

2003학년도 대학수학능력시험 문제지

제 2 교시

수리 영역

인문계

성명

수험번호

—

홀수형

1

- 먼저 수험생이 선택한 계열의 문제인지 확인하십시오.
- 문제지에 성명과 수험 번호를 정확히 기입하십시오.
- 답안지에 수험 번호, 응시 계열, 문형, 답을 표기할 때에는 반드시 ‘수험생이 지켜야 할 일’에 따라 표기하십시오.
- 주관식 답의 숫자에 0이 포함된 경우, 0을 OMR 답안지에 반드시 표기해야 합니다.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점 또는 3점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

1. $\sqrt[3]{2} \times \sqrt[6]{16}$ 을 간단히 하면? [2점]

- ① 2 ② 4 ③ $\sqrt{2}$ ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $2\sqrt[3]{2}$

2. 이차방정식 $x^2-5x-2=0$ 의 두 근을 α 와 β 라 할 때,
 $\frac{1}{\alpha+1} + \frac{1}{\beta+1}$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 3 ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{7}{4}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

3. 함수 $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ 에 대하여 $(f \circ f)(10)$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{9}{10}$ ③ $\frac{10}{9}$ ④ 9 ⑤ 10

4. 두 행렬 $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 과 $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ 이 있다. 두 상수 a 와 b 가

$(E+2A)^2 = aE + bA$ 를 만족시킬 때, $a+b$ 의 값은? [2점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

5. 전체집합 U 의 세 부분집합 P, Q, R 가 각각 세 조건 p, q, r 의 진리집합이고, 두 명제 $p \rightarrow q$ 와 $q \rightarrow r$ 가 모두 참일 때, <보기> 중 옳은 것을 모두 고르면? [2점]

—<보 기>—

- ㄱ. $P \subset R$
 ㄴ. $(P \cup Q) \subset R^c$
 ㄷ. $(P^c \cap R^c) \subset Q^c$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

6. 두 상수 a 와 b 에 대하여 부등식 $x^2 + ax + b \leq 0$ 의 해가 $-1 \leq x \leq 3$ 일 때, 부등식 $x^2 - ax + b \leq 0$ 의 해는? [2점]

- ① $-3 \leq x \leq -1$ ② $-2 \leq x \leq 2$ ③ $-3 \leq x \leq 1$
 ④ $-1 \leq x \leq 2$ ⑤ $1 \leq x \leq 3$

7. 두 상수 a 와 b 에 대하여 두 다항식 $x^2 + x + a$ 와 $x^2 - ax + b$ 의 최대공약수가 $x - 1$ 일 때, $a + b$ 의 값은? [2점]

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

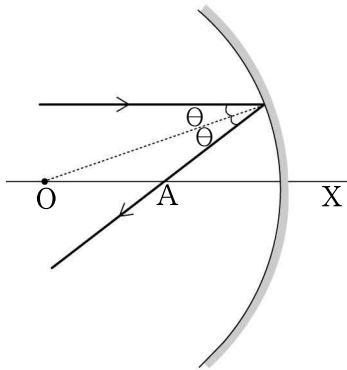
8. 곡선 $y = \sqrt{x}$ 와 x 축 및 직선 $x = 4$ 로 둘러싸인 도형을 x 축을 중심으로 회전시켜 얻은 회전체의 부피는? [3점]

- ① 8π ② 7π ③ 6π ④ 5π ⑤ 4π

9. 중심이 O 이고 반지름의 길이가

R 인 구면거울이 있다. 그림과 같이 OX 축에 평행하게 입사된 빛이 거울에 반사된 후 축과 만나는 점을 A 라고 할 때, 선분 OA 의 길이는?

(단, 입사각과 반사각의 크기는 θ 로 같고, $0^\circ < \theta < 20^\circ$ 이다.) [2점]



- ① $\frac{R}{2\cos\theta}$ ② $\frac{R}{2\sin\theta}$
 ③ $R(1 - \cos\theta)$ ④ $\frac{R}{2\cos 2\theta}$
 ⑤ $\frac{R}{2\sin 2\theta}$

10. $(z-1)^2$ 이 실수가 되는 복소수 z 전체의 집합을 A 라고 할 때, <보기> 중 옳은 것을 모두 고르면? [3점]

<보 기>

ㄱ. $z \in A$ 이면 $z-1$ 은 순허수이다.
 ㄴ. $z \in A$ 이면 $\bar{z} \in A$ 이다.
 (단, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수이다.)
 ㄷ. $z_1 \in A$ 이고 $z_2 \in A$ 이면 $z_1 z_2 \in A$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

11. A 와 B 두 팀이 축구 경기에서 연장전까지 $0:0$ 으로 승부를 가리지 못하여 승부차기를 하였다. 각 팀당 5 명의 선수가 A 팀부터 시작하여 1 명씩 교대로 승부차기를 할 때, B 팀이 $5:4$ 로 이길 확률은? (단, 각 선수의 승부차기는 독립시행이고 성공할 확률은 0.8 이다.) [3점]

- ① 0.2×0.8^8 ② 0.8^8 ③ 0.2×0.8^9
 ④ 0.8^9 ⑤ 0.8^{10}

12. 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 에 대하여 함수 $h(x)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$h(x) = \frac{1}{3} f(x) + \frac{2}{3} g(x)$$

<보기> 중 옳은 것을 모두 고르면? [3점]

<보 기>

ㄱ. $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 그래프가 어떤 점에서 만나면 $y = h(x)$ 의 그래프는 그 교점을 지난다.
 ㄴ. $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 그래프가 모두 y 축에 대하여 대칭이면 $y = h(x)$ 의 그래프도 y 축에 대하여 대칭이다.
 ㄷ. $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 가 모두 일대일 대응이면 $y = h(x)$ 도 일대일 대응이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

13. 양의 실수 a 와 b 에 대하여 집합 A 와 B 를 다음과 같이 정의한다.

$$A = \{x \mid (x-a)(x+a) \leq 0\}$$

$$B = \{x \mid |x-1| \leq b\}$$

이때, $A \cap B = \emptyset$ 이기 위한 필요충분조건은? [3점]

- ① $a-b < 1$ ② $a-b > 1$ ③ $a+b=1$
 ④ $a+b < 1$ ⑤ $a+b > 1$

14. n 이 자연수일 때, <보기>의 부등식 중 항상 성립하는 것을 모두 고르면? [3점]

—<보 기>—

㉠. $\log_2(n+3) > \log_2(n+2)$

㉡. $\log_2(n+2) > \log_3(n+2)$

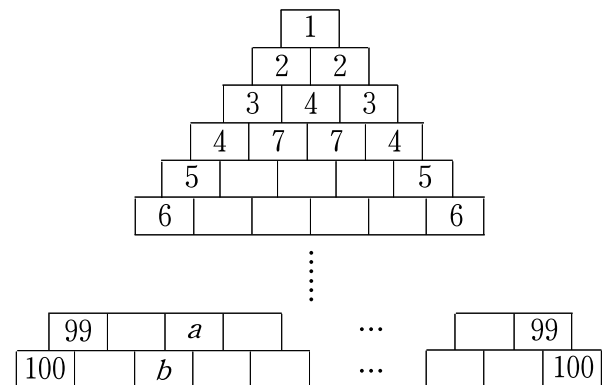
㉢. $\log_2(n+2) > \log_3(n+3)$

- ① ㉠ ② ㉠, ㉡ ③ ㉠, ㉢
 ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

15. 그림과 같이 제 1 행에는 1개, 제 2 행에는 2개, ..., 제 100 행에는 100 개의 직사각형을 나열하고 그 안에 다음과 같은 규칙으로 수를 써 넣었다.

(규칙 1) 각 행의 양쪽 끝 직사각형에는 1부터 100까지의 자연수를 순서대로 써 넣는다.

(규칙 2) 각 행의 안쪽 직사각형에는 바로 위 행의 인접한 직사각형에 쓰인 두 수의 합을 써 넣는다.



이때, $b-a$ 의 값은? [3점]

- ① 4878 ② 4872 ③ 4864
 ④ 4858 ⑤ 4852

16. 그림과 같이

삼차함수 $y=f(x)$ 가

극대값 $f(1)=1$ 과

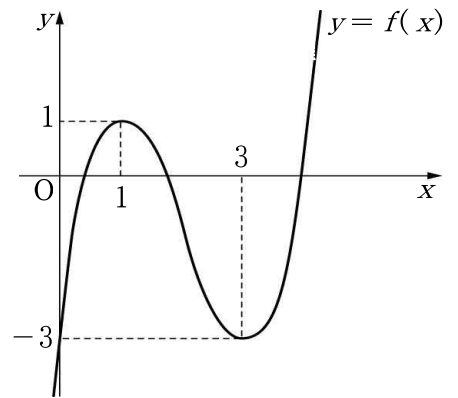
극소값 $f(3)=-3$ 을

가지며, $f(0)=-3$ 이다.

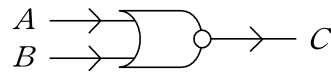
이때, $\int_0^3 |f'(x)| dx$ 의

값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

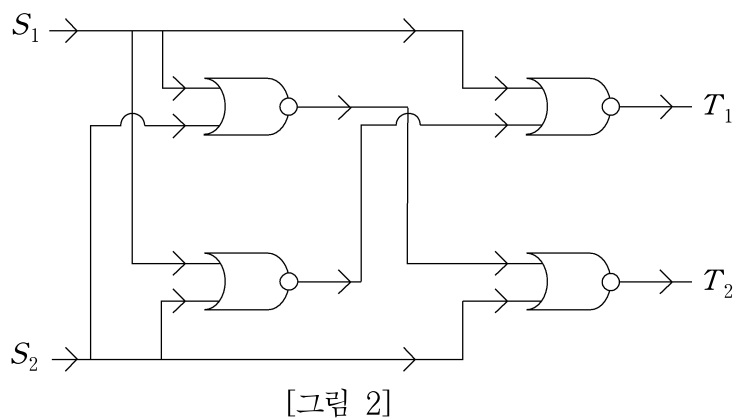


17. [그림 1]의 연산장치는 입력값이 A 와 B 일 때 출력값 C 를 표에 주어진 것과 같이 결정한다. 이 연산장치 4개를 [그림 2]와 같이 연결하였다.



A	B	C
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

[그림 1]



출력값이 $T_1=1$, $T_2=0$ 이 되는 입력값 S_1 , S_2 를
 <보기> 중에서 모두 고르면? [3점]

<보 기>			
㉠. $S_1=0$, $S_2=0$	㉡. $S_1=0$, $S_2=1$		
㉢. $S_1=1$, $S_2=0$	㉣. $S_1=1$, $S_2=1$		

- ① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉡

④ ㉢, ㉣

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

18. 다음은 세 자연수 a, b, c ($a < b < c$)에 대하여

$$P = (b^2 - a^2)(c^2 - a^2)(c^2 - b^2)$$

이 12의 배수임을 증명한 것이다.

<증명>

a, b, c 를 각각 2로 나누었을 때 나머지는 (가) 같다. 이 중 나머지가 같은 두 수를 a 와 b 라고 하면 $b^2 - a^2$ 은 4의 배수이다.

그러므로 P 도 4의 배수이다. ㉠

다음으로, a^2, b^2, c^2 을 3으로 나누었을 때 나머지를 알아보자.

a^2, b^2, c^2 을 각각 3으로 나눈 나머지는 (나) ...

이므로 a^2, b^2, c^2 중에는 3으로 나눈 나머지가 같은 것이 적어도 2개가 있다.

그러므로 P 는 3의 배수이다. ㉡

㉠과 ㉡으로부터 P 는 12의 배수이다.

위의 증명에서 (가), (나)에 알맞은 것은? [2점]

- | (가) | (나) |
|----------|--------|
| ① 모두 | 0 또는 1 |
| ② 모두 | 1 또는 2 |
| ③ 적어도 2개 | 0 또는 1 |
| ④ 적어도 2개 | 0 또는 2 |
| ⑤ 적어도 2개 | 1 또는 2 |

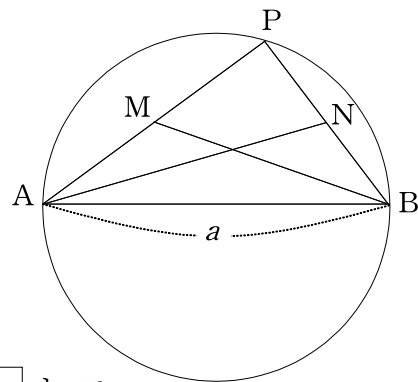
19. 그림과 같이 길이가 a 인

선분 AB 를 지름으로 하는
 원 위의 움직이는 점 P 가
 있다. 선분 PA 와
 선분 PB 의 중점을 각각
 M 과 N 이라고 하면,

$\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 =$ (가) 이다.

따라서 $\overline{AN}^2 + \overline{BM}^2 =$ (나) 이므로

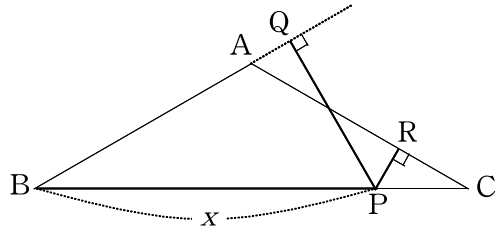
$\overline{AN} \cdot \overline{BM}$ 의 최대값은 (다) 이다.



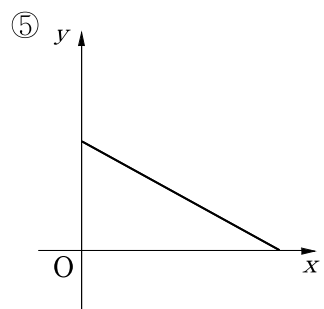
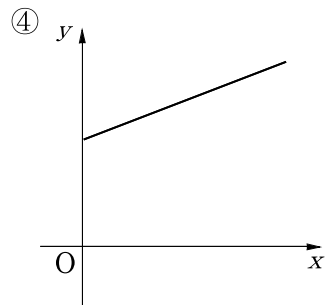
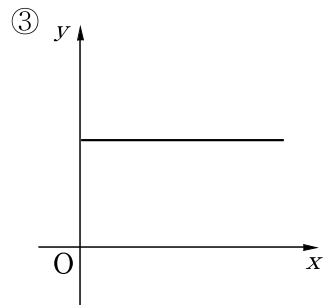
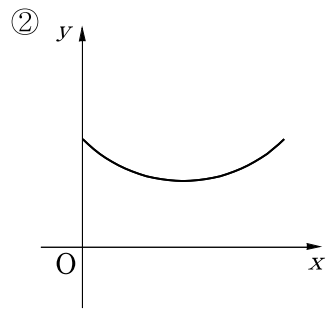
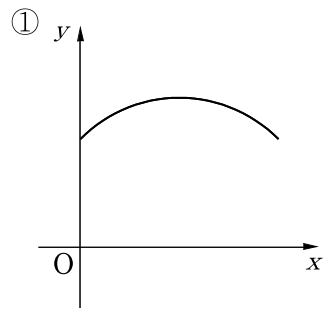
위의 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [3점]

- | (가) | (나) | (다) |
|----------|------------------|-------------------------|
| ① a^2 | $\frac{5}{4}a^2$ | $\frac{\sqrt{5}}{2}a^2$ |
| ② a^2 | $\frac{5}{4}a^2$ | $\frac{5}{8}a^2$ |
| ③ a^2 | $\frac{3}{2}a^2$ | $\frac{3}{4}a^2$ |
| ④ $2a^2$ | $\frac{3}{2}a^2$ | $\frac{\sqrt{5}}{2}a^2$ |
| ⑤ $2a^2$ | $\frac{5}{4}a^2$ | $\frac{5}{8}a^2$ |

20. 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 의 변 BC 위를 움직이는 점 P 가 있다. 점 P 에서 변 AB 또는 그 연장선에 내린 수선의 발을 Q , 변 AC 또는 그 연장선에 내린 수선의 발을 R 라고 하자.



$\overline{BP} = x$ 와 $\overline{PQ} + \overline{PR} = y$ 에 대하여 y 를 x 의 함수로 나타낼 때, 그 그래프의 개형은? [3점]



21. 좌표평면에서 중심이 (a, b) 이고 x 축에 접하는 원이

두 점 $A(0, 5)$ 와 $B(8, 1)$ 을 지난다.

이때, 원의 중심 (a, b) 와 직선 AB 사이의 거리는?

(단, $0 \leq a \leq 8$) [3점]

- ① $\sqrt{3}$ ② $\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{6}$ ④ $\sqrt{7}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

22. 겨울철에 바람이 불면 바람이 불지 않을 때보다 더 춥게 느껴진다. 이와 같이 실제 느껴지는 온도를 체감온도라고 하며, 기온을 t , 풍속을 v , 복사량을 I 라고 할 때 체감온도 T 는 다음과 같다고 한다.

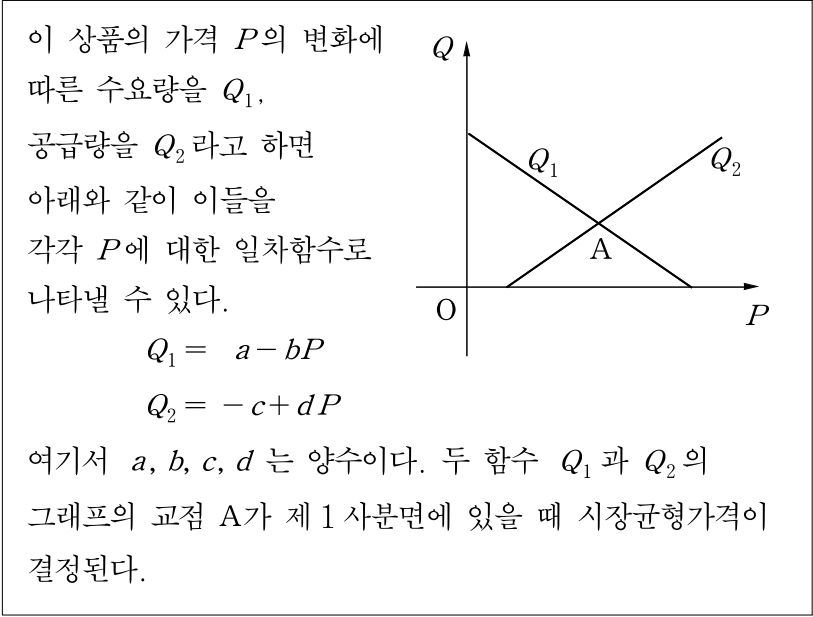
$$T = t - 4\sqrt{v} + 12I$$

어느 해의 대학수학능력시험 날, 어떤 지역의 오후의 기온은 오전보다 6도 상승했지만 오후의 풍속이 오전의 4배가 되어 체감온도는 변하지 않았다. 이 지역의 그날 오전의 풍속은? (단, 그날 오전과 오후의 복사량 I 의 값은 같았다.) [3점]

- ① 3 ② 2.75 ③ 2.5
④ 2.25 ⑤ 2

23. 광통신에서는 광섬유를 이용하여 신호를 먼 곳까지 보낸다. 신호가 광섬유를 1 km 지날 때마다 신호의 세기는 1 km 전의 세기의 99%가 된다고 하자. 신호의 세기가 처음 세기의 $\frac{1}{2}$ 이 되는 곳에 중계소를 설치하려고 할 때, 처음 신호를 보내는 곳에서 중계소까지 광섬유의 길이는 약 몇 km인가? (단, $\log 2 = 0.3010$, $\log 9.9 = 0.9956$ 으로 계산한다.) [3점]
- ① 68 ② 78 ③ 88 ④ 98 ⑤ 108

24. 다음은 어떤 상품의 수요와 공급에 관한 시장균형모형을 설명한 것이다.



- 위의 모형에서 시장균형가격이 결정되기 위한 a, b, c, d 사이의 관계로 알맞은 것은? [3점]
- ① $ad - bc = 0$ ② $ac - bd = 0$
 ③ $ad - bc > 0$ ④ $ad - bc < 0$
 ⑤ $ac - bd > 0$

주관식 문항 (25~30)

25. 전체집합 U 의 두 부분집합 A 와 B 에 대하여
- $$A \cap B^c = A, \quad n(A) = 9, \quad n(B) = 14$$
- 일 때, $n(A \cup B)$ 의 값을 구하시오. (단, $n(X)$ 는 집합 X 의 원소의 개수이다.) [2점]

26. 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{1 + (-1)^n}{3} \right\}^n$ 의 합을 S 라고 할 때, $20S$ 의 값을 구하시오. [3점]

27. 다항식 $f(x) = x^3 + x^2 + 2x + 1$ 에 대하여 $f(x)$ 를 $x - a$ 로 나누었을 때의 나머지를 R_1 , $f(x)$ 를 $x + a$ 로 나누었을 때의 나머지를 R_2 라고 하자. $R_1 + R_2 = 6$ 일 때, $f(x)$ 를 $x - a^2$ 으로 나눈 나머지를 구하시오. [3점]

28. 방정식 $x^3 = 1$ 의 한 허근을 ω 라고 할 때, 자연수 n 에 대하여 함수 $f(n)$ 을 다음과 같이 정의한다.

$$f(n) = \frac{\omega^{2n}}{\omega^n + 1}$$

이때, $f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(20)$ 의 값을 구하시오. [3점]

29. x 에 대한 삼차방정식 $x^3 - 6x^2 - n = 0$ 이 서로 다른 세 실근을 갖도록 하는 정수 n 의 개수를 구하시오. [3점]

30. 다음은 첫째 항이 $a - 15d$, 공차가 d , 항의 개수가 31 인 등차수열이다.

$$a - 15d, \cdots, a - d, a, a + d, \cdots, a + 15d$$

위 항들의 값의 표준편차를 σ 라고 할 때, $\frac{\sigma}{d}$ 의 값을 소수점

아래 둘째 자리까지 구하시오.

(단, $d > 0$ 이고 $\sqrt{5} = 2.24$ 로 계산한다.) [3점]

* 확인 사항

- 문제지와 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 문제지와 답안지를 함께 제출합니다. 답안지는 오른쪽에 문제지는 왼쪽에 놓으시오.