

2003학년도 대학수학능력시험 문제지

제 2 교시

수리 영역

자연계

성명

수험번호

—

홀수형

1

- 먼저 수험생이 선택한 계열의 문제인지 확인하십시오.
- 문제지에 성명과 수험 번호를 정확히 기입하십시오.
- 답안지에 수험 번호, 응시 계열, 문형, 답을 표기할 때에는 반드시 ‘수험생이 지켜야 할 일’에 따라 표기하십시오.
- 주관식 답의 숫자에 0이 포함된 경우, 0을 OMR 답안지에 반드시 표기해야 합니다.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점 또는 3점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

1. $\sqrt[3]{2} \times \sqrt[6]{16}$ 을 간단히 하면? [2점]

- ① 2 ② 4 ③ $\sqrt{2}$ ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $2\sqrt[3]{2}$

2. 이차방정식 $x^2 - 5x - 2 = 0$ 의 두 근을 α 와 β 라 할 때,

$\frac{1}{\alpha+1} + \frac{1}{\beta+1}$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 3 ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{7}{4}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

3. 두 벡터 $\vec{a} = (-1, 3)$ 과 $\vec{b} = (2, 1)$ 에 대하여

내적 $\vec{a} \cdot (\vec{a} + \vec{b})$ 의 값은? [2점]

- ① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

4. 두 행렬 $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 과 $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ 이 있다. 두 상수 a 와 b 가

$(E + 2A)^2 = aE + bA$ 를 만족시킬 때, $a + b$ 의 값은? [2점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

5. 그림과 같이 원점을

중심으로 하는 타원의

한 초점을 F 라 하고,

이 타원이 y 축과 만나는

한 점을 A 라고 하자.

직선 AF 의 방정식이

$y = \frac{1}{2}x - 1$ 일 때,

이 타원의 장축의 길이는? [2점]

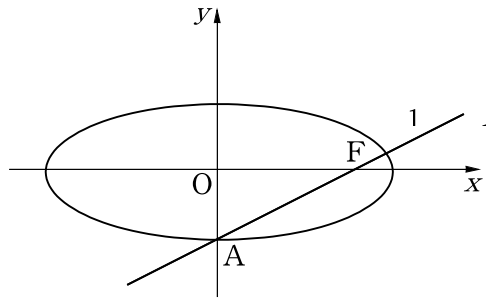
① $4\sqrt{2}$

② $2\sqrt{7}$

③ 5

④ $2\sqrt{6}$

⑤ $2\sqrt{5}$



6. 복소평면 위에서 어떤 복소수 z 를

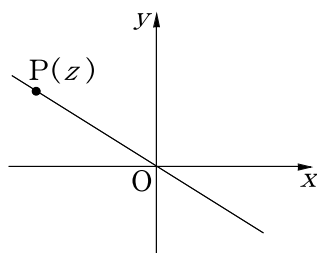
나타내는 점 P의 위치가 그림과

같을 때, <보기> 중에서

직선 OP 위에 있는 복소수를

모두 고르면?

(단, $\bar{z}$ 는 z 의 켈레복소수이다.) [2점]



<보 기>

ㄱ. $\bar{z}$

ㄴ. $-z$

ㄷ. $\frac{1}{z}$

ㄹ. $-\frac{1}{z}$

① ㄱ, ㄴ

② ㄱ, ㄷ

③ ㄴ, ㄷ

④ ㄴ, ㄹ

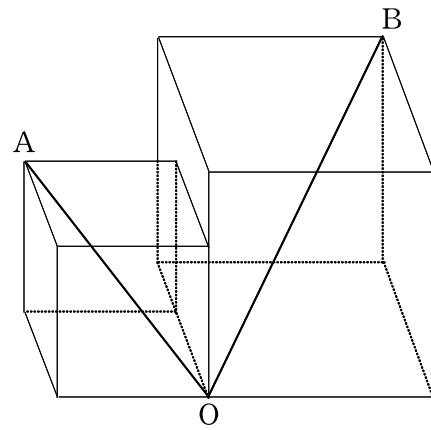
⑤ ㄷ, ㄹ

7. 한 모서리의 길이가 각각 2와 3인 두 정육면체를 그림과 같이

꼭지점 O와 두 모서리가 겹치도록 붙여 놓았다. 두 정육면체의

대각선 OA와 OB에 대하여 $\angle AOB$ 의 크기를 θ 라고 할 때,

$\cos \theta$ 의 값은? [2점]



① $\frac{1}{3}$

② $\frac{1}{2}$

③ $\frac{3}{5}$

④ $\frac{2}{3}$

⑤ $\frac{3}{4}$

8. 함수 $f(x)$ 는 연속함수이고 모든 실수 x 에 대하여 다음

등식이 성립한다.

$$f(x) - 2 \int_0^x e^t f(t) dt = 1$$

이때, $f'(0)$ 의 값은? (단, e 는 자연로그의 밑이고,

$f''(x)$ 는 $f(x)$ 의 이계도함수이다.) [3점]

① 2

② 4

③ 6

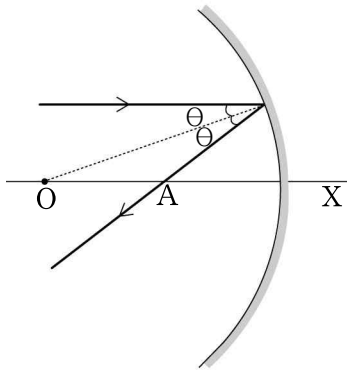
④ 8

⑤ 10

9. 중심이 O 이고 반지름의 길이가

R 인 구면거울이 있다. 그림과 같이 OX 축에 평행하게 입사된 빛이 거울에 반사된 후 축과 만나는 점을 A 라고 할 때, 선분 OA 의 길이는?

(단, 입사각과 반사각의 크기는 θ 로 같고, $0^\circ < \theta < 20^\circ$ 이다.) [2점]



- ① $\frac{R}{2\cos\theta}$ ② $\frac{R}{2\sin\theta}$
 ③ $R(1 - \cos\theta)$ ④ $\frac{R}{2\cos 2\theta}$
 ⑤ $\frac{R}{2\sin 2\theta}$

10. 제 1 사분면 위의 점 $P_0(x_0, y_0)$ 이 주어졌을 때, 자연수 n 에 대하여 점 $P_n(x_n, y_n)$ 을 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{pmatrix} x_{2n-1} \\ y_{2n-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos 45^\circ & -\sin 45^\circ \\ \sin 45^\circ & \cos 45^\circ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{2n-2} \\ y_{2n-2} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_{2n} \\ y_{2n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{2n-1} \\ y_{2n-1} \end{pmatrix}$$

이때, 점 P_{2003} 의 좌표는? [3점]

- ① (x_0, y_0)
 ② $(x_0, -y_0)$
 ③ $\left(\frac{x_0 - y_0}{\sqrt{2}}, \frac{x_0 + y_0}{\sqrt{2}}\right)$
 ④ $\left(\frac{x_0 + y_0}{\sqrt{2}}, \frac{x_0 - y_0}{\sqrt{2}}\right)$
 ⑤ $\left(\frac{x_0 + y_0}{\sqrt{2}}, \frac{-x_0 + y_0}{\sqrt{2}}\right)$

11. A 와 B 두 팀이 축구 경기에서 연장전까지 0 : 0 으로 승부를 가리지 못하여 승부차기를 하였다. 각 팀당 5 명의 선수가 A 팀부터 시작하여 1 명씩 교대로 승부차기를 할 때, B 팀이 5 : 4 로 이길 확률은? (단, 각 선수의 승부차기는 독립시행이고 성공할 확률은 0.8 이다.) [3점]

- ① 0.2×0.8^8 ② 0.8^8 ③ 0.2×0.8^9
 ④ 0.8^9 ⑤ 0.8^{10}

12. 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 에 대하여 함수 $h(x)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$h(x) = \frac{1}{3} f(x) + \frac{2}{3} g(x)$$

<보기> 중 옳은 것을 모두 고르면? [3점]

- <보 기>—
 ㄱ. $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 그래프가 어떤 점에서 만나면 $y = h(x)$ 의 그래프는 그 교점을 지난다.
 ㄴ. $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 그래프가 모두 y 축에 대하여 대칭이면 $y = h(x)$ 의 그래프도 y 축에 대하여 대칭이다.
 ㄷ. $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 가 모두 일대일 대응이면 $y = h(x)$ 도 일대일 대응이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

13. 실수 a 에 대하여 부등식

$$(x-8)(x-15)(x-a) < 0$$

을 만족시키는 자연수 x 의 개수를 $f(a)$ 라고 할 때,
 $f(a)$ 의 최소값은? [3점]

- ① 14 ② 12 ③ 10 ④ 8 ⑤ 6

14. n 이 자연수일 때, <보기>의 부등식 중 항상 성립하는 것을
 모두 고르면? [3점]

<보 기>

ㄱ. $\log_2(n+3) > \log_2(n+2)$

ㄴ. $\log_2(n+2) > \log_3(n+2)$

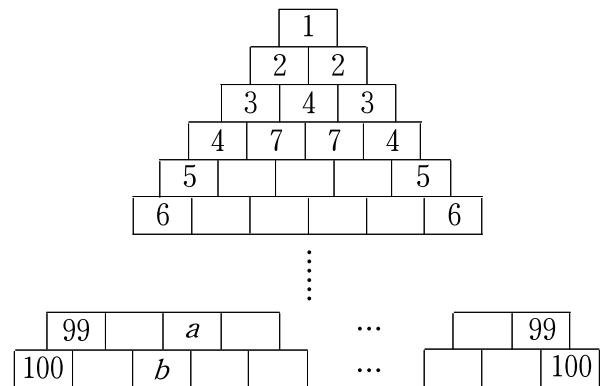
ㄷ. $\log_2(n+2) > \log_3(n+3)$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 그림과 같이 제 1 행에는 1개, 제 2 행에는 2개, ...,
 제 100 행에는 100개의 직사각형을 나열하고 그 안에 다음과
 같은 규칙으로 수를 써 넣었다.

(규칙 1) 각 행의 양쪽 끝 직사각형에는 1부터 100까지의
 자연수를 순서대로 써 넣는다.

(규칙 2) 각 행의 안쪽 직사각형에는 바로 위 행의 인접한
 직사각형에 쓰인 두 수의 합을 써 넣는다.



이때, $b-a$ 의 값은? [3점]

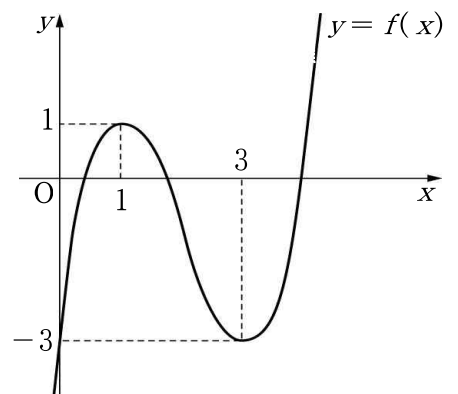
- ① 4878 ② 4872 ③ 4864
 ④ 4858 ⑤ 4852

16. 그림과 같이

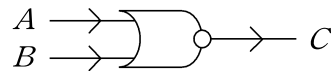
삼차함수 $y=f(x)$ 가
 극대값 $f(1)=1$ 과
 극소값 $f(3)=-3$ 을
 가지며, $f(0)=-3$ 이다.

이때, $\int_0^3 |f'(x)| dx$ 의
 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

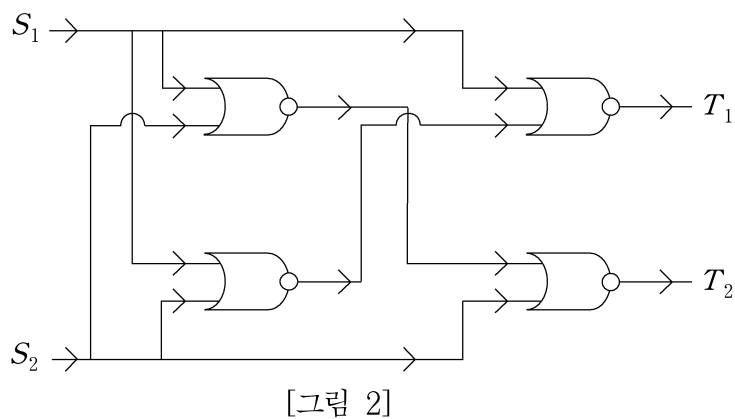


17. [그림 1]의 연산장치는 입력값이 A 와 B 일 때 출력값 C 를 표에 주어진 것과 같이 결정한다. 이 연산장치 4 개를 [그림 2]와 같이 연결하였다.



[그림 1]

A	B	C
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0



출력값이 $T_1=1$, $T_2=0$ 이 되는 입력값 S_1 , S_2 를

<보기> 중에서 모두 고르면? [3점]

<보 기>	
㉠. $S_1=0$, $S_2=0$	㉡. $S_1=0$, $S_2=1$
㉢. $S_1=1$, $S_2=0$	㉣. $S_1=1$, $S_2=1$

- ① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉡

④ ㉢, ㉣

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

18. 다음은 세 자연수 a, b, c ($a < b < c$) 에 대하여

$$P = (b^2 - a^2)(c^2 - a^2)(c^2 - b^2)$$

이 12 의 배수임을 증명한 것이다.

<증명>

a, b, c 를 각각 2 로 나누었을 때 나머지는 (가) 같다. 이 중 나머지가 같은 두 수를 a 와 b 라고 하면 $b^2 - a^2$ 은 4 의 배수이다.

그러므로 P 도 4 의 배수이다. ㉠

다음으로, a^2, b^2, c^2 을 3 으로 나누었을 때 나머지를 알아보자.

a^2, b^2, c^2 을 각각 3 으로 나눈 나머지는 (나)

이므로 a^2, b^2, c^2 중에는 3 으로 나눈 나머지가 같은 것이 적어도 2 개가 있다.

그러므로 P 는 3 의 배수이다. ㉡

㉠과 ㉡으로부터 P 는 12 의 배수이다.

위의 증명에서 (가), (나)에 알맞은 것은? [2점]

- | (가) | (나) |
|------------|--------|
| ① 모두 | 0 또는 1 |
| ② 모두 | 1 또는 2 |
| ③ 적어도 2 개가 | 0 또는 1 |
| ④ 적어도 2 개가 | 0 또는 2 |
| ⑤ 적어도 2 개가 | 1 또는 2 |

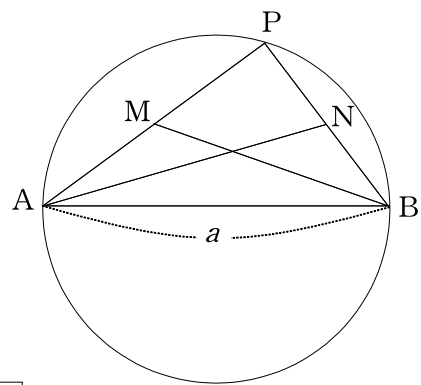
19. 그림과 같이 길이가 a 인

선분 AB 를 지름으로 하는 원 위를 움직이는 점 P 가 있다. 선분 PA 와 선분 PB 의 중점을 각각 M 과 N 이라고 하면,

$PA^2 + PB^2 =$ (가) 이다.

따라서 $AN^2 + BM^2 =$ (나) 이므로

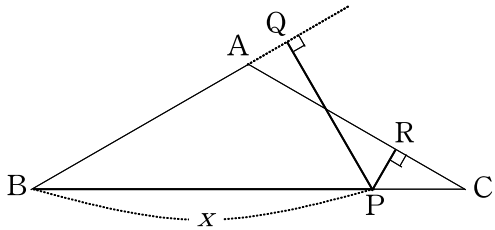
$AN \cdot BM$ 의 최대값은 (다) 이다.



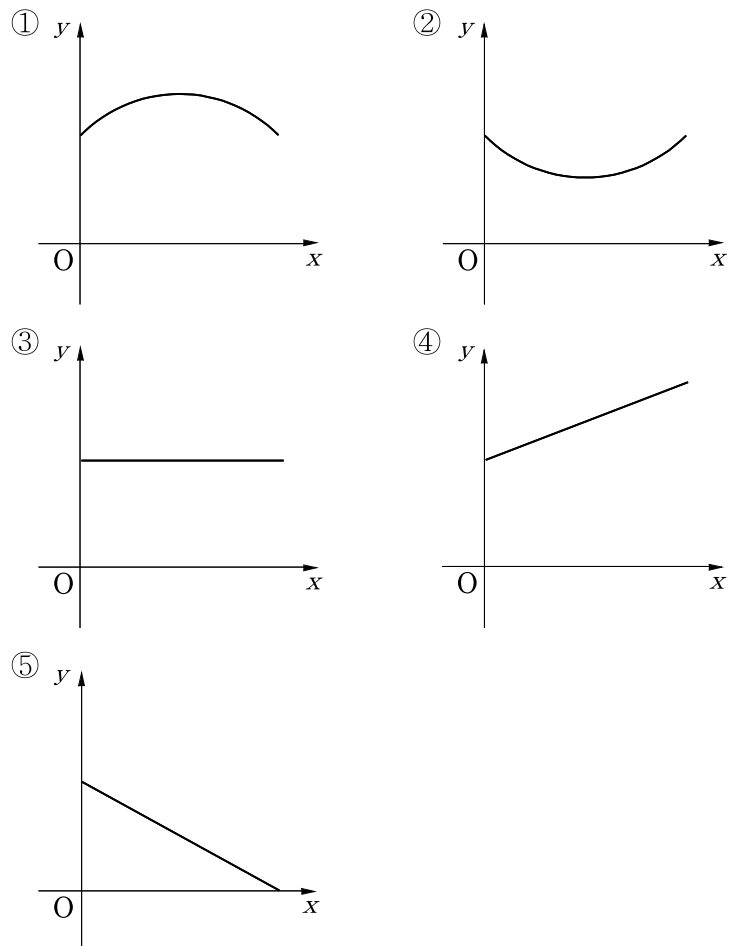
위의 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [3점]

- | (가) | (나) | (다) |
|----------|------------------|-------------------------|
| ① a^2 | $\frac{5}{4}a^2$ | $\frac{\sqrt{5}}{2}a^2$ |
| ② a^2 | $\frac{5}{4}a^2$ | $\frac{5}{8}a^2$ |
| ③ a^2 | $\frac{3}{2}a^2$ | $\frac{3}{4}a^2$ |
| ④ $2a^2$ | $\frac{3}{2}a^2$ | $\frac{\sqrt{5}}{2}a^2$ |
| ⑤ $2a^2$ | $\frac{5}{4}a^2$ | $\frac{5}{8}a^2$ |

20. 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 의 변 BC 위를 움직이는 점 P 가 있다. 점 P 에서 변 AB 또는 그 연장선에 내린 수선의 발을 Q , 변 AC 또는 그 연장선에 내린 수선의 발을 R 라고 하자.



$\overline{BP} = x$ 와 $\overline{PQ} + \overline{PR} = y$ 에 대하여 y 를 x 의 함수로 나타낼 때, 그 그래프의 개형은? [3점]



21. 좌표평면에서 중심이 (a, b) 이고 x 축에 접하는 원이 두 점 $A(0, 5)$ 와 $B(8, 1)$ 을 지난다. 이때, 원의 중심 (a, b) 와 직선 AB 사이의 거리는? (단, $0 \leq a \leq 8$) [3점]

- ① $\sqrt{3}$ ② $\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{6}$ ④ $\sqrt{7}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

22. 겨울철에 바람이 불면 바람이 불지 않을 때보다 더 춥게 느껴진다. 이와 같이 실제 느껴지는 온도를 체감온도라고 하며, 기온을 t , 풍속을 v , 복사량을 I 라고 할 때 체감온도 T 는 다음과 같다고 한다.

$$T = t - 4\sqrt{v} + 12I$$

어느 해의 대학수학능력시험 날, 어떤 지역의 오후의 기온은 오전보다 6도 상승했지만 오후의 풍속이 오전의 4배가 되어 체감온도는 변하지 않았다. 이 지역의 그날 오전의 풍속은? (단, 그날 오전과 오후의 복사량 I 의 값은 같았다.) [3점]

- ① 3 ② 2.75 ③ 2.5
④ 2.25 ⑤ 2

23. 광통신에서는 광섬유를 이용하여 신호를 먼 곳까지 보낸다.

신호가 광섬유를 1 km 지날 때마다 신호의 세기는 1 km 전의 세기의 99%가 된다고 하자. 신호의 세기가 처음 세기의 $\frac{1}{2}$ 이 되는 곳에 중계소를 설치하려고 할 때, 처음 신호를 보내는 곳에서 중계소까지 광섬유의 길이는 약 몇 km인가? (단, $\log 2 = 0.3010$, $\log 9.9 = 0.9956$ 으로 계산한다.) [3점]

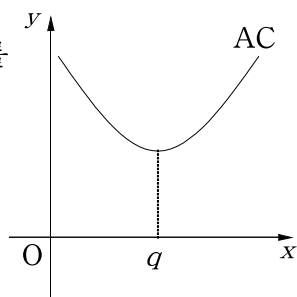
- ① 68 ② 78 ③ 88 ④ 98 ⑤ 108

24. 어떤 제품의 생산량이 x 일 때

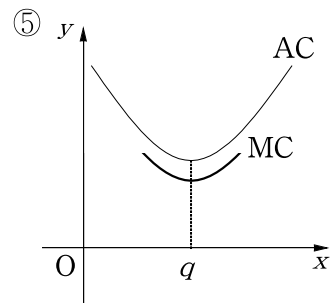
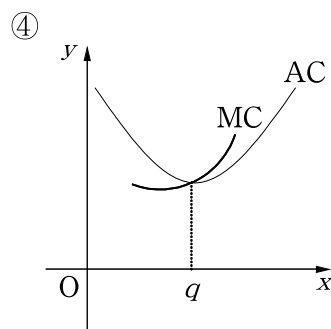
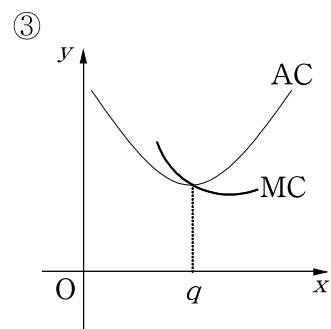
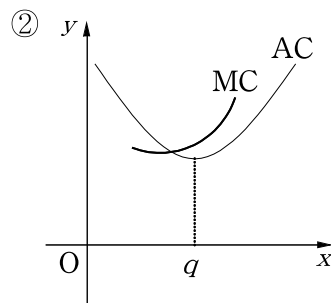
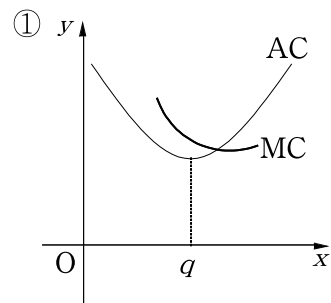
생산비를 $f(x)$ 라고 하자. 이때, $\frac{f(x)}{x}$ 를

평균생산비라 하고, AC로 나타낸다.

또, $f(x)$ 가 미분가능하면 $f'(x)$ 를
생산량이 x 일 때의 한계생산비라 하고
MC로 나타낸다.



평균생산비 $AC = \frac{f(x)}{x}$ 의 그래프가 그림과 같고 $x=q$ 에서
극소값을 가질 때, $x=q$ 근방에서 한계생산비 $MC = f'(x)$ 의
그래프의 개형은? [3점]



주관식 문항 (25~30)

25. 전체집합 U 의 두 부분집합 A 와 B 에 대하여

$$A \cap B^c = A, \quad n(A) = 9, \quad n(B) = 14$$

일 때, $n(A \cup B)$ 의 값을 구하시오. (단, $n(X)$ 는 집합 X 의
원소의 개수이다.) [2점]

26. 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{1+(-1)^n}{3} \right\}^n$ 의 합을 S 라고 할 때, $20S$ 의
값을 구하시오. [3점]

27. 다항식 $f(x) = x^3 + x^2 + 2x + 1$ 에 대하여 $f(x)$ 를 $x - a$ 로 나누었을 때의 나머지를 R_1 , $f(x)$ 를 $x + a$ 로 나누었을 때의 나머지를 R_2 라고 하자. $R_1 + R_2 = 6$ 일 때, $f(x)$ 를 $x - a^2$ 으로 나눈 나머지를 구하시오. [3점]

28. 방정식 $x^3 = 1$ 의 한 허근을 ω 라고 할 때, 자연수 n 에 대하여 함수 $f(n)$ 을 다음과 같이 정의한다.

$$f(n) = \frac{\omega^{2n}}{\omega^n + 1}$$

이때, $f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(20)$ 의 값을 구하시오. [3점]

29. x 에 대한 방정식 $\ln x - x + 20 - n = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 자연수 n 의 개수를 구하시오. [3점]

30. 다음은 첫째 항이 $a - 15d$, 공차가 d , 항의 개수가 31 인 등차수열이다.

$$a - 15d, \cdots, a - d, a, a + d, \cdots, a + 15d$$

위 항들의 값의 표준편차를 σ 라고 할 때, $\frac{\sigma}{d}$ 의 값을 소수점 아래 둘째 자리까지 구하시오.

(단, $d > 0$ 이고 $\sqrt{5} = 2.24$ 로 계산한다.) [3점]

* 확인 사항

- 문제지와 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 문제지와 답안지를 함께 제출합니다. 답안지는 오른쪽에 문제지는 왼쪽에 놓으시오.