

년도	2002 11월 6일
대상	고3 자연계

1. $\times \sqrt{16}$ 을 간단히 하면?

[2점][2003학년도 수능]

- ① 2 ② 4 ③ $\sqrt{2}$
④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

2. 이차방정식 $x^2 - 5x - 2 = 0$ 의 두 근을 α 와 β 라 할 때, $\frac{1}{\alpha+1} + \frac{1}{\beta+1}$ 의 값은?

[2점][2003학년도 수능]

- ① 2 ② 3 ③ $\frac{3}{2}$
④ $\frac{7}{4}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

3. 두 벡터 $\vec{a} = (-1, 3)$ 과 $\vec{b} = (2, 1)$ 에 대하여 내적 $\vec{a} \cdot (\vec{a} + \vec{b})$ 의 값은?

[2점][2003학년도 수능]

- ① 11 ② 13 ③ 15
④ 17 ⑤ 19

4. 두 행렬 $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 과 $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ 이 있다. 두 상수 a 와 b 가 $(E+2A)^2 = aE+bA$ 를 만족시킬 때, $a+b$ 의 값은?

[2점][2003학년도 수능]

- ① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

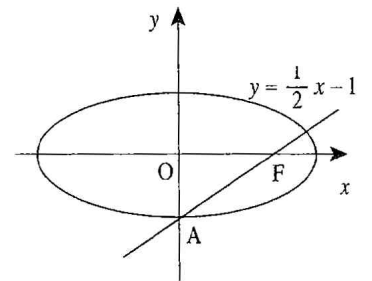
5. 그림과 같이 원점을

중심으로 하는 타원의 한 초점을 F라 하고, 이 타원이 y 축과 만나는 한 점을 A라고 하자. 직선 AF의 방정식이 $y = \frac{1}{2}x - 1$ 일 때,

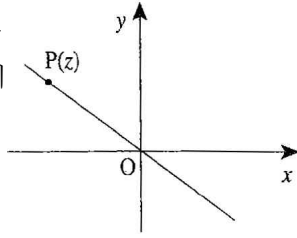
이 타원의 장축의 길이는?

[2점][2003학년도 수능]

- ① $4\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{7}$ ③ 5
④ $2\sqrt{6}$ ⑤ $2\sqrt{5}$



6. 복소평면 위에서 어떤 복소수를 나타내는 점 P의 위치가 그림과 같을 때, <보기> 중에서 직선 OP 위에 있는 복소수를 모두 고르면?
(단, z 는 z 의 켤레복소수이다.)



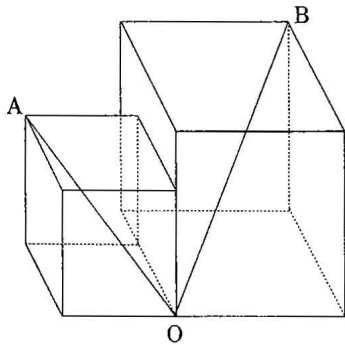
[2점][2003학년도 수능]

[보 기]			
ㄱ. $\bar{z}$		ㄴ. $-z$	
ㄷ. $\frac{1}{z}$		ㄹ. $-\frac{1}{z}$	

- ① ㄱ, ㄴ ② ㄱ, ㄷ ③ ㄴ, ㄹ
④ ㄴ, ㄹ ⑤ ㄷ, ㄹ

7. 한 모서리의 길이가 각각 2와 3인 두 정육면체를 그림과 같이 꼭지점 O와 두 모서리가 겹치도록 붙여 놓았다. 두 정육면체의 대각선 OA와 OB에 대하여 $\angle AOB$ 의 크기를 θ 라고 할 때, $\cos\theta$ 의 값은?

[2점][2003학년도 수능]



- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{5}$
④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

8. 함수 $f(x)$ 는 연속함수이고 모든 실수 x 에 대하여 다음 등식이 성립한다.

$$f(x) - 2 \int_0^x e^t f(t) dt = 1$$

이때, $f''(0)$ 의 값은?

(단, e 는 자연로그의 밑이고, $f''(x)$ 는 $f(x)$ 의 이계도함수이다.)

[3점][2003학년도 수능]

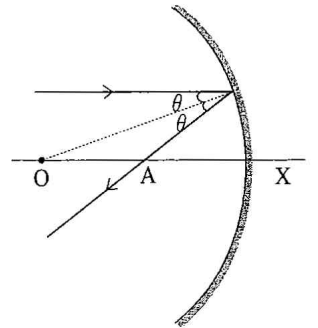
- ① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

9. 중심이 O이고 반지름의

길이가 R인 구면거울이 있다.

그림과 같이 OX축에 평행하게 입사된 빛이 거울에 반사된 후 축과 만나는 점을 A라고 할 때, 선분 OA의 길이는?

(단, 입사각과 반사각의 크기는 θ 로 같고, $0^\circ < \theta < 20^\circ$ 이다.)



[2점][2003학년도 수능]

- ① $\frac{R}{2\cos\theta}$ ② $\frac{R}{2\sin\theta}$ ③ $R(1 - \cos\theta)$
④ $\frac{R}{2\cos 2\theta}$ ⑤ $\frac{R}{2\sin 2\theta}$

- 10.** 제 사분면 위의 점 $P(x_0, y_0)$ 이 주어졌을 때, 자연수 n 에 대하여 점 $P_n(x_n, y_n)$ 을 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{pmatrix} x_{2n-1} \\ y_{2n-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos 45^\circ & -\sin 45^\circ \\ \sin 45^\circ & \cos 45^\circ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{2n-2} \\ y_{2n-2} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_{2n} \\ y_{2n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{2n-1} \\ y_{2n-1} \end{pmatrix}$$

이때, 점 P_{2003} 의 좌표는?

[3점][2003학년도 수능]

- ① (x_0, y_0) ② $(x_0, -y_0)$
 ③ $\left(\frac{x_0 - y_0}{2}, \frac{x_0 + y_0}{\sqrt{2}}\right)$ ④ $\left(\frac{x_0 + y_0}{\sqrt{2}}, \frac{x_0 - y_0}{\sqrt{2}}\right)$
 ⑤ $\left(\frac{x_0 + y_0}{\sqrt{2}}, -\frac{x_0 + y_0}{\sqrt{2}}\right)$

- 11.** A와 B 두 팀이 축구 경기에서 연장전까지 0 : 0으로 승부를 가리지 못하여 승부차기를 하였다. 각 팀당 5명의 선수가 A팀부터 시작하여 1명씩 교대로 승부차기를 할 때, B팀이 5 : 4로 이길 확률은? (단, 각 선수의 승부차기는 독립시행이고 성공할 확률은 0.8이다.)

[3점][2003학년도 수능]

- ① 0.2×0.8^8 ② 0.8^8 ③ 0.2×0.8^9
 ④ 0.8^9 ⑤ 0.8^{10}

- 12.** 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 에 대하여 함수 $h(x)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$h(x) = \frac{1}{3}f(x) + \frac{2}{3}g(x)$$

<보기> 중 옳은 것을 모두 고르면?

[3점][2003학년도 수능]

[보 기]

- ㄱ. $y=f(x)$ 와 $y=g(x)$ 의 그래프가 어떤 점에서 만나면 $y=h(x)$ 의 그래프는 그 교점을 지난다.
 ㄴ. $y=f(x)$ 와 $y=g(x)$ 의 그래프가 모두 y 축에 대하여 대칭이면 $y=h(x)$ 의 그래프도 y 축에 대하여 대칭이다.
 ㄷ. $y=f(x)$ 와 $y=g(x)$ 가 모두 일대일 대응이면 $y=h(x)$ 도 일대일 대응이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

- 13.** 실수 a 에 대하여 부등식 $(x-8)(x-15)(x-a) < 0$ 을 만족시키는 자연수 x 의 개수를 $f(a)$ 라고 할 때, $f(a)$ 의 최소값은?

[3점][2003학년도 수능]

- ① 14 ② 12 ③ 10
 ④ 8 ⑤ 6

- 14.** n 이 자연수일 때, <보기>의 부등식 중 항상 성립하는 것을 모두 고르면?

[3점][2003학년도 수능]

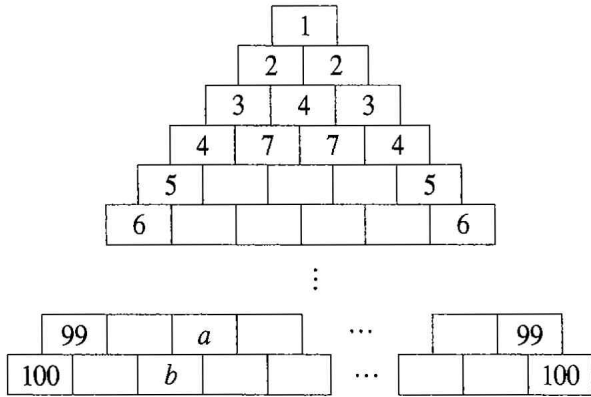
[보 기]

- ㄱ. $\log_2(n+3) > \log_2(n+2)$
 ㄴ. $\log_2(n+2) > \log_3(n+2)$
 ㄷ. $\log_2(n+2) > \log_3(n+3)$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

- 15.** 그림과 같이 제 1행에는 1개, 제2행에는 2개, ..., 제 100행에는 100개의 직사각형을 나열하고 그 안에 다음과 같은 규칙으로 수를 써 넣었다.

(규칙 1) 각 행의 양쪽 끝 직사각형에는 1부터 100까지의 자연수를 순서대로 써 넣는다.
(규칙 2) 각 행의 안쪽 직사각형에는 바로 위 행의 인접한 직사각형에 쓰인 두 수의 합을 써 넣는다.



이때, $b - a$ 의 값은?

[3점][2003학년도 수능]

- ① 4878 ② 4872 ③ 4864
④ 4858 ⑤ 4852

- 16.** 그림과 같이 삼차함

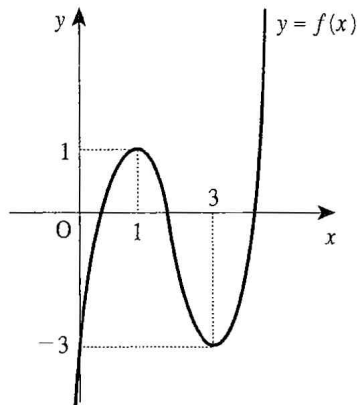
수 $y = f(x)$ 가 극대값 $f(1) = 1$ 과 극소값 $f(3) = -3$ 을 가지며, $f(0) = -3$ 이다.

이때, $\int_0^3 |f'(x)| dx$

값은?

[3점][2003학년도 수능]

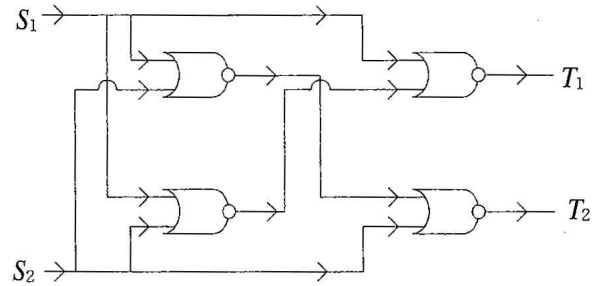
- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10



- 17.** [그림1]의 연산장치는 입력값이 A 와 B 일 때 출력값 C 를 표에 주어진 것과 같이 결정한다. 이 연산장치 4개를 [그림2]와 같이 연결하였다.

A	B	C
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

[그림 1]



[그림 2]

출력값이 $T_1 = 1$, $T_2 = 0$ 이 되는 입력값 S_1, S_2 를 <보기> 중에서 모두 고르면?

[3점][2003학년도 수능]

[보 기]

ㄱ. $S_1 = 0, S_2 = 0$ ㄴ. $S_1 = 0, S_2 = 1$
ㄷ. $S_1 = 1, S_2 = 0$ ㄹ. $S_1 = 1, S_2 = 1$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄷ, ㄹ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. 다음은 세 자연수 a, b, c ($a < b < c$)에 대하여 $= (b - a^2)(c^2 - a^2)(c^2 - b^2)$ 이 12의 배수임을 증명한 것이다.

[증명]

a, b, c 를 각각 2로 나누었을 때 나머지는 같다.

이 중 나머지가 같은 두 수를 a 와 b 라고 하면 $b^2 - a^2$ 은 4의 배수이다.

그러므로 P 도 4의 배수이다. ㉠

다음으로, a^2, b^2, c^2 을 3으로 나누었을 때 나머지를 알아보자.

a^2, b^2, c^2 을 각각 3으로 나눈 나머지는

이므로 a^2, b^2, c^2 중에는 3으로 나눈 나머지가 같은 것이 적어도 2개가 있다.

그러므로 P 는 3의 배수이다. ㉡

㉠과 ㉡으로부터 P 는 12의 배수이다.

위의 증명에서 (가), (나)에 알맞은 것은?

[2점][2003학년도 수능]

- | (가) | (나) |
|----------|--------|
| ① 모두 | 0 또는 1 |
| ② 모두 | 1 또는 2 |
| ③ 적어도 2개 | 0 또는 1 |
| ④ 적어도 2개 | 0 또는 2 |
| ⑤ 적어도 2개 | 1 또는 2 |

19. 그림과 같이 길이가 a 인

선분 AB 를 지름으로 하는 원 위의 움직이는 점 P 가 있다. 선분 PA 와 선분 PB 의 중점을 각각 M 과 N 이라고 하면,

$PA^2 + PB^2 =$ (가) 이다.

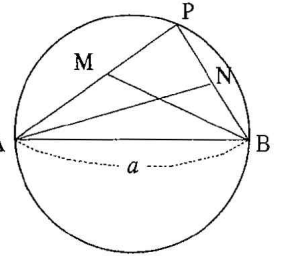
따라서 $AN^2 + BM^2 =$ (나) 이므로

$\overline{AN} \cdot \overline{BM}$ 의 최대값은 (다) 이다.

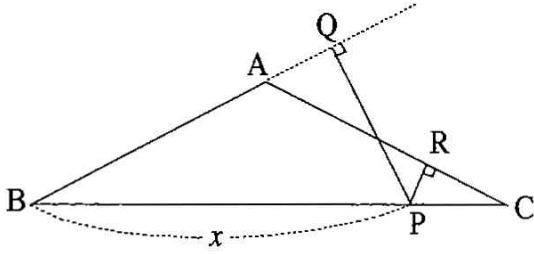
위의 (가), (나), (다)에 알맞은 것은?

[3점][2003학년도 수능]

- | (가) | (나) | (다) |
|----------|------------------|-------------------------|
| ① a^2 | $\frac{5}{4}a^2$ | $\frac{5}{2}a^2$ |
| ② a^2 | $\frac{5}{4}a^2$ | $\frac{5}{8}a^2$ |
| ③ a^2 | $\frac{3}{2}a^2$ | $\frac{3}{4}a^2$ |
| ④ $2a^2$ | $\frac{3}{2}a^2$ | $\frac{\sqrt{5}}{2}a^2$ |
| ⑤ $2a^2$ | $\frac{5}{4}a^2$ | $\frac{5}{8}a^2$ |

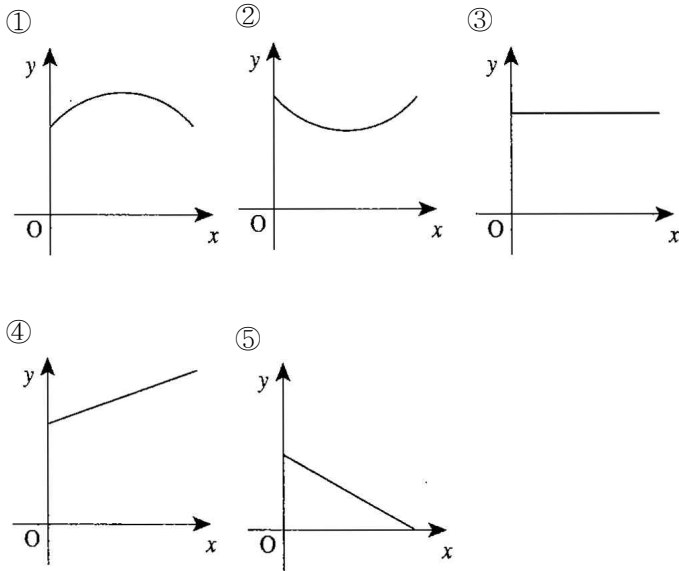


- 20.** 그림과 같이 $AB = AC$ 인 이등변삼각형 ABC 의 변 BC 위를 움직이는 점 P 가 있다. 점 P 에서 변 AB 또는 그 연장선에 내린 수선의 발을 Q , 변 AC 또는 그 연장선에 내린 수선의 발을 R 라고 하자.



$BP = x$ 와 $PQ + PR = y$ 에 대하여 y 를 x 의 함수로 나타낼 때, 그 그래프의 개형은?

[3점][2003학년도 수능]



- 21.** 좌표평면에서 중심이 (a, b) 이고 x 축에 접하는 원이 두 점 $A(0, 5)$ 와 $B(8, 1)$ 을 지난다. 이때, 원의 중심 (a, b) 와 직선 AB 사이의 거리는?
(단, $0 \leq a \leq 8$)

[3점][2003학년도 수능]

- ① 3 ② $\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{6}$
④ $\sqrt{7}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

- 22.** 겨울철에 바람이 불면 바람이 불지 않을 때보다 더 춥게 느껴진다. 이와 같이 실제 느껴지는 온도를 체감온도라고 하며, 기온을 t , 풍속을 v , 복사량을 I 라고 할 때 체감온도 T 는 다음과 같다고 한다.

$$T = t - 4\sqrt{v} + 12I$$

어느 해의 대학수학능력시험 날, 어떤 지역의 오후의 기온은 오전보다 6도 상승했지만 오후의 풍속이 오전의 4배가 되어 체감온도는 변하지 않았다. 이 지역의 그날 오전의 풍속은?

(단, 그날 오전과 오후의 복사량 I 의 값은 같았다.)

[3점][2003학년도 수능]

- ① 3 ② 2.75 ③ 2.5
④ 2.25 ⑤ 2

- 23.** 광통신에서는 광섬유를 이용하여 신호를 먼 곳까지 보낸다. 신호가 광섬유를 1km 지날 때마다 신호의 세기는 1km 전의 세기의 99%가 된다고 하자.

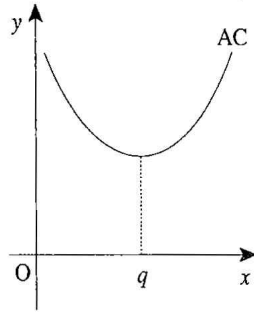
신호의 세기가 처음 세기의 $\frac{1}{2}$ 이 되는 곳에 중계소를 설치하려고 할 때, 처음 신호를 보내는 곳에서 중계소까지 광섬유의 길이는 약 몇 km인가?

(단, $\log 2 = 0.3010$, $\log 9.9 = 0.9956$ 으로 계산한다.)

[3점][2003학년도 수능]

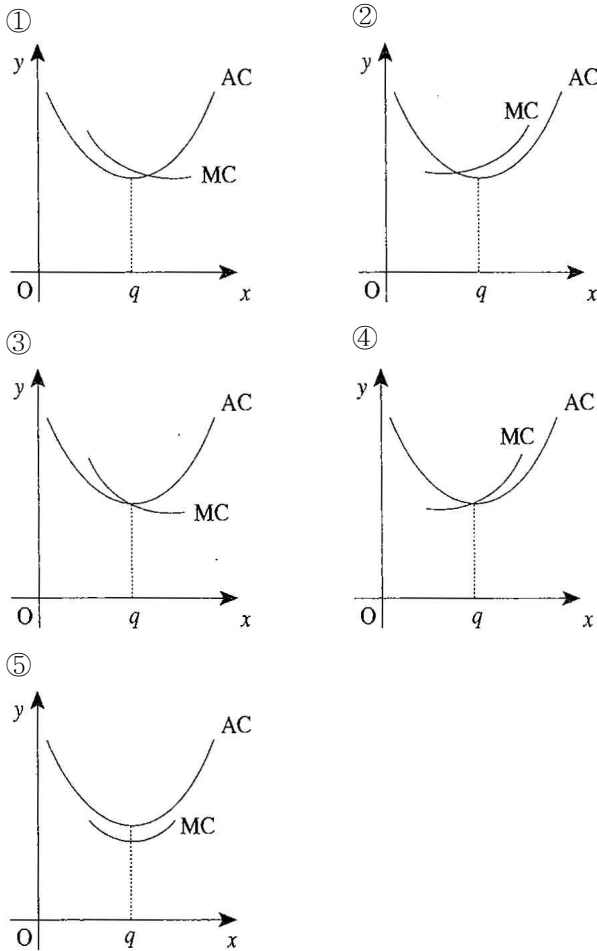
- ① 68 ② 78 ③ 88
④ 98 ⑤ 108

- 24.** 어떤 제품의 생산량이 일 때 생산비를 $f(x)$ 라고 하자.
 이때, $\frac{f(x)}{x}$ 를 평균생산비라 하고, AC로 나타낸다.
 또, $f(x)$ 가 미분가능하면 $f'(x)$ 를 생산량이 x 일 때의 한계생산비라 하고 MC로 나타낸다.



평균생산비 $AC = \frac{f(x)}{x}$ 의 그래프가 위 그림과 같고 $x=q$ 에서 극소값을 가질 때, $x=q$ 근방에서 한계생산비 $MC = f'(x)$ 의 그래프의 개형은?

[3점][2003학년도 수능]



주관식 문항 (25~30)

- 25.** 전체집합의 두 부분집합 A 와 B 에 대하여

$$A \cap B = A, \quad n(A) = 9, \quad n(B) = 14$$

일 때, $n(A \cup B)$ 의 값을 구하시오.

(단, $n(X)$ 는 집합 X 의 원소의 개수이다.)

[2점][2003학년도 수능]

- 26.** 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 + (-1)^n}{3} \cdot \frac{1}{3^n}$ 의 합을 S 라고 할 때, $20S$ 의 값을 구하시오.

[3점][2003학년도 수능]

- 27.** 다항식 $f(x) = x^3 + x^2 + 2x + 1$ 에 대하여 $f(x)$ 를 $x-a$ 로 나누었을 때의 나머지를 R_1 , $f(x)$ 를 $x+a$ 로 나누었을 때의 나머지를 R_2 라고 하자.
 $R_1 + R_2 = 6$ 일 때, $f(x)$ 를 $x-a^2$ 으로 나눈 나머지를 구하시오.

[3점][2003학년도 수능]

- 28.** 방정식 $\omega^{2n} = 1$ 의 한 허근을 ω 라고 할 때, 자연수 n 에 대하여 함수 $f(n)$ 을 다음과 같이 정의한다.

$$f(n) = \frac{\omega^{2n}}{\omega^n + 1}$$

이때, $f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(20)$ 의 값을 구하시오.

[3점][2003학년도 수능]

- 29.** x 에 대한 방정식 $\ln x - x + 20 - n = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 자연수 n 의 개수를 구하시오.

[3점][2003학년도 수능]

- 30.** 다음은 첫째 항이 $a - 15d$, 공차가 d , 항의 개수가 31인 등차수열이다.

$$a - 15d, \cdots, a - d, a, a + d, \cdots, a + 15d$$

위 항들의 값의 표준편차를 σ 라고 할 때, $\frac{\sigma}{d}$ 의 값을 소수점 아래 둘째 자리까지 구하시오.

(단, $d > 0$ 이고 $\sqrt{5} = 2.24$ 로 계산한다.)

[3점][2003학년도 수능]

정답과 해설

1) 정답 ①

$$\times \sqrt[6]{16} = 2^{\frac{1}{6}} \times 2^{\frac{4}{6}} = 2^{\frac{1}{3}} \times 2^{\frac{2}{3}} = 2^{\frac{1}{3} + \frac{2}{3}} = 2$$

2) 정답 ④

근과 계수와의 관계에서 $\alpha + \beta = 5$, $\alpha\beta = -2$ 이므로

$$\frac{1}{\alpha+1} + \frac{1}{\beta+1} = \frac{\alpha+\beta+2}{\alpha\beta+(\alpha+\beta)+1} = \frac{7}{4}$$

3) 정답 ①

$$\vec{a} + \vec{b} = (1, 4) \text{이므로}$$

$$\vec{a} \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = (-1, 3) \cdot (1, 4) = -1 + 12 = 11$$

4) 정답 ④

$$^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = E \text{이므로}$$

$$(E + 2A)^2 = E + 4A + 4A^2 = 5E + 4A = aE + bA \text{에서}$$

$$a = 5, b = 4 \quad \therefore a + b = 9$$

5) 정답 ⑤

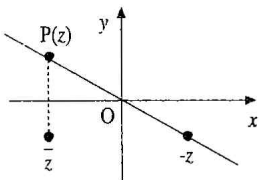
$$y = \frac{1}{2}x - 1 \text{에서 } F(2, 0), A(0, -1) \text{이므로}$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{에서 } F(2, 0) \text{이고, } b = 1 \text{이다.}$$

$$k^2 = a^2 - b^2 \text{에서 } 4 = a^2 - 1 \text{이므로 } a^2 = 5$$

$$a > 0 \text{이므로 } a = \sqrt{5} \text{에서 장축의 길이는 } 2a = 2\sqrt{5}$$

6) 정답 ④



$z = a + bi$ ($a < 0, b > 0$)라 하면

① z 는 $a - bi$ 즉, z 를 x 축에 대칭이동한 것이다.

② $-z$ 는 z 를 원점에 대칭이동한 것이다.

$$\textcircled{3} \quad \frac{1}{z} = \frac{1}{a + bi} = \frac{a - bi}{a^2 + b^2}$$

$$\textcircled{4} \quad -\frac{1}{z} = \frac{-1}{a + bi} = \frac{-(a + bi)}{a^2 + b^2}$$

따라서, 직선 위에 있는 복소수는 ②, ④이다.

7) 정답 ①

꼭지점 O 를 원점 $(0, 0, 0)$ 으로 하여 두 점 A, B 를 좌표로 나타내면

$$A(-2, -2, 2), B(-3, 3, 3)$$

$$\therefore \cos \theta = \frac{6 - 6 + 6}{\sqrt{4 + 4 + 4} \sqrt{9 + 9 + 9}} = \frac{1}{3}$$

8) 정답 ③

$$f(x) - 2 \int_0^x e^t f(t) dt = 1 \text{에서}$$

$$\textcircled{1} \quad f(0) - 0 = 1 \quad \therefore f(0) = 1$$

$$\textcircled{2} \quad f'(x) - 2e^x \cdot f(x) = 0 \text{이므로 } f'(0) - 2f(0) = 0$$

$$\therefore f'(0) = 2$$

$$\textcircled{3} \quad f''(x) - 2e^x \cdot f(x) + e^x \cdot f'(x) = 0 \text{이므로}$$

$$f''(0) - 2(f(0) + f'(0)) = 0$$

$$\therefore f''(0) = 2(1 + 2) = 6$$

9) 정답 ①

구면거울과 만나는 점을 B 라

하면 $\angle AOB = \theta$ ($\therefore$ 엇각)이고,

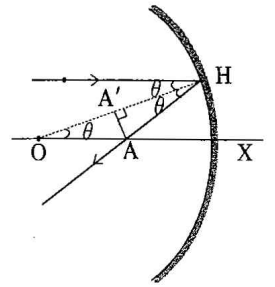
$\triangle OAB$ 는 이등변삼각형이므로

$OA = AB$ 이다.

또, 점 A 에서 $\overline{OB}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면

$$\overline{AB} \cdot \cos \theta = \frac{R}{2} \text{이므로}$$

$$\overline{AB} = \frac{R}{2 \cos \theta}$$



10) 정답 ②

$$A = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \text{라 하면}$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$$

$\vdots$

$$\begin{pmatrix} x_4 \\ y_4 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} BABA \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$$

$\vdots$

$BABA = E$ (단위행렬)이므로 $P_{2003} = P_3$ 이다.

$$\begin{pmatrix} x_3 \\ y_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$$

즉, P_{2003} 은 P_0 와 x 축 대칭이다.

따라서 P_{2003} 의 좌표는 $(x_0, -y_0)$ 이다.

【별해】

$$A = \begin{pmatrix} \cos 45^\circ & -\sin 45^\circ \\ \sin 45^\circ & \cos 45^\circ \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \text{이라 하면}$$

A 는 $\frac{\pi}{4}$ 만큼 회전변환이고,

B 는 x 축에 대한 대칭변환이다.

$$\text{즉 } (BA)^2 = E$$

$$P_1 = AP_0, P_2 = BP_1 = BAP_0, P_3 = AP_2 = ABAP_0,$$

$$P_4 = BP_3 = BABAP_0 = P_0$$

$$_{003} = P_3 = (x_0, -y_0)$$

11) 정답 ④

A팀부터 B팀이 5 : 4로 이기는 경우는 아래와 같이 5가지 경우이다.

A	B	A	B	A	B	A	B	A	B
×	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	×	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	×	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	×	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	×	○

$$\therefore {}_9C_4(0.8)^4(0.2) \times (0.8)^5 = 0.8^9$$

12) 정답 ②

① $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 임의의 점에서 만나면 $f(a) = g(a) = k$ 이므로

$$h(a) = \frac{1}{3}f(a) + \frac{2}{3}g(a) = k$$

② $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 y 축에 대하여 대칭이면 $f(x) = f(-x)$, $g(x) = g(-x)$ 이므로

$$h(-x) = \frac{1}{3}f(-x) + \frac{2}{3}g(-x)$$

$$= \frac{1}{3}f(x) + \frac{2}{3}g(x) = h(x)$$

③ $f(x) = 3x^3$, $g(x) = -\frac{3}{2}x$ 라면 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가

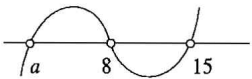
일대일 대응이지만 $h(x) = x^3 - x$ 는 일대일 대응이 아니다.

따라서, 옳은 것은 ①, ②이다.

13) 정답 ⑤

다음 그림과 같이 세 가지 경우로 나누어서 푼다.

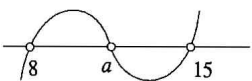
i) $a < 8$ 일 때 $x < a$, $8 < x < 15$



$$\therefore f(a) = 6 \quad (a > 0), \quad f(a) = 6 \quad (a \leq 0)$$

ii) $a = 8$ 일 때 $f(a) = 6$

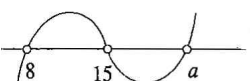
iii) $8 < a < 15$ 일 때 $x < 8$, $a < x < 15$



$$f(a) = 7 + [14 - a]$$

iv) $a = 15$ 일 때 $f(a) = 7$

v) $a > 15$ 일 때 $x < 8$, $15 < x < a$



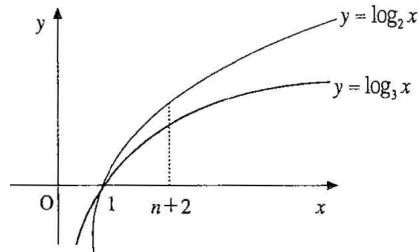
$$f(a) = 7 + [a - 15] \quad (a \text{ 정수가 아닐 때})$$

$$f(a) = 7 + [a - 16] \quad (a \text{가 정수일 때})$$

i), ii), iii), iv), v)에서 $f(a)$ 의 최소값은 6

14) 정답 ⑤

$y = \log_2 x$ 와 $y = \log_3 x$ 의 그래프는 다음과 같다.



① $\log_2 n$ 은 증가함수이므로 진수를 비교하면 된다.

즉 $n + 3 > n + 2$ 이므로

$$\log_2(n + 3) > \log_2(n + 2) \text{이다.}$$

② $x > 1$ 이면 $\log_2 x > \log_3 x$ 이므로 성립한다.

③ $n = 1$ 을 대입하면 $\log_2 3 > \log_3 4$

$n = 2$ 를 대입하면 $\log_2 4 > \log_3 5$

⋮

따라서, ①, ②, ③은 항상 성립한다.

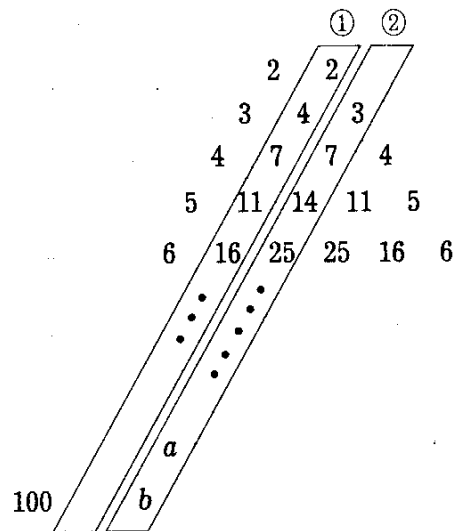
15) 정답 ⑤

②번 대각선 3, 7, 14, 25, ...의 계차수열이 ①이므로 수열 2, 4, 7, 11, 16, ...의 일반항은

$$a_n = \frac{n^2 + n + 2}{2} \text{이다.}$$

따라서, $b - a$ 는 a_{98} 이다.

$$\therefore a_{98} = \frac{98^2 + 98 + 2}{2} = 4852$$



16) 정답 ③

$$f'(x) = a(x - 1)(x - 3) \text{이므로}$$

$$f(x) = a \left(\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x \right) + C \quad (C \text{는 적분상수}) \dots \text{①}$$

또, $f(1) = 1, f(0) = -3$ 이므로

①에 대입하여 풀면

$a = 3, f'(x) = 3(x-1)(x-3)$

$$\therefore \int_0^3 |f'(x)| dx$$

$$= 3 \int_0^1 (x-1)(x-3) dx - 3 \int_1^3 (x-1)(x-3) dx = 8$$

17) 정답 ②

$T_1 = 1$ 이므로 입력값이 모두 0 이어야 한다.

따라서, $S_1 = 0$ 이 된다.

$T_2 = 0$ 이므로 입력값이 모두 0 인 경우는 없으므로

다른 연산장치와 비교하면 $S_2 = 1$ 이어야 한다.

따라서, $S_1 = 0, S_2 = 1$ 일 때만 성립한다.

18) 정답 ③

세 자연수 a, b, c ($a < b < c$)에 대하여

2로 나눈 나머지는 0 또는 1 이므로

적어도 2개가 같다.

또, a^2, b^2, c^2 을 3 으로 나눈 나머지는 0 또는 1 이므로

나머지가 같은 것이 적어도 2개가 있다.

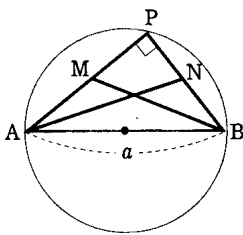
19) 정답 ②

AB가 지름이므로 $\angle P = 90^\circ$ 이다.

$$\therefore \overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 = a^2$$

$$\triangle APN \text{에서 } \overline{PA}^2 + \overline{PN}^2 = \overline{PA}^2 + \left(\frac{1}{2} \overline{PB}\right)^2 = \overline{AN}^2$$

$$\triangle BPM \text{에서 } \overline{PB}^2 + \overline{PM}^2 = \overline{PB}^2 + \left(\frac{1}{2} \overline{PA}\right)^2 = \overline{BM}^2$$



따라서,

$$\overline{AN}^2 + \overline{BM}^2 = \overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 + \frac{1}{4} (\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2) = \frac{5}{4} a^2$$

에서 $\overline{AN}^2 + \overline{BM}^2 \geq 2 \overline{AN} \cdot \overline{BM}$ 이므로

$\overline{AN} \cdot \overline{BM}$ 의 최대값은 $\frac{5}{8} a^2$ 이다.

20) 정답 ③

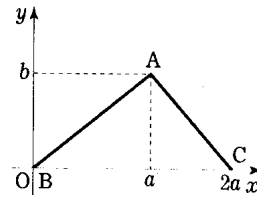
그림과 같이 삼각형 ABC를 좌표축에 옮겨 놓고

풀어도 일반성을 잃지 않는다.

또 $A(a, b)$ 라 하면 삼각형 ABC가 이등변삼각형이므로

$C(2a, 0)$ 이다.

$$\text{직선 } AB \Rightarrow y = \frac{b}{a}x$$



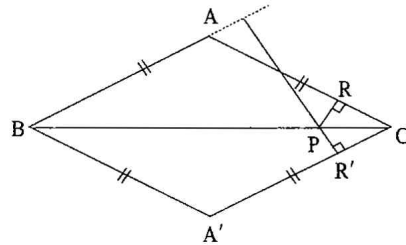
$$\text{직선 } AC \Rightarrow y = -\frac{b}{a}(x-2a) = -\frac{b}{a}x + 2b$$

선분 BC 위의 한 점 $(x, 0)$ 에서 두 직선 $bx - ay = 0$, $bx + ay - 2ab = 0$ 까지의 거리의 합은

$$\frac{|bx|}{\sqrt{a^2+b^2}} + \frac{|bx-2ab|}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{|2ab|}{\sqrt{a^2+b^2}} \text{로 일정하다.}$$

$$\therefore x < 2a \text{이므로 } |bx-2ab| = 2ab - bx$$

[별해]



위의 그림과 같이 BC에 대한 A의 대칭점을 잡아서 A'이라 하면

사각형 ABA'C는 평행사변형(마름모)이 된다.

또한 R의 BC에 대한 대칭점을 R'이라 하면

$$y = \overline{PQ} + \overline{PR} = \overline{PQ} + \overline{PR'} = \overline{QR'} \text{ (일정)}$$

($\because$ 평행사변형)

21) 정답 ②

$(x-a)^2 + (y-b)^2 = b^2$ 이 두 점

$A(0, 5)$ 와 $B(8, 1)$ 을 지나므로

$$a^2 + (5-b)^2 = b^2,$$

$$(8-a)^2 + (1-b)^2 = b^2 \text{에서}$$

$$a = 5 \text{ 또는 } a = 15$$

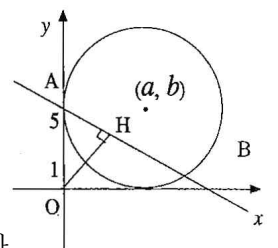
$0 \leq a \leq 8$ 이므로 $a = 5$ 만 만족한다.

다.

$$\therefore a = b = 5$$

$$\text{원에서 } \overline{AB} = \sqrt{64+16} = 4\sqrt{5} \text{이므로 } \overline{AH} = 2\sqrt{5}$$

$$\triangle OHA \text{가 직각삼각형이므로 } \overline{OH} = \sqrt{25-20} = \sqrt{5}$$



22) 정답 ④

체감온도 T 는 $T = t - 4\sqrt{v} + 12I$ 에서

오전과 오후의 체감온도가 같으므로

$$(t+6) - 4\sqrt{4v} + 12I = t - 4\sqrt{v} + 12I \text{에서}$$

$$6 = 4\sqrt{v} \quad \therefore v = \frac{9}{4}$$

23) 정답 ①

$$\text{처음 신호의 세기를 } a \text{ 라 하면 } a \times 0.99 = \frac{1}{2}a$$

$$\text{양변에 } \log \text{를 취하면 } n \log 0.99 = \log \frac{1}{2}$$

$$\therefore n = \frac{0.3010}{0.0044} = 68.4 \dots$$

길이는 약 68km 이다.

24) 정답 ④

곡선 C 를 $g(x)$ 라 하면 $(g'(q)=0)$

$$\frac{f(x)}{x} = g(x), f(x) = x \cdot g(x),$$

$$f'(x) = g(x) + x \cdot g'(x)$$

$$\textcircled{1} f'(q) = g(q) + q \cdot g'(q) = g(q) + 0 = g(q)$$

$\textcircled{2} p > q$ 라 하면

$$f'(p) = g(p) + p \cdot g'(p) > g(p) \quad (\because p \cdot g'(p) > 0)$$

따라서, 보기의 $\textcircled{4}$ 번 형태의 그림이 된다.

25) 정답 23

$$A \cap B^c = A - B = A - (A \cap B) = A \text{이므로}$$

$$A \cap B = \phi \text{이다.}$$

$$\therefore n(A \cup B) = n(A) + n(B) = 9 + 14 = 23$$

26) 정답 16

$$a_n = \left. 1 + \frac{(-1)^n}{3} \right\} \text{이라 하면 } a_{2n-1} = 0 \text{이므로}$$

$$S = a_2 + a_4 + a_6 + \dots = \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^4 + \left(\frac{2}{3}\right)^6 + \dots \text{이다.}$$

즉 S 는 공비가 $\frac{4}{9}$, 첫째항이 $\frac{4}{9}$ 인 무한등비수열이므로

$$\text{로 } \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{\frac{4}{9}}{1 - \frac{4}{9}} = \frac{4}{5} = S$$

$$\therefore 20S = 20 \times \frac{4}{5} = 16$$

27) 정답 17

$$f(a) = a^3 + a^2 + 2a + 1 = R_1$$

$$f(-a) = -a^3 + a^2 - 2a + 1 = R_2 \text{이므로}$$

$$R_1 + R_2 = 2a^2 + 2 = 6 \text{에서 } a^2 = 2$$

$$\therefore f(a^2) = a^6 + a^4 + 2a^2 + 1 = 17$$

28) 정답 -11

$$x^3 - 1 = (x-1)(x^2 + x + 1) = 0 \text{에서}$$

$$x^2 + x + 1 = 0 \text{의 한 허근이 } \omega \text{ 이므로}$$

$$\omega^3 = 1, \omega^2 + \omega + 1 = 0, \omega^2 + \omega = -1, \omega^2 + 1 = -\omega$$

$$f(1) = f(4) = \dots = f(19) = \frac{\omega^2}{\omega + 1} = -1$$

$$f(2) = f(5) = \dots = f(20) = \frac{\omega^4}{\omega^2 + 1} = -1$$

$$f(3) = f(6) = \dots = f(18) = \frac{\omega^6}{\omega^3 + 1} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(20) = 6\left(-1 - 1 + \frac{1}{2}\right) + (-1) + (-1) = -11$$

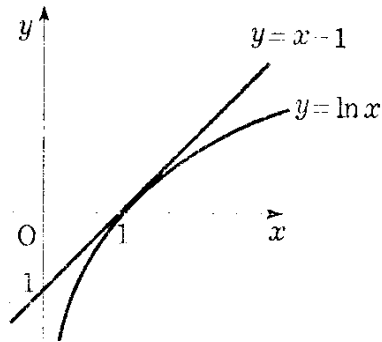
29) 정답 18

$y = \ln x, y = x + n - 20$ 의 교점으로 해석한다.

$y = \ln x$ 에서 기울기 1인 접선은 $y = x - 1$ 이므로

서로 다른 두 근을 가지려면 $n - 20 < -1$ 이어야 한다.

$\therefore 0 < n < 19$ 에서 자연수 n 은 18이다.



[별해]

$\ln x - x + 20 - n = 0$ 에서

$y = \ln x - x + 20$ 과 $y = 20$ 이 서로 다른 두 점에서 만나면 된다.

$$y' = \frac{1}{x} - 1 = \frac{1-x}{x} \Rightarrow x = 1 \text{일 때 } y' = 0$$

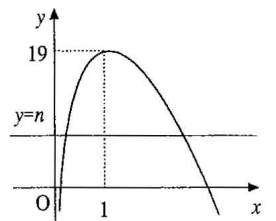
x	$\dots$	1	$\dots$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	$\nearrow$	19	$\searrow$

x 는 진수이므로 $x > 0$

$\therefore n < 19$ 이면 서로 다른

두 점에서 만난다.

따라서 자연수 n 은 1, 2, 3, ..., 18로 18개다.



30) 정답 8.96

① 평균

$$m = \frac{(a-15d) + (a-14d) + \dots + a + \dots + (a+15d)}{31}$$

$$= \frac{31a}{31} = a$$

② 분산 $= E(X^2) - E^2(X)$ 에서

$$(a-15d)^2 + (a-14d)^2 + \dots + a^2 + \dots + (a+15d)^2 - a^2$$

$$31a + 2(1 + 2^2 + \cdots + 15^2)d^2 - a^2$$

$$= \frac{2}{31} (1^2 + 2^2 + \cdots + 15^2)d^2 = 80d^2$$

③ 표준편차

$$\sigma = 4 \quad 5 \text{ } d \text{에서} \quad \frac{\sigma}{d} = 4\sqrt{5}$$