

2004학년도 대학수학능력시험 수리·탐구(I) 영역 예체능제

1. <풀이>

$$\log_3 12 + \log_3 9 - \log_3 4 = \log_3 \frac{12 \times 9}{4} = \log_3 27 \\ = \log_3 3^3 = 3$$

답 : ③

<별해>

$$\log_3 12 + \log_3 9 - \log_3 4 \\ = (1 + \log_3 4) + 2 - \log_3 4 = 3$$

2. <풀이>

$$\frac{3}{x - \frac{x-1}{x+1}} = \frac{3(x+1)}{x(x+1) - (x-1)} = \frac{3(x+1)}{x^2 + 1} \\ = \frac{3(\sqrt{2} + 1)}{2 + 1} = \sqrt{2} + 1$$

답 : ①

3. <풀이>

$$\sin \theta \cdot \tan \theta = \sin \theta \cdot \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\sin^2 \theta}{\cos \theta}$$

그런데 $\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta = 1 - \left(-\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{8}{9}$ 이므로

$$\sin \theta \cdot \tan \theta = \frac{\frac{8}{9}}{-\frac{1}{3}} = -\frac{8}{3}$$

답 : ②

<별해> 사인과 탄젠트의 값을 직접 구한다.

$\cos \theta < 0$ 이므로 θ 는 제2, 3사분면의 각이다.

(i) θ 가 제2사분면의 각일 때,

$$\sin \theta = \sqrt{1 - \cos^2 \theta} = \sqrt{1 - \left(-\frac{1}{3}\right)^2} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\frac{2\sqrt{2}}{3}}{-\frac{1}{3}} = -2\sqrt{2}$$

$$\therefore \sin \theta \cdot \tan \theta = \frac{2\sqrt{2}}{3} \cdot (-2\sqrt{2}) = -\frac{8}{3}$$

(ii) θ 가 제3사분면의 각일 때,

$$\sin \theta = -\sqrt{1 - \cos^2 \theta} = -\sqrt{1 - \left(-\frac{1}{3}\right)^2} = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{-\frac{2\sqrt{2}}{3}}{-\frac{1}{3}} = 2\sqrt{2}$$

$$\therefore \sin \theta \cdot \tan \theta = -\frac{2\sqrt{2}}{3} \cdot 2\sqrt{2} = -\frac{8}{3}$$

$$(i), (ii) \text{에서 } \sin \theta \cdot \tan \theta = -\frac{8}{3}$$

4. <풀이>

$$x^2 + 2x - 3 < 5 \text{ 에서 } x^2 + 2x - 8 < 0$$

$$(x+4)(x-2) < 0 \quad \therefore -4 < x < 2$$

이것을 만족하는 정수 x 값은 $-3, -2, -1, 0, 1$ 의 5개이다.

답 : ⑤

5. <풀이>

$f(x)$ 를 $x+2$ 로 나눈 몫은 x^2+1 이고 나머지가 2이므로

$$f(x) = (x+2)(x^2+1) + 2$$

그러므로 $f(x)$ 를 $x-2$ 로 나눈 나머지는

$$f(2) = 4 \cdot 5 + 2 = 22$$

답 : ③

6. <풀이>

주어진 이차방정식을 전개하여 정리하면

$$x^2 - ax + 2a - 4 = 0$$

중근을 가지므로

$$D = a^2 - 8a + 16 = 0$$

$$(a-4)^2 = 0$$

$$\therefore a = 4$$

답 : ③

7. <풀이>

$f(x) = x^2 - 2x + a$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -4 만큼 평행이동시킨 식은

$$f(x) = x^2 - 2x + a - 4 \quad \dots\dots ㉠$$

이것이 x 축에 접하므로 꼭지점의 y 좌표가 0이어야 한다. 즉,

$$f(x) = (x-1)^2 + a - 5$$

에서 $a - 5 = 0$ 이므로 $a = 5$

답 : ①

<별해>

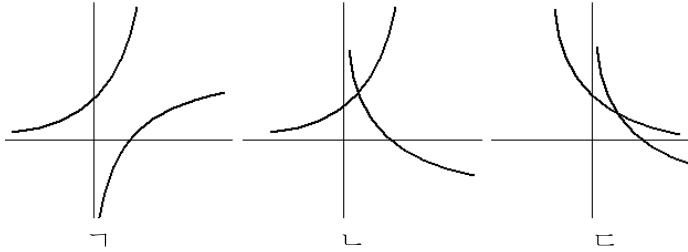
㉠에서 판별식을 사용하자.

$$\frac{D}{4} = 1 - (a-4) = 0$$

$$\therefore a = 5$$

8. <풀이>

각각의 경우를 그래프로 그리면 다음과 같다.



그림에서 두 그래프가 항상 만나는 것은 ㄴ, ㄷ이다.

답 : ⑤

9. <풀이>

$f(x) = ax(x-1)$ (단, $a > 0$)으로 놓으면

$$y = f(x+1) - f(x)$$

$$= a(x+1)x - ax(x-1) = 2ax$$

이고, $a > 0$ 이므로 적당한 것은 ①이다.

답 : ①

10. <풀이>

ㄱ. $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = \cos\theta$, $\cos(\pi + \theta) = -\cos\theta$ 이므로

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) \neq \cos(\pi + \theta) \text{ (거짓)}$$

ㄴ. $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = -\sin\theta$, $\sin(\pi + \theta) = -\sin\theta$ 이므로

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = \sin(\pi + \theta) \text{ (참)}$$

ㄷ. $\tan\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = -\cot\theta$, $\cot(\pi + \theta) = \cot\theta$ 이므로

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) \neq \cot(\pi + \theta) \text{ (거짓)}$$

이상에서 옳은 것은 ㄴ뿐이다.

답 : ②

11. <풀이>

ㄱ. $f(\sqrt{2}) = [2] = 2$, $g(\sqrt{2}) = [\sqrt{2}]^2 = 1^2 = 1$

$$\therefore f(\sqrt{2}) > g(\sqrt{2}) \text{ (참)}$$

ㄴ. $x = n$ (정수)이면

$$f(x) = [n^2] = n^2, g(x) = [n]^2 = n^2$$

$$\therefore f(x) = g(x) \text{ (참)}$$

ㄷ. (반례) $x = 0.5$ 일 때

$$f(x) = [0.5^2] = [0.25] = 0, g(x) = [0.5]^2 = 0^2 = 0$$

으로 $f(x) = g(x)$ 이지만, x 는 정수가 아니다.

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

답 : ②

12. <풀이>

ㄱ. $3^1 = 3$, $3^2 = 9$, $3^3 = 27$, $3^4 = 81$, $3^5 = 243$, ...

이므로 $A(2) = \{1, 3, 7, 9\}$

$$\therefore 1 \in A(3) \text{ (참)}$$

ㄴ. $6^1 = 6$, $6^2 = 36$, $6^3 = 216$, ... 이므로

$$A(6) = \{6\}$$

$$\therefore A(6) \not\subset A(3) \text{ (거짓)}$$

ㄷ. $n = 3$ 이면 $3^3 = 27$ 이고, 일의 자리만 생각하면

$A(7) = \{1, 3, 7, 9\}$ 이므로

$$A(27) = A(3) \text{ (참)}$$

이상에서 ㄱ, ㄷ이 참이다.

답 : ⑤

13. <풀이>

ㄱ. $f_2 \circ f_3$ 는 270° 회전 후 다시 180° 회전한 것이므로 결국 450° , 곧 90° 회전시킨 것과 같다.

$$\therefore f_2 \circ f_3 = f_1 \text{ (거짓)}$$

ㄴ. f_1^{-1} 은 -90° 회전이고, f_3 은 270° 회전이므로

$$f_1^{-1} = f_3 \text{ (참)}$$

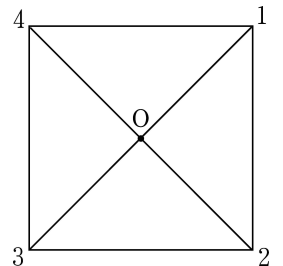
ㄷ. $f_1 \circ f_3$ 은 270° 회전 후 90° 회전했으므로 결국 360° 회전한 셈이다.

$f_3 \circ f_1$ 은 90° 회전 후 270° 회전했으므로 역시 360° 회전한 것이다.

$$\therefore f_1 \circ f_3 = f_3 \circ f_1 \text{ (참)}$$

이상에서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

답 ④

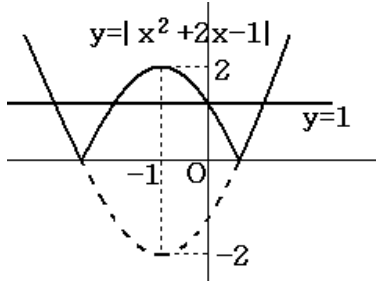


14. <풀이>

$x^2 + 2x - 1 = (x+1)^2 - 2$ 이므로 $y = |x^2 + 2x - 1|$

의 그래프는 $y = (x+1)^2 - 2$ 의 그래프의 x 축 아래 부분을 x 축에 대하여 대칭이동한 것으로 오른쪽과 같다.

그러므로 직선 $y=1$ 과의 교점의 개수는 4이다.



답 : ⑤

15. <풀이>

$C = 180^\circ - (40^\circ + 80^\circ) = 60^\circ$ 이 고 ,
외접원의 반지름의 길이를 R 이라 하면
사인법칙에 의하여

$$2R = \frac{\overline{AB}}{\sin C} = \frac{6}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 4\sqrt{3}$$

$$\therefore R = 2\sqrt{3}$$

답 : ②

16. <풀이>

점 (a, b) 가 부등식 $y > f(x)$ 를 만족하므로

$$b > a^2 - 4a$$

$$\therefore b > a^2 - 4a \text{ 이므로 } \frac{b}{2} > \frac{a^2}{2} - 2a$$

$$\text{그런데 } f\left(\frac{a}{2}\right) = \frac{a^2}{4} - 2a \text{ 이므로 } \frac{b}{2} > f\left(\frac{a}{2}\right) \text{ (참)}$$

ㄴ. (반례) 점 $(3, 0)$ 은 주어진 부등식을 만족하지만,

점 $(6, 0)$ 은 주어진 부등식을 만족하지 않는다.

$$\text{ㄷ. } b > a^2 - 4a \text{ 이므로 } -b < -a^2 + 4a$$

$$\text{그런데 } f(-a) = a^2 + 4a \text{ 이므로 } -b < f(-a) \text{ (참)}$$

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

답 : ④

<별해>

점 $P(a, b)$ 에

대하여 점

$\left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}\right)$ 는 선

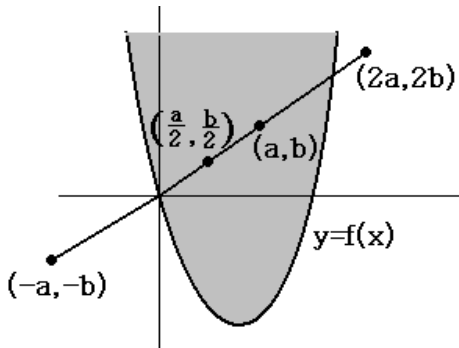
분 OP의 중점, 점

$(2a, 2b)$ 는 선

분 OP의 두 배

연장선, 점 $(-a, -b)$ 는 원점에 대한 대칭점이므로

오른쪽 그림에서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.



17. <풀이>

$$\overline{AC} = \sqrt{\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2}$$

$$= \sqrt{4\overline{BC}^2 + \overline{BC}^2} = \sqrt{5} \overline{BC} \text{ (가)}$$

$$\overline{AE} = \overline{AC} - \overline{CD} = \sqrt{5} \overline{BC} - \overline{BC} = (\sqrt{5} - 1) \overline{BC}$$

(나)

$$\overline{EB} = \overline{AB} - \overline{AE} = 2\overline{BC} - (\sqrt{5} - 1) \overline{BC} = (3 - \sqrt{5}) \overline{BC}$$

답 : ④

18. <풀이>

(i) x^2 의 일의 자리의 수가 4 이고 y^2 의 일의 자리의
수가 6인 경우에 xy 의 일의 자리의 수가 될 수 있는 것
은 2 또는 8 뿐이고, y 의 일의 자리의 수가 될 수 있
는 것은 4 또는 6 뿐이다.

$2 \times 4 = 8$, $2 \times 6 = 12$, $8 \times 4 = 32$, $8 \times 6 = 48$ 이므로 xy
의 일의 자리의 수가 될 수 있는 것은 2 또는 8뿐이므로
 N 은 10의 배수가 아니다.

(iii) x^2 과 y^2 의 일의 자리의 수가 모두 4 이면, x, y
의 일의 자리의 수가 될 수 있는 것은 각각 2 또는 8
뿐이고

$$2 \times 2 = 4, 2 \times 8 = 16, 8 \times 8 = 64$$

에서 xy 의 일의 자리의 수가 될 수 있는 것은 4 또는
6뿐이므로 N 은 10의 배수가 아니다.

마찬가지로 x^2 과 y^2 의 일의 자리의 수가 모두 6이면,
 x, y 의 일의 자리의 수가 될 수 있는 것은 각각 4 또는
6뿐이고

$$4 \times 4 = 16, 4 \times 6 = 24, 6 \times 6 = 36$$

에서 xy 의 일의 자리의 수가 될 수 있는 것은 4 또는
6뿐이므로 N 은 10의 배수가 아니다.

이상에서 하나만 10의 배수가 아니거나, 모두 10의 배수
가 아니면 모순이 생기므로 $x^2 + xy + y^2$ 이 10의 배수
이면 x, y 는 모두 10의 배수이다.

답 : ③

19. <풀이>

주어진 직선의 방정식을 k 에 관하여 내림차순으로 정리
하면

$$(x-1)k^2 + (2x-y)k + (x-1) = 0$$

이 식을 k 에 관한 항등식으로 보면

$$x-1=0, 2x-y=0 \text{ 에서 } x=1, y=2$$

그러므로 구하는 직선은 점 $(1, 2)$ 를 지나고 기울기가 3
이므로

$$y-2=3(x-1) \text{ 에서 } y=3x-1$$

답 : ③

20. <풀이>

$x^2 - x + 1 = 0$ 의 양변에 $x+1$ 을 곱하면

$$x^3 + 1 = 0$$

ω 가 근이므로

$$\omega^3 = -1, \omega^2 - \omega + 1 = 0$$

$$\begin{aligned} \therefore \omega^{10} + \omega^5 + 1 &= (\omega^3)^3 \cdot \omega + \omega^3 \cdot \omega^2 + 1 \\ &= -\omega - \omega^2 + 1 \\ &= -\omega - (\omega - 1) + 1 = -2\omega + 2 \\ \therefore a &= -2 \end{aligned}$$

답 : ⑤

21. <풀이>

오른쪽 그림과 같이 세 점 $A(2, 0)$, $B(2, 1)$, $C(2, 4)$ 를 잡으면

$$\overline{BC} = \overline{AC} - \overline{AB} = 4 - 1 = 3$$

$$\overline{OB} = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$$

$$\overline{OC} = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$$

이므로 $\triangle OBC$ 에 제이코사인법칙을 적용하면

$$\cos \theta = \frac{20 + 5 - 9}{2 \cdot 2\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{4}{5}$$

22. <풀이>

$$100 = 16 \times 6 + 4 = 64_{(16)}$$

$$245 = 16 \times 15 + 5 = F5_{(16)}$$

$$64 = 16 \times 4 = 40_{(16)}$$

이므로 입력해야 할 문자열은 64F540이다.

답 : ②

23. <풀이>

사인함수의 최대값이 0.6이므로 $a = 0.6$ 이다.

$$\text{주기가 } 5 \text{이므로 } \frac{2\pi}{b} = 5 \text{ 에서 } b = \frac{2}{5}\pi$$

그러므로 주어진 함수는 $y = 0.6 \sin \frac{2}{5}\pi t$ 이다.

처음으로 흡입률이 -0.3리터/초가 되는 데 걸리는 시간은

$$-0.3 = 0.6 \sin \frac{2}{5}\pi t \text{ 에서 } \sin \frac{2}{5}\pi t = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{2}{5}\pi t = \frac{7}{6}\pi \text{ 에서 } t = \frac{35}{12} \text{ (초)}$$

답 : ①

24. <풀이>

철수가 산 굴, 사과, 배의 개수를 각각 a, b, c 라 하면, 12개를 샀으므로

$$a + b + c = 12 \quad \dots\dots ㉠$$

값이 5000원이므로

$$200a + 500b + 900c = 5000 \text{ 에}$$

서

$$2a + 5b + 9c = 50 \quad \dots\dots ㉡$$

㉠에서 $c = 12 - a - b$ 를 ㉡에 대입하면

$$2a + 5b + 108 - 9a - 9b = 50$$

$$7a + 4b = 58$$

각 과일을 하나 이상씩 샀으므로

$$1 \leq a \leq 10, 1 \leq b \leq 10 \text{ 이어야 한다.}$$

이 중에서 $7a + 4b = 58$ 를 만족하는 해는

$$a = 6, b = 4$$

뿐이다.

답 : ④

주관식 문항 (25~30)

25. <풀이>

$$x + \frac{2}{y} = 1 \text{ 의 양변에 } y \text{ 를 곱하면}$$

$$xy + 2 = y \text{ 에서 } xy - y = -2$$

답 : -2

<별해>

$$x = 1 - \frac{2}{y} \text{ 이므로}$$

$$xy - y = \left(1 - \frac{2}{y}\right)y - y = 2$$

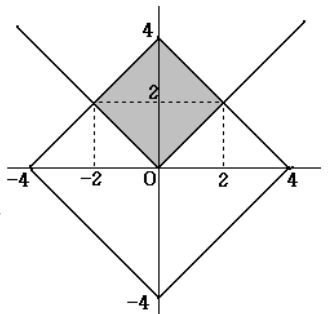
26. <풀이>

주어진 집합을 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽과 같다.

집합 $A \cap B$ 가 나타내는 영역은 한 변의 길이가 $2\sqrt{2}$ 인 정사각형이므로 구하는 넓이는

$$(2\sqrt{2})^2 = 8$$

답 : 8



27. <풀이>

실계수 이차방정식의 허근은 켈레로 존재하므로

$b + \sqrt{3}i$ 이 한 근이면 $b - \sqrt{3}i$ 도 근이 된다.

이차방정식의 근과 계수의 관계에서

$$(b + \sqrt{3}i) + (b - \sqrt{3}i) = -6 \text{ 에서 } b = -3$$

$$(b + \sqrt{3}i)(b - \sqrt{3}i) = a \text{ 에서 } a = b^2 + 3 = 12$$

$$\therefore a + b = 12 + (-3) = 9$$

답 : 9

<별해>

$x = b + \sqrt{3}i$ 를 주어진 방정식에 대입하면

$$(b + \sqrt{3}i)^2 + 6(b + \sqrt{3}i) + a = 0$$

실수부분과 허수부분으로 나누어 정리하면

$$(b^2 + 6b + a - 3) + 2(b + 3)\sqrt{3}i = 0$$

$$\therefore b^2 + 6b + a - 3 = 0, 2(b + 3)\sqrt{3} = 0$$

$$\therefore a = 12, b = -3$$

28. <풀이>

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) \text{ 이므로}$$

$$n(C - (A \cup B)) = n(C) - n(C \cap (A \cup B))$$

$$\dots\dots \textcircled{1}$$

$n(C - (A \cup B))$ 의 값이 최소일 때는

$n(C \cap (A \cup B))$ 의 값이 최대일 때이다.

여기서 $C \cap (A \cup B) = (C \cap A) \cup (C \cap B)$ 이므로

$$n(C \cap (A \cup B)) = n(C \cap A) + n(C \cap B)$$

$$- n(A \cap B \cap C) \dots\dots \textcircled{2}$$

그런데 $n(A \cap B \cap C) = 5$ 로 일정하므로

$n(C \cap (A \cup B))$ 의 값이 최대일 때는 $n(C \cap A)$ 와 $n(C \cap B)$ 가 최대일 때이다.

$$n(A \cap B) = 10, n(A \cap B \cap C) = 5 \text{ 이므로}$$

$$n((A \cap B) - C) = 10 - 5 = 5$$

$$\therefore n(C \cap A) \leq 14 - 5 = 9,$$

$$n(C \cap B) \leq 16 - 5 = 11$$

②에서 $n(C \cap (A \cup B))$ 의 최대값은 $9 + 11 - 5 = 15$

이므로 ①에서

구하는 최소값은 $19 - 15 = 4$ 이다.

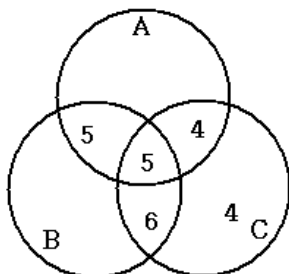
답 : 4

<별해>

벤 다이어그램을 그려보면 최소인 순간을 찾을 수 있다.

오른쪽 벤 다이어그램이 구하는 최소의 순간이다.

그러므로 최소값은 4이다.



29. <풀이>

두 원의 중심을 지나는 직선은 두 원의 공통현의 수직이등분선이다.

$\overline{AB}$ 의 중

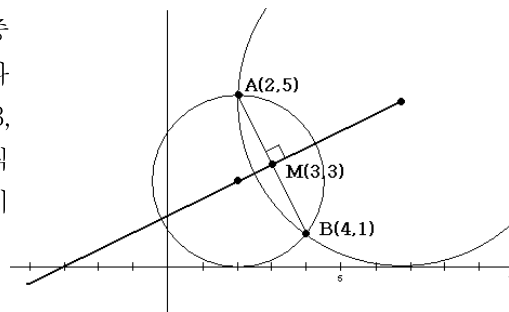
점을 M이라

하면, M(3,

3)이고, 직

선 AB의 기

울기는



$$\frac{1-5}{4-2} = -2$$

이므로 수직이등분선의 기울기는 $\frac{1}{2}$ 이다.

따라서 중심을 지나는 직선은 점 M을 지나고 기울기가

$\frac{1}{2}$ 인 직선이므로, 그 방정식은

$$y - 3 = \frac{1}{2}(x - 3)$$

공통외접선은 바로 x 축이므로 이 직선의 방정식에

$y = 0$ 을 대입하면

$$-3 = \frac{1}{2}(x - 3) \text{ 에서 } x = -3$$

답 : -3

30. <풀이>

$$2 < \log_2 7 < 3 \text{ 이므로}$$

$$a = 2, b = \log_2 7 - 2 = \log_2 \frac{7}{4}$$

$$\therefore 3^a + 2^b = 3^2 + 2^{\log_2 \frac{7}{4}}$$

$$= 9 + \frac{7}{4}^{\log_2 2}$$

$$= 9 + \frac{7}{4} = 10.75$$

답 : 10.75

출처 : 수학마을 수학교실에서 다운받아 편집한 것입니다. (<http://user.chollian.net/~msjeil/>)