

2004학년도 대학수학능력시험 수리·탐구(I) 영역 인문제

1. <풀이>

$$\log_3 12 + \log_3 9 - \log_3 4 = \log_3 \frac{12 \times 9}{4} = \log_3 27 \\ = \log_3 3^3 = 3$$

답 : ③

<별해>

$$\log_3 12 + \log_3 9 - \log_3 4 \\ = (1 + \log_3 4) + 2 - \log_3 4 = 3$$

2. <풀이>

$$\frac{3}{x - \frac{x-1}{x+1}} = \frac{3(x+1)}{x(x+1) - (x-1)} = \frac{3(x+1)}{x^2 + 1} \\ = \frac{3(\sqrt{2} + 1)}{2 + 1} = \sqrt{2} + 1$$

답 : ①

3. <풀이>

$$\sin \theta \cdot \tan \theta = \sin \theta \cdot \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\sin^2 \theta}{\cos \theta}$$

그런데 $\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta = 1 - \left(-\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{8}{9}$ 이므로

$$\sin \theta \cdot \tan \theta = \frac{\frac{8}{9}}{-\frac{1}{3}} = -\frac{8}{3}$$

답 : ②

<별해> 사인과 탄젠트의 값을 직접 구한다.

$\cos \theta < 0$ 이므로 θ 는 제2, 3사분면의 각이다.

(i) θ 가 제2사분면의 각일 때,

$$\sin \theta = \sqrt{1 - \cos^2 \theta} = \sqrt{1 - \left(-\frac{1}{3}\right)^2} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\frac{2\sqrt{2}}{3}}{-\frac{1}{3}} = -2\sqrt{2}$$

$$\therefore \sin \theta \cdot \tan \theta = \frac{2\sqrt{2}}{3} \cdot (-2\sqrt{2}) = -\frac{8}{3}$$

(ii) θ 가 제3사분면의 각일 때,

$$\sin \theta = -\sqrt{1 - \cos^2 \theta} = -\sqrt{1 - \left(-\frac{1}{3}\right)^2} = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{-\frac{2\sqrt{2}}{3}}{-\frac{1}{3}} = 2\sqrt{2}$$

$$\therefore \sin \theta \cdot \tan \theta = -\frac{2\sqrt{2}}{3} \cdot 2\sqrt{2} = -\frac{8}{3}$$

$$(i), (ii) \text{에서 } \sin \theta \cdot \tan \theta = -\frac{8}{3}$$

4. <풀이>

$$x^2 + 2x - 3 < 5 \text{ 에서 } x^2 + 2x - 8 < 0$$

$$(x+4)(x-2) < 0 \quad \therefore -4 < x < 2$$

이것을 만족하는 정수 x 값은 $-3, -2, -1, 0, 1$ 의 5개이다.

답 : ⑤

5. <풀이>

$f(x)$ 를 $x+2$ 로 나눈 몫은 x^2+1 이고 나머지가 2이므로

$$f(x) = (x+2)(x^2+1) + 2$$

그러므로 $f(x)$ 를 $x-2$ 로 나눈 나머지는

$$f(2) = 4 \cdot 5 + 2 = 22$$

답 : ③

6. <풀이>

주어진 이차방정식을 전개하여 정리하면

$$x^2 - ax + 2a - 4 = 0$$

중근을 가지므로

$$D = a^2 - 8a + 16 = 0$$

$$(a-4)^2 = 0$$

$$\therefore a = 4$$

답 : ③

7. <풀이>

$f(x) = x^2 - 2x + a$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -4 만큼 평행이동시킨 식은

$$f(x) = x^2 - 2x + a - 4 \quad \dots\dots ㉠$$

이것이 x 축에 접하므로 꼭지점의 y 좌표가 0이어야 한다. 즉,

$$f(x) = (x-1)^2 + a - 5$$

에서 $a - 5 = 0$ 이므로 $a = 5$

답 : ①

<별해>

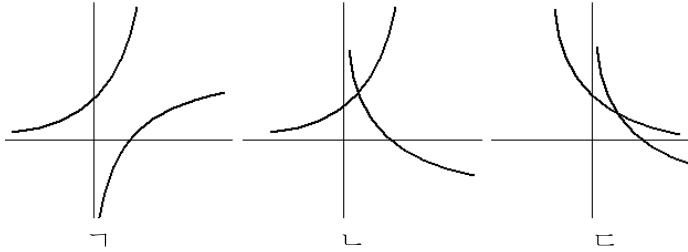
㉠에서 판별식을 사용하자.

$$\frac{D}{4} = 1 - (a-4) = 0$$

$$\therefore a = 5$$

8. <풀이>

각각의 경우를 그래프로 그리면 다음과 같다.



그림에서 두 그래프가 항상 만나는 것은 ㄴ, ㄷ이다.

답 : ⑤

9. <풀이>

역행렬이 존재하지 않으므로

$$ad - bc = 0 \text{ 에서}$$

$$ad = bc \dots\dots ㉠$$

오른쪽 그림과 같이 좌표축을 잡고 점 P의 좌표를 (x, y) 라 하면

$$a = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot x = x$$

$$b = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot y = \frac{y}{2}$$

$$c = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot (1-x) = 1-x$$

$$d = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot (2-y) = \frac{2-y}{2}$$

㉠에 대입하면

$$x \cdot \frac{2-y}{2} = (1-x) \cdot \frac{y}{2}$$

$$\therefore y = 2x \text{ (단, } 0 < x < 1, 0 < y < 2 \text{)}$$

즉, 점 P의 자취는 원점과 점 (1, 2)를 잇는 선분이므로 그 길이는

$$\sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$$

답 : ④

<참고>

일반적으로 직사각형 내부에 한 점 P를 잡고, 직사각형을 네 조각으로 나누면 항상 $a+c=b+d$ 인 관계가 성립한다.

증명해 보자.

오른쪽 그림과 같이 점 P에서 각 변까지의 길이를 각각 x, y, z, w 라 하면

$$a = \frac{1}{2} x(z+w) = \frac{xz+xw}{2}$$

$$b = \frac{1}{2} z(x+y) = \frac{xz+yz}{2}$$

$$c = \frac{1}{2} y(z+w) = \frac{yz+yw}{2}$$

$$d = \frac{1}{2} w(x+y) = \frac{xw+yw}{2}$$

에서 $a+c=b+d$ 임을 알 수 있다.

<별해> <참고>를 이용한 별해임.

㉠에서 $d = \frac{bc}{a}$ 이므로 $a+c=b+d$ 에 대입하면

$$a+c=b+\frac{bc}{a}$$

양변에 a 를 곱하면 $a(a+c)=b(a+c)$ 에서 $a=b$

㉠에서 $c=d$ 임도 알 수 있다.

$a=b$ 이고 $c=d$ 이면 $a+d=b+c$ 이므로 점 P는 직사각형의 대각선 위에 존재한다.

10. <풀이>

삼차함수의 그래프가 원점에 대하여 대칭, 즉 기함수이므로

$$f(x) = ax^3 + bxx \dots\dots ㉠$$

로 놓을 수 있다.

$x=1$ 에서 극값을 가지므로, 미분하면

$$f'(x) = 3ax^2 + b$$

$$\text{에서 } f'(1) = 3a + b = 0 \quad \therefore b = -3a$$

이것을 ㉠에 대입하면

$$f(x) = ax^3 - 3ax = ax(x^2 - 3) = 0$$

에서 삼차함수의 그래프와 x 축과의 교점의 x 좌표는

$$x=0, x=\pm\sqrt{3}$$

이다. 따라서 양수는 $\sqrt{3}$ 이다.

답 : ②

<별해>

삼차함수는 변곡점에 대하여 대칭이므로 원점이 변곡점이고 $x=1$ 에서 극값을 가지므로 $x=-1$ 에서도 극값을 가진다. 그러므로 삼차함수의 도함수를

$$f'(x) = a(x+1)(x-1) = ax^2 - a$$

로 놓을 수 있다.

$$\therefore f(x) = \frac{a}{3} x^3 - ax = \frac{a}{3} x(x^2 - 3)$$

$f(x)=0$ 에서 구하는 양수는 $\sqrt{3}$ 이다.

11. <풀이>

$$\neg. f(\sqrt{2}) = [2] = 2, g(\sqrt{2}) = [\sqrt{2}]^2 = 1^2 = 1$$

$$\therefore f(\sqrt{2}) > g(\sqrt{2}) \text{ (참)}$$

ㄴ. $x = n$ (정수)이면

$$f(x) = [n^2] = n^2, g(x) = [n]^2 = n^2$$

$$\therefore f(x) = g(x) \text{ (참)}$$

ㄷ. (반례) $x = 0.5$ 일 때

$$f(x) = [0.5^2] = [0.25] = 0, g(x) = [0.5]^2 = 0^2 = 0$$

으로 $f(x) = g(x)$ 이지만, x 는 정수가 아니다.

이상에서 옳은 것은 $\neg$, ㄴ이다.

답 : ②

12. <풀이>

$$\neg. 3^1 = 3, 3^2 = 9, 3^3 = 27, 3^4 = 81, 3^5 = 243, \dots$$

$$\text{이므로 } A(2) = \{1, 3, 7, 9\}$$

$$\therefore 1 \in A(3) \text{ (참)}$$

$$\neg. 6^1 = 6, 6^2 = 36, 6^3 = 216, \dots \text{ 이므로}$$

$$A(6) = \{6\}$$

$$\therefore A(6) \not\subset A(3) \text{ (거짓)}$$

ㄷ. $n = 3$ 이면 $3^3 = 27$ 이고, 일의 자리만 생각하면

$$A(7) = \{1, 3, 7, 9\} \text{ 이므로}$$

$$A(27) = A(3) \text{ (참)}$$

이상에서 $\neg$, ㄷ이 참이다.

답 : ⑤

13. <풀이>

$\neg. f_2 \circ f_3$ 는 270° 회전 후 다시 180° 회전한 것이므로 결국 450° , 곧 90° 회전시킨 것과 같다.

$$\therefore f_2 \circ f_3 = f_1 \text{ (거짓)}$$

ㄴ. f_1^{-1} 은 -90° 회전이고, f_3 은 270° 회전이므로

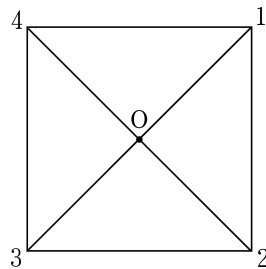
$$f_1^{-1} = f_3 \text{ (참)}$$

ㄷ. $f_1 \circ f_3$ 은 270° 회전 후 90° 회전했으므로 결국 360° 회전한 셈이다.

$f_3 \circ f_1$ 은 90° 회전 후 270° 회전했으므로 역시 360° 회전한 것이다.

$$\therefore f_1 \circ f_3 = f_3 \circ f_1 \text{ (참)}$$

이상에서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.



답 ④

14. <풀이>

우선 세 숫자의 조합을 생각하면

$$(1, 2, 3, 3), (1, 1, 2, 3), (1, 2, 2, 3), (1, 1, 1, 2),$$

$$(1, 1, 2, 2), (1, 2, 2, 2)$$

가 가능하다. 즉, 1과 2를 두 개 사용할 때와 세 개 사용할 때, 그리고 네 개 사용할 때로 나뉜다.

(i) 1과 2를 두 개 사용할 때 $\rightarrow (1, 2, 3, 3)$

$$\frac{4!}{2!} = 12 \text{ (개)}$$

(ii) 1과 2를 세 개 사용할 때 $\rightarrow (1, 1, 2, 3), (1, 2, 2, 3)$

$$\frac{4!}{2!} \times 2 = 24 \text{ (개)}$$

(iii) 1과 2를 네 개 사용할 때 $\rightarrow (1, 1, 1, 2), (1, 1, 2, 2), (1, 2, 2, 2)$

$$\frac{4!}{3!} + \frac{4!}{2!2!} + \frac{4!}{3!} = 4 + 6 + 4 = 14 \text{ (개)}$$

이상에서 구하는 자연수의 개수는

$$12 + 24 + 14 = 50 \text{ (개)}$$

답 : ⑤

<별해 1>

여사건을 구해 보자.

숫자 1, 2, 3을 중복사용하여 만들어지는 네 자리 자연수는

$$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81 \text{ (개)}$$

가 전체집합이다.

(i) 한 숫자로만 된 것은

$$1111, 2222, 3333 \text{ 의 3개}$$

(ii) 두 숫자로만 된 것 중 1과 3으로만 된 것

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 - 2 = 14 \leftarrow 2 \text{를 뺀 것은 한 숫자로만 된 것이 (i)과 중복되므로}$$

(iii) 두 숫자로만 된 것 중 2와 3으로만 된 것도 (ii)와 마찬가지로 14개가 있다.

이상에서 여사건의 개수는 31이므로 구하는 개수는

$$81 - 31 = 50 \text{ (개)}$$

<별해 2>

먼저 네 자리 중 두 자리를 1과 2로 정하고 나머지 두 자리는 다음과 같이 임의로 정하면 된다.

$$(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 2), (2, 3), (3, 3)$$

각각의 경우의 수는

$$\frac{4!}{3!}, \frac{4!}{2!2!}, \frac{4!}{2!}, \frac{4!}{3!}, \frac{4!}{2!}, \frac{4!}{2!}$$

이고, 이들의 합은 $4 + 6 + 12 + 4 + 12 + 12 = 50$

15. <풀이>

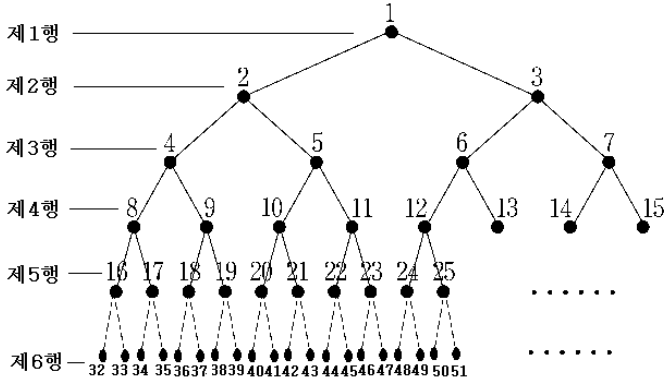
32는 제6행의 첫째항이다.

33은 제5행의 16에 바로 연결되므로

$$N(32, 33) = 2$$

34와 35는 제4행의 8과 제5행의 17에 연결되므로

$$N(32, 34) + N(32, 35) = 4 + 4 = 4 \times 2 = 8$$



36~39는 제3행의 4와 제4행의 9에 연결되므로

$$N(32, 36) + N(32, 37) + N(32, 38) + N(32, 39) = 6 + 6 + 6 + 6 = 6 \times 4 = 24$$

40~47은 제2행의 2에 연결되므로

$$N(32, 40) + N(32, 41) + \dots + N(32, 47) = 8 \times 8 = 64$$

마지막 48~63은 제1행의 1에 연결되므로

$$N(32, 48) + N(32, 49) + \dots + N(32, 63) = 10 \times 16 = 160$$

이상에서 구하는 값은

$$2 + 8 + 24 + 64 + 160 = 258$$

답 : ②

16. <풀이>

점 (a, b) 가 부등식 $y > f(x)$ 를 만족하므로

$$b > a^2 - 4a$$

$$\neg. b > a^2 - 4a \text{ 이므로 } \frac{b}{2} > \frac{a^2}{2} - 2a$$

$$\text{그런데 } f\left(\frac{a}{2}\right) = \frac{a^2}{4} - 2a \text{ 이므로 } \frac{b}{2} > f\left(\frac{a}{2}\right) \text{ (참)}$$

ㄴ. (반례) 점 $(3, 0)$ 은 주어진 부등식을 만족하지만,

점 $(6, 0)$ 은 주어진 부등식을 만족하지 않는다.

$$\text{ㄷ. } b > a^2 - 4a \text{ 이므로 } -b < -a^2 + 4a$$

$$\text{그런데 } f(-a) = a^2 + 4a \text{ 이므로 } -b < f(-a) \text{ (참)}$$

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

답 : ④

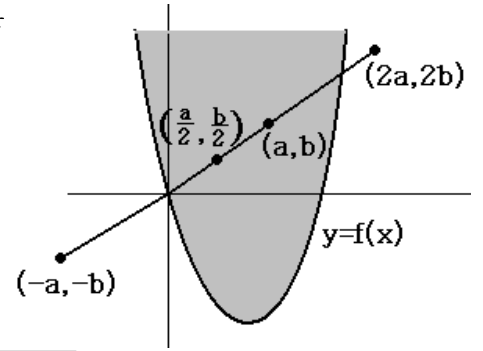
<별해>

점 $P(a, b)$ 에 대하여 점 $\left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}\right)$ 는 선분 OP 의 중점, 점 $(2a, 2b)$ 는 선분 OP 의 두 배 연장선, 점 $(-a, -b)$ 는 원점에 대한 대칭점이므로 오른쪽 그림

에서 옳은 것은

ㄱ, ㄷ이다.

17. <풀이>



$$\overline{AC} = \sqrt{\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2}$$

$$= \sqrt{4\overline{BC}^2 + \overline{BC}^2} = \sqrt{5} \overline{BC} \text{ (가)}$$

$$\overline{AE} = \overline{AC} - \overline{CD} = \sqrt{5} \overline{BC} - \overline{BC} = (\sqrt{5} - 1) \overline{BC}$$

(나)

$$\overline{EB} = \overline{AB} - \overline{AE} = 2\overline{BC} - (\sqrt{5} - 1) \overline{BC} = (3 - \sqrt{5}) \overline{BC}$$

답 : ④

$$6 + 6 + 6 = 6 \times 4 = 24$$

18. <풀이>

(i) x^2 의 일의 자리의 수가 4이고 y^2 의 일의 자리의 수가 6인 경우에 x 의 일의 자리의 수가 될 수 있는 것은 2 또는 8 뿐이고, y 의 일의 자리의 수가 될 수 있는 것은 4 또는 6 뿐이다.

$2 \times 4 = 8, 2 \times 6 = 12, 8 \times 4 = 32, 8 \times 6 = 48$ 이므로 xy 의 일의 자리의 수가 될 수 있는 것은 2 또는 8뿐이므로 N 은 10의 배수가 아니다.

(iii) x^2 과 y^2 의 일의 자리의 수가 모두 4이면, x, y 의 일의 자리의 수가 될 수 있는 것은 각각 2 또는 8 뿐이고

$$2 \times 2 = 4, 2 \times 8 = 16, 8 \times 8 = 64$$

에서 xy 의 일의 자리의 수가 될 수 있는 것은 4 또는 6뿐이므로 N 은 10의 배수가 아니다.

마찬가지로 x^2 과 y^2 의 일의 자리의 수가 모두 6이면, x, y 의 일의 자리의 수가 될 수 있는 것은 각각 4 또는 6뿐이고

$$4 \times 4 = 16, 4 \times 6 = 24, 6 \times 6 = 36$$

에서 xy 의 일의 자리의 수가 될 수 있는 것은 4 또는 6뿐이므로 N 은 10의 배수가 아니다.

이상에서 하나만 10의 배수가 아니거나, 모두 10의 배수가 아니면 모순이 생기므로 $x^2 + xy + y^2$ 이 10의 배수이면 x, y 는 모두 10의 배수이다.

답 : ③

19. <풀이>

x_2 까지의 평균이 5, x_3 까지의 평균이 6, x_4 까지의 평균이 7이므로 x_n 까지의 평균은 $n+3$ 으로 추정할 수

있다. $\therefore \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = n + 3$
 $\therefore x_1 + x_2 + \dots + x_n = S_n = n^2 + 3n$

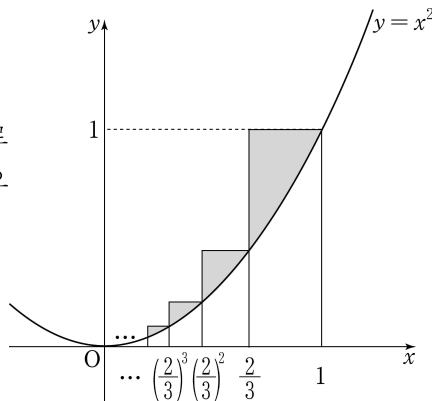
$\therefore x_n = S_n - S_{n-1}$
 $= (n^2 + 3n) - \{(n-1)^2 + 3(n-1)\}$
 $= 2n + 2$
 $\therefore x_{100} = 2 \times 100 + 2 = 202$

답 : ⑤

20. <풀이>

각 직사각형의 가로
의 길이는 오른쪽으
로부터

$$1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$



$$\frac{2}{3} - \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2}{3} \left(1 - \frac{2}{3}\right) = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 - \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \left(1 - \frac{2}{3}\right) = \frac{1}{3} \left(\frac{2}{3}\right)^2$$

.....

세로의 길이는 오른쪽으로부터

$$1^2, \left(\frac{2}{3}\right)^2, \left(\frac{2}{3}\right)^4, \left(\frac{2}{3}\right)^6, \dots$$

이므로 직사각형의 넓이의 합 S_1 는

$$S_1 = \frac{1}{3} \cdot 1^2 + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2$$

$$+ \frac{1}{3} \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^4 + \dots$$

$$= \frac{\frac{1}{3}}{1 - \frac{8}{27}} = \frac{9}{19}$$

곡선 $y = x^2$ 의 아래 부분의 넓이 S_2 는

$$S_2 = \int_0^1 x^2 dx = \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^1 = \frac{1}{3}$$

따라서 잘려진 윗부분들의 넓이의 합 S 는

$$S = S_1 - S_2 = \frac{9}{19} - \frac{1}{3} = \frac{8}{57}$$

답 : ④

21. <풀이>

오른쪽 그림과 같이 세 점 A(2, 0), B(2, 1), C(2, 4)를 잡
으면

$$\overline{BC} = \overline{AC} - \overline{AB} = 4 - 1 = 3$$

$$\overline{OB} = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$$

$$\overline{OC} = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$$

이므로 $\triangle OBC$ 에 제이코사인법칙을
적용하면

$$\cos \Theta = \frac{20 + 5 - 9}{2 \cdot 2\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{4}{5}$$

<별해> 삼각함수의 덧셈정리를 이용해 보자.

$\angle COA = \beta$, $\angle BOA = \alpha$ 라 하면

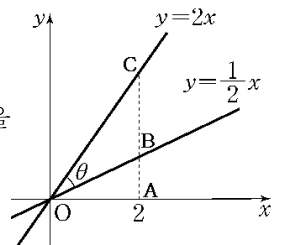
$$\tan \alpha = \frac{1}{2}, \tan \beta = 2$$

이고 $\Theta = \beta - \alpha$ 이므로

$$\tan \Theta = \tan (\beta - \alpha) = \frac{\tan \beta - \tan \alpha}{1 + \tan \beta \tan \alpha}$$

$$= \frac{2 - \frac{1}{2}}{1 + 2 \cdot \frac{1}{2}} = \frac{3}{4}$$

$$\therefore \cos \Theta = \frac{4}{5}$$



22. <풀이>

$$100 = 16 \times 6 + 4 = 64_{(16)}$$

$$245 = 16 \times 15 + 5 = F5_{(16)}$$

$$64 = 16 \times 4 = 40_{(16)}$$

이므로 입력해야 할 문자열은 64F540이다.

답 : ②

23. <풀이>

사인함수의 최대값이 0.6이므로 $a = 0.6$ 이다.

$$\text{주기가 5이므로 } \frac{2\pi}{b} = 5 \text{ 에서 } b = \frac{2}{5} \pi$$

그러므로 주어진 함수는 $y = 0.6 \sin \frac{2}{5} \pi t$ 이다.

처음으로 흡입률이 -0.3리터/초가 되는 데 걸리는 시간은

$$-0.3 = 0.6 \sin \frac{2}{5} \pi t \text{ 에서 } \sin \frac{2}{5} \pi t = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{2}{5} \pi t = \frac{7}{6} \pi \text{ 에서 } t = \frac{35}{12} \text{ (초)}$$

답 : ①

24. <풀이>

최초에 지면에 정지해 있었으므로, $t = 35$ 일 때의 열기
구의 높이를 h 라 하면

$$h = 0 + \int_0^{35} v(t) dt$$

$$= \int_0^{20} t \, dt + \int_{20}^{35} (60 - 2t) \, dt$$

$$= \left[\frac{t^2}{2} \right]_0^{20} + [60t - t^2]_{20}^{35}$$

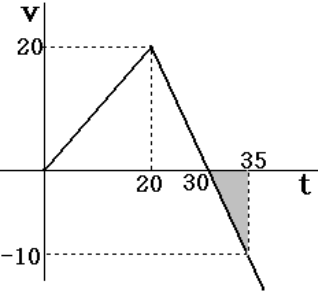
$$= \frac{400}{2} + 60(35 - 20) - (1225 - 400) = 275 \text{ (m)}$$

답 : ③

<별해>

$v-t$ 그래프에서의 정적분이
이 현위치이므로 그래프를 통
해서 해결해 보자.

오른쪽 그림에서 35초일 때의
높이는 t 축 위의 넓이에서
 t 축 아래의 어두운 부분의
넓이를 빼면 된다.



$$\therefore h = \frac{1}{2} \times 30 \times 20 - \frac{1}{2} \times 5 \times 10 = 300 - 25 = 275$$

주관식 문항 (25~30)

25. <풀이>

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 3 \end{pmatrix} B \text{의 양변의 오른쪽에 } B^{-1} \text{을 곱하면}$$

$$AB^{-1} = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\text{또한 } BA^{-1} = (AB^{-1})^{-1} = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 3 \end{pmatrix}^{-1}$$

$$= \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -7 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\therefore AB^{-1} + BA^{-1} = \begin{pmatrix} 8 & 0 \\ 0 & 8 \end{pmatrix}$$

따라서 구하는 모든 성분의 합은 16이다.

답 : 16

26. <풀이>

$\frac{0}{0}$ 꼴의 무리식이므로 분모를 유리화하면

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x+4}{\sqrt{x+11}-3} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(2x+4)(\sqrt{x+11}+3)}{(x+11)-9}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2(x+2)(\sqrt{x+11}+3)}{x+2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -2} 2(\sqrt{x+11}+3) = 2(3+3) = 12$$

답 : 12

27. <풀이>

실계수 이차방정식의 허근은 켤레로 존재하므로
 $b + \sqrt{3}i$ 이 한 근이면 $b - \sqrt{3}i$ 도 근이 된다.

이차방정식의 근과 계수의 관계에서

$$(b + \sqrt{3}i) + (b - \sqrt{3}i) = -6 \text{ 에서 } b = -3$$

$$(b + \sqrt{3}i)(b - \sqrt{3}i) = a \text{ 에서 } a = b^2 + 3 = 12$$

$$\therefore a + b = 12 + (-3) = 9$$

답 : 9

<별해>

$x = b + \sqrt{3}i$ 를 주어진 방정식에 대입하면

$$(b + \sqrt{3}i)^2 + 6(b + \sqrt{3}i) + a = 0$$

실수부분과 허수부분으로 나누어 정리하면

$$(b^2 + 6b + a - 3) + 2(b+3)\sqrt{3}i = 0$$

$$\therefore b^2 + 6b + a - 3 = 0, 2(b+3)\sqrt{3} = 0$$

$$\therefore a = 12, b = -3$$

28. <풀이>

$$n(A-B) = n(A) - n(A \cap B) \text{ 이므로}$$

$$n(C - (A \cup B)) = n(C) - n(C \cap (A \cup B))$$

$$\dots\dots \textcircled{1}$$

$n(C - (A \cup B))$ 의 값이 최소일 때는
 $n(C \cap (A \cup B))$ 의 값이 최대일 때이다.

여기서 $C \cap (A \cup B) = (C \cap A) \cup (C \cap B)$ 이므로

$$n(C \cap (A \cup B)) = n(C \cap A) + n(C \cap B)$$

$$- n(A \cap B \cap C) \dots\dots \textcircled{2}$$

그런데 $n(A \cap B \cap C) = 5$ 로 일정하므로
 $n(C \cap (A \cup B))$ 의 값이 최대일 때는 $n(C \cap A)$ 와
 $n(C \cap B)$ 가 최대일 때이다.

$$n(A \cap B) = 10, n(A \cap B \cap C) = 5 \text{ 이므로}$$

$$n((A \cap B) - C) = 10 - 5 = 5$$

$$\therefore n(C \cap A) \leq 14 - 5 = 9,$$

$$n(C \cap B) \leq 16 - 5 = 11$$

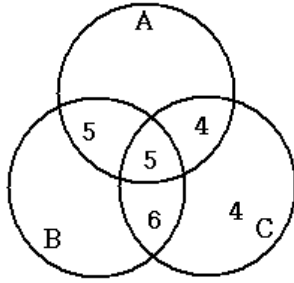
②에서 $n(C \cap (A \cup B))$ 의 최대값은 $9 + 11 - 5 = 15$
이므로 ①에서

구하는 최소값은 $19 - 15 = 4$ 이다.

답 : 4

<별해>

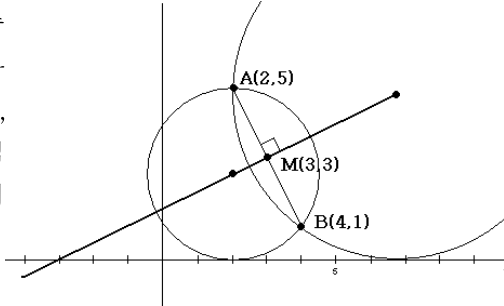
벤 다이어그램을 그려보면 최소
인 순간을 찾을 수 있다.
오른쪽 벤 다이어그램이 구하는
최소의 순간이다.
그러므로 최소값은 4이다.



29. <풀이>

두 원의 중심을 지나는 직선은 두 원의 공통현의 수직이
등분선이다.

$\overline{AB}$ 의 중
점을 M이라
하면, $M(3,$
3)이고, 직
선 AB의 기
울기는



$$\frac{1-5}{4-2} = -2$$

이므로 수직이등분선의 기울기는 $\frac{1}{2}$ 이다.

따라서 중심을 지나는 직선은 점 M을 지나고 기울기가
 $\frac{1}{2}$ 인 직선이므로, 그 방정식은

$$y-3 = \frac{1}{2}(x-3)$$

공통외접선은 바로 x 축이므로 이 직선의 방정식에
 $y=0$ 을 대입하면

$$-3 = \frac{1}{2}(x-3) \text{ 에서 } x = -3$$

답 : -3

30. <풀이>

$2 < \log_2 7 < 3$ 이므로

$$a = 2, \quad b = \log_2 7 - 2 = \log_2 \frac{7}{4}$$

$$\begin{aligned} \therefore 3^a + 2^b &= 3^2 + 2^{\log_2 \frac{7}{4}} \\ &= 9 + \frac{7}{4} \\ &= 9 + \frac{7}{4} = 10.75 \end{aligned}$$

답 : 10.75

출처 : 수학마을 수학교실에서 다운받아 편집한 것입니
다. (<http://user.chollian.net/~msjeil/>)