq 1$ 이므로

$\sum_{n=1}^{\infty} a_{2n}$ 도 발산한다. (참)

ㄷ. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 이 수렴하면 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ 이다.

이 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(a_n + \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} \neq 0$ 이므로

$\sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n + \frac{1}{2}\right)$ 은 발산한다. (거짓)

답 ③

27

- 출제 단위: 수학 I - I. 지수와 로그
- 출제 의도: 상용로그의 지표의 성질을 알고 있다.
- 평가 요소: 이해능력
- 풀이:

상용로그의 지표가 2인 수를 A 라 하면

$$2 \leq \log A < 3, 100 \leq A < 1000$$

$$\therefore a = 999$$

또, 상용로그의 지표가 -2인 수를 B 라 하면

$$-2 \leq \log B < -1, \frac{1}{100} \leq B < \frac{1}{10}$$

$$\therefore b = \frac{1}{100}$$

$$\therefore ab = 999 \times \frac{1}{100} = 9.99$$

답 ④

28

- 출제 단위: 수학 I - IV. 수열의 극한
- 출제 의도: 수열의 극한을 구할 수 있다.
- 평가 요소: 계산능력
- 풀이:

두 점 $P(n, 3n^2)$, $Q(n+1, 3(n+1)^2)$ 의 사이의 거리 a_n 은

$$\begin{aligned} a_n &= \sqrt{(n+1-n)^2 + \{3(n+1)^2 - 3n^2\}^2} \\ &= \sqrt{(6n+3)^2 + 1} \\ &= \sqrt{36n^2 + 36n + 10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{36n^2 + 36n + 10}}{n} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{36 + \frac{36}{n} + \frac{10}{n^2}} = 6 \end{aligned}$$

답 ④

29

- 출제 단위: 수학 I - VII. 확률과 통계
- 출제 의도: 경우의 수를 구하여 확률을 계산할 수 있다.
- 평가 요소: 이해능력
- 풀이:

한 주사위의 눈의 수가 다른 주사위의 눈의 수의 배수인 경우는

(i) 두 눈이 같은 경우

$$(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6) \rightarrow 6(\text{가지})$$

(ii) 두 눈이 다른 경우

$$(1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6) \\ (2, 4), (2, 6), (3, 6) \rightarrow 8(\text{가지})$$

$$\therefore 8 \times 2 = 16(\text{가지})$$

(i), (ii)에서 $6 + 16 = 22(\text{가지})$ 이므로 구하는 확률은

답 ③

답 90