

2005학년도 대학수학능력시험

제 2 교시

수리영역 정답과 풀이

‘가’형

《 미분과 적분 》

26

- 출제 단위: 미분과 적분 - I. 삼각함수
- 출제 의도: 삼각함수의 덧셈정리를 이용하여 삼각함수의 값을 구할 수 있다..
- 평가 요소: 계산능력
- 풀이:

$$\sin \alpha = \frac{1}{3} \text{ 이므로}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \quad \left(\because 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\begin{aligned} \therefore \cos \left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) &= \cos \frac{\pi}{3} \cdot \cos \alpha - \sin \frac{\pi}{3} \cdot \sin \alpha \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{3} \\ &= \frac{2\sqrt{2} - \sqrt{3}}{6} \end{aligned}$$

답 ①

27

- 출제 단위: 미분과 적분 - II. 함수의 극한
- 출제 의도: 삼각함수와 지수함수의 극한을 구할 수 있다.
- 평가 요소: 이해능력
- 풀이:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\tan x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{2x} \cdot \frac{x}{\tan x} \cdot 2 \\ &= 2 \end{aligned}$$

답 ④

28

- 출제 단위: 미분과 적분 - III. 미분법
- 출제 의도: 우함수, 기함수의 관계를 이해하고 추론할 수 있다..
- 평가 요소: 추론능력
- 풀이:

$$f(-x) = -f(x) \text{에서}$$

ㄱ. 양변을 미분하면 $f'(-x) \cdot (-1) = -f'(x)$ 이므로

$$f'(-x) = f'(x) \quad \therefore \text{참}$$

ㄴ. (반례) $f(x) = x^3 - x$ 라 하면 $f(x)$ 는
이계도함수를 가지고 $f(-x) = -f(x)$ 이지만

$$\lim_{x \rightarrow 0} f'(x) = \lim_{x \rightarrow 0} (3x^2 - 1) = -1$$

$\therefore$ 거짓

ㄷ. $f'(-x) = f'(x)$ 이므로 도함수 $f'(x)$ 는 우함수이다. 즉, $x = a$ ($a \neq 0$)에서 극대값을 가지면 $x = -a$ 에서 극대값을 갖는다.

$\therefore$ 거짓

답 ①

29

- 출제 단위: 미분과 적분 - IV. 적분법
- 출제 의도: 회전체의 부피의 관계를 이용하여 순간변화율을 구할 수 있다.
- 평가 요소: 외적 문제해결능력
- 풀이:

처음 물의 양을 $m\pi$ 라 하면

$$\begin{aligned} m\pi &= \pi \int_0^u \frac{1}{3} y dy + \pi \int_0^v y dy - \pi \int_0^v \frac{1}{3} y dy \\ &= \pi \int_0^u \frac{1}{3} y dy + \pi \int_0^v \frac{2}{3} y dy \\ &= \pi \left[\frac{1}{6} y^2 \right]_0^u + \pi \left[\frac{1}{3} y^2 \right]_0^v \end{aligned}$$

+++++

$$= \frac{\pi}{6} u^2 + \frac{\pi}{3} v^2$$

$$\therefore \frac{1}{6} u^2 + \frac{1}{3} v^2 = m \dots\dots \textcircled{1}$$

①의 양변을 u 에 대하여 미분하면

$$\frac{1}{3} u + \frac{2}{3} v \cdot \frac{dv}{du} = 0, \quad \frac{dv}{du} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{u}{v}$$

따라서 v 가 u 의 $\frac{1}{2}$ 이 되는 순간의 $\frac{dv}{du}$ 의 값은

$$\frac{dv}{du} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{u}{\frac{1}{2} u} = -1 \quad \left(\because v = \frac{1}{2} u \right)$$

답 ②

30

·출제 단위: 미분과 적분 - IV. 적분법

·출제 의도: 접선의 방정식을 구하여 영역의 넓이를 구할 수 있다.

·평가 요소: 내적 문제해결능력

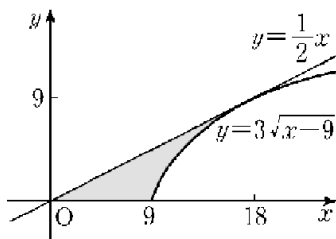
·풀이:

$$y = 3\sqrt{x-9} \text{에서 } y' = \frac{3}{2\sqrt{x-9}}$$

$$x = 18 \text{일 때 } y' = \frac{3}{2\sqrt{18-9}} = \frac{1}{2} \text{ 이므로}$$

점 $(18, 9)$ 에서의 접선의 방정식은

$$y = \frac{1}{2}(x-18) + 9 = \frac{1}{2}x$$



따라서 구하는 영역의 넓이를 S 라 하면

$$S = \frac{1}{2} \times 18 \times 9 - \int_9^{18} 3\sqrt{x-9} dx$$

$$= 81 - 3 \left[\frac{2}{3} (x-9)\sqrt{x-9} \right]_9^{18}$$

$$= 81 - 54 = 27$$

답 27