

제 2 교시

수리 영역

자연계

성명

수험 번호

홀수형

- 먼저 수험생이 선택한 계열의 문제인지 확인하시오.
- 문제지에 성명과 수험 번호를 정확히 기입하시오.
- 답안지에 수험 번호, 응시 계열, 문형, 답을 표기할 때에는 반드시 ‘수험생이 지켜야 할 일’에 따라 표기하시오.
- 주관식 답의 숫자에 0이 포함된 경우, 0을 OMR 답안지에 반드시 표기해야 합니다.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점 또는 3점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

1. $\log_3 12 + \log_3 9 - \log_3 4$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. $x = \sqrt{2}$ 일 때, $\frac{3}{x - \frac{x-1}{x+1}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\sqrt{2} + 1$ ② $2(\sqrt{2} + 1)$ ③ $3(\sqrt{2} + 1)$
④ $4(\sqrt{2} + 1)$ ⑤ $5(\sqrt{2} + 1)$

3. $\cos \theta = -\frac{1}{3}$ 일 때, $\sin \theta \cdot \tan \theta$ 의 값은? [2점]

- ① $-\frac{10}{3}$ ② $-\frac{8}{3}$ ③ $-\frac{5}{3}$
④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{8}{3}$

4. 부등식 $x \leq \frac{10}{x-3}$ 을 만족시키는 자연수 x 의 개수는? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 미분가능한 함수 $f(x)$ 의 역함수 $g(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{g(x) - 2}{x - 1} = 3$$

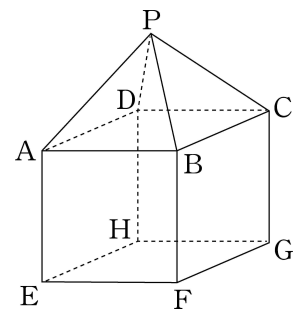
을 만족시킬 때, 미분계수 $f'(2)$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$
④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

6. 직선 $y = x$ 에 대한 대칭변환 f 와 원점을 중심으로 하는 회전변환 g 가 있다. 합성변환 $g \circ f$ 에 의해 점 $(1, 0)$ 이 점 $(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ 으로 옮겨졌을 때, 이 합성변환 $g \circ f$ 에 의해 점 $(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2})$ 으로 옮겨지는 점은? [2점]

- ① $(1, 1)$ ② $(-1, -1)$ ③ $(0, 1)$
④ $(0, -1)$ ⑤ $(-1, 0)$

7. 오른쪽 그림과 같이 정육면체 위에 정사각뿔을 올려놓은 도형이 있다. 이 도형의 모든 모서리의 길이가 2이고, 면 PAB와 면 AEFB가 이루는 각의 크기가 θ 일 때, $\cos \theta$ 의 값은? (단, $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$) [3점]



- ① $-\frac{\sqrt{6}}{3}$ ② $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ ③ $-\frac{1}{3}$
④ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

8. 두 실수 a 와 b 가 1이 아닌 양수일 때, 함수 $y = a^x$ 의 그래프와 함수 $y = \log_b x$ 의 그래프가 항상 만나는 경우를 <보기>에서 모두 고른 것은? [3점]

<보 기>

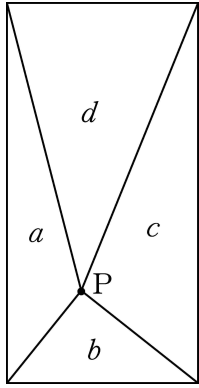
- ㄱ. $a > 1$ 이고 $b > 1$
ㄴ. $a > 1$ 이고 $0 < b < 1$
ㄷ. $0 < a < 1$ 이고 $0 < b < 1$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

9. 점 P가 가로 길이가 1, 세로 길이가

2인 직사각형의 내부에서 움직이고 있다.
그림과 같이 점 P와 각 꼭지점을 연결하였을 때 생기는 네 삼각형의 넓이를 a, b, c, d 라 하자.

행렬 $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 의 역행렬이 존재하지 않도록 하는 점 P의 자취의 길이는? [3점]



- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2
④ $\sqrt{5}$ ⑤ 3

10. z 와 w 가 복소수일 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $i = \sqrt{-1}$ 이고, $\overline{w}$ 는 w 의 켤레복소수이다.) [3점]

<보 기>

ㄱ. $z = \overline{w}$ 이면 $|z + w| \leq 2|z|$ 이다.
 ㄴ. $z = iw$ 이면 $|z - w| = \sqrt{2}|z|$ 이다.
 ㄷ. $z = -\overline{w}$ 이면 $|z + w| \leq |z|^2$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

11. 두 함수 $f(x) = [x^2]$ 과 $g(x) = [x]^2$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.) [3점]

<보 기>

ㄱ. $f(\sqrt{2}) > g(\sqrt{2})$
 ㄴ. x 가 정수이면 $f(x) = g(x)$ 이다.
 ㄷ. $f(x) = g(x)$ 이면 x 는 정수이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

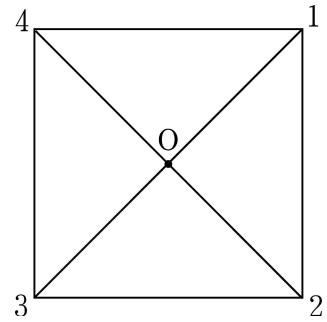
12. 집합 $A(k)$ 를 자연수 k 를 거듭제곱한 수들의 일의 자리의 수 전체의 집합이라 하자.
예를 들면, $k=2$ 인 경우에 $2^1=2, 2^2=4, 2^3=8, 2^4=16, 2^5=32, \dots$ 이므로 $A(2) = \{2, 4, 6, 8\}$ 이다.
<보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]

<보 기>

ㄱ. $1 \in A(3)$
 ㄴ. $A(6) \subset A(3)$
 ㄷ. $A(3^n) = A(3)$ 인 자연수 n 이 존재한다. (단, $n > 1$)

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄷ

13. 아래 그림과 같이 정사각형의 네 꼭지점을 $1, 2, 3, 4$ 라 하고, 두 대각선의 교점을 O라 하자.



이 정사각형을 점 O를 중심으로 하여 시계 방향으로 90회전시키면 1은 2의 위치로, 2는 3의 위치로, 3은 4의 위치로, 4는 1의 위치로 이동한다. 이러한 꼭지점 사이의 이동을 함수 f_1 로 나타내면,

$$f_1(1) = 2, f_1(2) = 3, f_1(3) = 4, f_1(4) = 1$$

이다. 이와 같은 방법으로 이 정사각형을 점 O를 중심으로 하여 시계 방향으로 90, 180, 270, 360회전시켰을 때, 꼭지점 사이의 이동을 나타내는 함수를 각각 f_1, f_2, f_3, f_4 라 하자.

<보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?
(단, f^{-1} 은 f 의 역함수이다.) [3점]

<보 기>

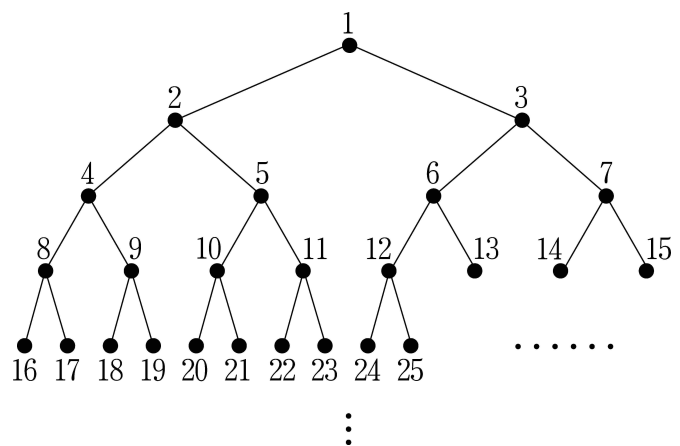
ㄱ. $f_2 \circ f_3 = f_4$
 ㄴ. $f_1^{-1} = f_3$
 ㄷ. $f_1 \circ f_3 = f_3 \circ f_1$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

14. 세 숫자 1, 2, 3을 중복 사용하여 네 자리의 자연수를 만들 때, 1과 2가 모두 포함되어 있는 자연수의 개수는? [3점]

- ① 58 ② 56 ③ 54
④ 52 ⑤ 50

15. 아래 그림과 같이 각각의 점에 1부터 연속된 자연수를 규칙적으로 대응시키고 이 점들을 선분으로 연결한다.



서로 다른 두 자연수 a 와 b 에 대응되는 두 점을 연결하는 선분들의 최소 개수를 $N(a, b)$ 라 하자. 예를 들면, $N(4, 6) = 4$ 이고 $N(12, 27) = 3$ 이다.
 $N(32, 33) + N(32, 34) + N(32, 35) + \dots + N(32, 63)$ 의 값은? [3점]

- ① 196 ② 258 ③ 270
④ 312 ⑤ 344

16. 함수 $f(x) = x^2 - 4x$ 에 대하여 좌표평면 위의 점 (a, b) 가 부등식 $y > f(x)$ 의 영역에 속할 때, <보기>에서 항상 성립하는 부등식을 모두 고른 것은? [3점]

<보 기>

$$\neg. \frac{b}{2} > f\left(\frac{a}{2}\right)$$

$$\neg. 2b > f(2a)$$

$$\neg. -b < f(-a)$$

- ① $\neg$ ② $\neg$ ③ $\neg, \neg$
 ④ $\neg, \neg$ ⑤ $\neg, \neg$

17. 다음 순서로 선분 AB 위에 점 E를 작도하여 보자.

- (i) 점 B에서 선분 AB에 수직인 직선을 그어 그 위에 $\overline{BC} = \frac{1}{2} \overline{AB}$ 인 점 C를 잡는다.

- (ii) 선분 AC 위에 $\overline{CD} = \overline{CB}$ 인 점 D를 잡는다.

- (iii) 선분 AB 위에 $\overline{AE} = \overline{AD}$ 인 점 E를 잡는다.

그러면 점 E는 $\frac{\overline{AB}}{\overline{AE}} = \frac{\overline{AE}}{\overline{EB}}$ 를 만족시킨다.

아래 증명은 이 성질을 증명한 것이다.

<증명>

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 2\overline{BC}$ 이므로 피타고라스의 정리에 의하여

$$\overline{AC} = \boxed{\text{(가)}} \overline{BC}$$

따라서

$$\overline{AE} = \overline{AD} = \overline{AC} - \overline{CD} = \boxed{\text{(나)}} \overline{BC}$$

$$\overline{EB} = \overline{AB} - \overline{AE} = \boxed{\text{(다)}} \overline{BC}$$

이므로

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AE}} = \frac{\overline{AE}}{\overline{EB}}$$

위의 빈칸 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [2점]

- | (가) | (나) | (다) |
|--------------|------------------------|------------------------|
| ① 2 | $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ | $(3+\sqrt{5})$ |
| ② $\sqrt{5}$ | $(\sqrt{5}-1)$ | $(\sqrt{5}+1)$ |
| ③ $\sqrt{5}$ | $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ | $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ |
| ④ $\sqrt{5}$ | $(\sqrt{5}-1)$ | $(3-\sqrt{5})$ |
| ⑤ 3 | 2 | $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ |

18. 다음은 두 자연수 x 와 y 에 대하여 $x^2 + xy + y^2$ 이 10의 배수이면 x 와 y 가 어떤 성질을 가짐을 증명한 것이다.

<증명>

$N = x^2 + xy + y^2$ 이라 하고 N 이 10의 배수라 하자.

N 이 10의 배수이므로 x, y 는 모두 짝수이다.

만일 x, y 중 하나만 10의 배수이면 N 은 10의 배수가 아니다.

한편, x, y 가 모두 10의 배수가 아니면 x^2 과 y^2 의 일의 자리의 수는 4 또는 6이다.

- (i) x^2 의 일의 자리의 수가 4이고 y^2 의 일의 자리의 수가 6인 경우에 x 의 일의 자리의 수가 될 수 있는 것은 2 또는 8 뿐이고, y 의 일의 자리의 수가 될 수 있는 것은 4 또는 6 뿐이다. 따라서 xy 의 일의 자리의 수가 될 수 있는 것은 뿐이므로 N 은 10의 배수가 아니다. (가)

- (ii) x^2 의 일의 자리의 수가 6이고 y^2 의 일의 자리의 수가 4인 경우에는 (i)의 경우와 마찬가지로 N 은 10의 배수가 아니다.

- (iii) x^2 과 y^2 의 일의 자리의 수가 모두 4이거나 모두 6인 경우에 (i)의 경우처럼 하면 xy 의 일의 자리의 수가 될 수 있는 것은 뿐이므로 N 은 10의 배수가 아니다. (나)

따라서 $x^2 + xy + y^2$ 이 10의 배수이면 10의 배수이다. (다)

위의 빈칸 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [3점]

- | (가) | (나) | (다) |
|----------|--------|--------------|
| ① 4 또는 6 | 2 또는 8 | x, y 는 모두 |
| ② 4 또는 6 | 4 또는 6 | x, y 는 모두 |
| ③ 2 또는 8 | 4 또는 6 | x, y 는 모두 |
| ④ 2 또는 8 | 2 또는 8 | x, y 중 하나만 |
| ⑤ 2 또는 4 | 6 또는 8 | x, y 중 하나만 |

19. 두 타원이 점 F를 한 초점으로 공유하고 서로 다른 두 점 P, Q에서 만난다. 두 타원의 장축의 길이가 각각 16, 24이고, 두 타원의 나머지 초점을 각각 F_1, F_2 라 할 때,

$|\overline{PF_1} - \overline{PF_2}| + |\overline{QF_1} - \overline{QF_2}|$ 의 값은? [3점]

- ① 16 ② 14 ③ 12
 ④ 10 ⑤ 8

20. 좌표평면 위의 점 A가 부등식 $y \geq \frac{1}{4}x^2 + 3$ 이 나타내는

영역에서 움직일 때, 벡터 $\overrightarrow{OB} = \frac{\overrightarrow{OA}}{|\overrightarrow{OA}|}$ 의 종점 B가

나타내는 도형의 길이는? (단, O는 원점이다.) [3점]

- ① $\frac{\pi}{3}$ ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$
 ④ $\frac{2\pi}{3}$ ⑤ 3

21. 함수 $y = \frac{16}{x}$ 의 그래프와 함수 $y = -x^2 + a$ 의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만날 때, 상수 a 의 값은? [3점]
- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

22. 다음 표는 10진법의 수를 16진법의 수로 나타낸 것이다.

10진법	0	1	...	9	10	11	12	13	14	15
16진법	0	1	...	9	A	B	C	D	E	F

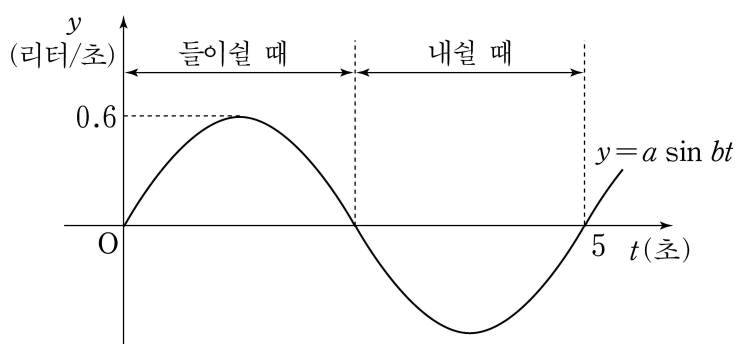
컴퓨터에서 색을 표현하는 RGB 방식에서는 빛의 삼원색인 빨강(R), 초록(G), 파랑(B)의 양을 여섯 자리 문자열로 지정하여 원하는 색을 얻는다. 여섯 자리 문자열 중 처음 두 자리는 R의 양, 다음 두 자리는 G의 양, 마지막 두 자리는 B의 양을 나타낸다. 이때, 각각의 두 자리 문자열은 0부터 255까지의 정수에 대응되는 16진법의 수이다.

예를 들어, 문자열 FF021A를 입력하였다고 하자. FF, 02, 1A는 각각 16진법의 수 FF, 2, 1A를 나타내고, 이것은 각각 10진법의 수 255, 2, 26에 대응된다. 따라서, R, G, B의 양이 각각 255, 2, 26인 색을 얻게 된다. R, G, B의 양이 각각 100, 245, 64인 색을 얻기 위하여 입력해야 할 문자열은? [2점]

- ① 80F840 ② 64F540 ③ 64F840
④ 40F580 ⑤ 80F380

23. 다음 그래프는 어떤 사람이 정상적인 상태에 있을 때 시각에 따라 호흡기에 유입되는 공기의 흡입률(리터/초)을 나타낸 것이다.

숨을 들이쉬기 시작하여 t 초일 때 호흡기에 유입되는 공기의 흡입률을 y 라 하면, 함수 $y = a \sin bt$ (a, b 는 양수)로 나타낼 수 있다. 이때, y 의 값은 숨을 들이쉴 때는 양수, 내쉴 때는 음수가 된다.



이 함수의 주기가 5초이고, 최대 흡입률이 0.6(리터/초)일 때, 숨을 들이쉬기 시작한 시각으로부터 처음으로 흡입률이 -0.3 (리터/초)이 되는 데 걸리는 시간은? [3점]

- ① $\frac{35}{12}$ 초 ② $\frac{37}{12}$ 초 ③ $\frac{30}{11}$ 초
④ $\frac{31}{11}$ 초 ⑤ $\frac{35}{31}$ 초

24. 지면에 정지해 있던 열기구가 수직 방향으로 출발한 후

t 분일 때, 속도 $v(t)$ (m/분)를

인문계(1015-2000)

$$v(t) = \begin{cases} t & (0 \leq t \leq 20) \\ 60 - 2t & (20 \leq t \leq 40) \end{cases}$$

라 하자. 출발한 후 $t = 35$ 분일 때, 지면으로부터 열기구의 높이는? (단, 열기구는 수직 방향으로만 움직이는 것으로 가정한다.) [3점]

- ① 225 m ② 250 m ③ 275 m
④ 300 m ⑤ 325 m

주관식 문항 (25~30)

25. 역행렬이 존재하는 두 행렬 A 와 B 가

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 3 \end{pmatrix} B$$

를 만족시킬 때, 행렬 $AB^{-1} + BA^{-1}$ 의 모든 성분의 합을 구하시오. [2점]

26. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x+4}{\sqrt{x+11}-3}$ 의 값을 구하시오. [2점]

27. 이차방정식 $x^2 + 6x + a = 0$ 의 한 근이 $b + \sqrt{3}i$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하시오.
(단, a, b 는 실수이고 $i = \sqrt{-1}$ 이다.) [3점]

28. 세 집합 A, B, C 에 대하여

$$n(A) = 14, \quad n(B) = 16, \quad n(C) = 19, \\ n(A \cap B) = 10, \quad n(A \cap B \cap C) = 5$$

일 때, $n(C - (A \cup B))$ 의 최소값을 구하시오.
(단, $n(X)$ 는 집합 X 의 원소의 개수이다.) [3점]

29. x 축에 접하는 서로 다른 두 원이 점 $A(2, 5)$ 와 점 $B(4, 1)$ 에서 만날 때, 두 원의 중심을 지나는 직선과 공통외접선과의 교점의 x 좌표를 구하시오. [3점]

30. 곡선 $y = \frac{1}{2} \ln x$ 와 x 축, y 축 및 직선 $y = \ln 2$ 로 둘러싸인 영역을 y 축의 둘레로 회전시켜 생기는 회전체의 부피를 V 라 할 때, $\frac{V}{\pi}$ 의 값을 소수점 아래 둘째 자리까지 구하시오. [3점]