

년도	2002 11월 6일
대상	고3 인문계

1. $\times \sqrt{16}$ 을 간단히 하면?

[2점][2003학년도 수능]

- ① 2 ② 4 ③ $\sqrt{2}$
④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

2. 이차방정식 $x^2 - 5x - 2 = 0$ 의 두 근을 α 와 β 라 할 때, $\frac{1}{\alpha+1} + \frac{1}{\beta+1}$ 의 값은?

[2점][2003학년도 수능]

- ① 2 ② 3 ③ $\frac{3}{2}$
④ $\frac{7}{4}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

3. 함수 $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ 에 대하여 $(f \circ f)(10)$ 의 값은?

[2점][2003학년도 수능]

- ① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{9}{10}$ ③ $\frac{10}{9}$
④ 9 ⑤ 10

4. 두 행렬 $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 과 $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ 이 있다. 두 상수 a 와 b 가 $(E+2A)^2 = aE+bA$ 를 만족시킬 때, $a+b$ 의 값은?

[2점][2003학년도 수능]

- ① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

5. 전체집합 U 의 세 부분집합 P, Q, R 가 각각 세 조건 p, q, r 의 진리집합이고, 두 명제 $p \rightarrow q$ 와 $q \rightarrow r$ 가 모두 참일 때, <보기> 중 옳은 것을 모두 고르면?

[2점][2003학년도 수능]

[보 기]

- ㄱ. $P \subset R$ ㄴ. $(P \cup Q) \subset R^c$
ㄷ. $(P^c \cap R^c) \subset Q^c$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

6. 두 상수 a 와 b 에 대하여 부등식 $x^2 + ax + b \leq 0$ 의 해가 $-1 \leq x \leq 3$ 일 때, 부등식 $x^2 - ax + b \leq 0$ 의 해는?

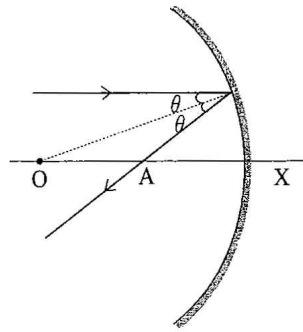
[2점][2003학년도 수능]

- ① $-3 \leq x \leq -1$ ② $-2 \leq x \leq 2$ ③ $-3 \leq x \leq 1$
④ $-1 \leq x \leq 2$ ⑤ $1 \leq x \leq 3$

7. 두 상수 a 와 b 에 대하여 두 다항식 $x^2 + x + a$ 와 $x^2 - ax + b$ 의 최대공약수가 $x - 1$ 일 때, $a + b$ 의 값은?
[2점][2003학년도 수능]
- ① -1 ② -2 ③ -3
④ -4 ⑤ -5

8. 곡선 $y = \sqrt{x}$ 와 x 축 및 직선 $x = 4$ 로 둘러싸인 도형을 x 축을 중심으로 회전시켜 얻은 회전체의 부피는?
[3점][2003학년도 수능]
- ① 8π ② 7π ③ 6π
④ 5π ⑤ 4π

9. 중심이 O 이고 반지름의 길이가 R 인 구면거울이 있다.
그림과 같이 OX 축에 평행하게 입사된 빛이 거울에 반사된 후 축과 만나는 점을 A 라고 할 때, 선분 OA 의 길이는?
(단, 입사각과 반사각의 크기는 θ 로 같고, $0^\circ < \theta < 20^\circ$ 이다.)



- [2점][2003학년도 수능]
- ① $\frac{R}{2\cos\theta}$ ② $\frac{R}{2\sin\theta}$ ③ $R(1 - \cos\theta)$
④ $\frac{R}{2\cos 2\theta}$ ⑤ $\frac{R}{2\sin 2\theta}$

10. $(z-1)^2$ 이 실수가 되는 복소수 z 전체의 집합을 A 라고 할 때, <보기> 중 옳은 것을 모두 고르면?
[3점][2003학년도 수능]

[보 기]

ㄱ. $z \in A$ 이면 $z-1$ 은 순허수이다.
ㄴ. $z \in A$ 이면 $\bar{z} \in A$ 이다.
(단, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수이다.)
ㄷ. $z_1 \in A$ 이고 $z_2 \in A$ 이면 $z_1 z_2 \in A$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

11. A와 B 두 팀이 축구 경기에서 연장전까지 0 : 0으로 승부를 가리지 못하여 승부차기를 하였다.
각 팀당 5명의 선수가 A팀부터 시작하여 1명씩 교대로 승부차기를 할 때, B팀이 5 : 4로 이길 확률은?
(단, 각 선수의 승부차기는 독립시행이고 성공할 확률은 0.8이다.)

- [3점][2003학년도 수능]
- ① 0.2×0.8^8 ② 0.8^8 ③ 0.2×0.8^9
④ 0.8^9 ⑤ 0.8^{10}

- 12.** 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 에 대하여 함수 $h(x)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$h(x) = \frac{1}{3}f(x) + \frac{2}{3}g(x)$$

<보기> 중 옳은 것을 모두 고르면?

[3점][2003학년도 수능]

[보 기]

- ㄱ. $y=f(x)$ 와 $y=g(x)$ 의 그래프가 어떤 점에서 만나면 $y=h(x)$ 의 그래프는 그 교점을 지난다.
 ㄴ. $y=f(x)$ 와 $y=g(x)$ 의 그래프가 모두 y 축에 대하여 대칭이면 $y=h(x)$ 의 그래프도 y 축에 대하여 대칭이다.
 ㄷ. $y=f(x)$ 와 $y=g(x)$ 가 모두 일대일 대응이면 $y=h(x)$ 도 일대일 대응이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

- 13.** 양의 실수 a 와 b 에 대하여 집합 A 와 B 를 다음과 같이 정의한다.

$$A = \{x \mid (x-a)(x+a) \leq 0\}$$

$$B = \{x \mid |x-1| \leq b\}$$

이때, $A \cap B = \emptyset$ 이기 위한 필요충분조건은?

[3점][2003학년도 수능]

- ① $a-b < 1$ ② $a-b > 1$ ③ $a+b = 1$
 ④ $a+b < 1$ ⑤ $a+b > 1$

- 14.** n 이 자연수일 때, <보기>의 부등식 중 항상 성립하는 것을 모두 고르면?

[3점][2003학년도 수능]

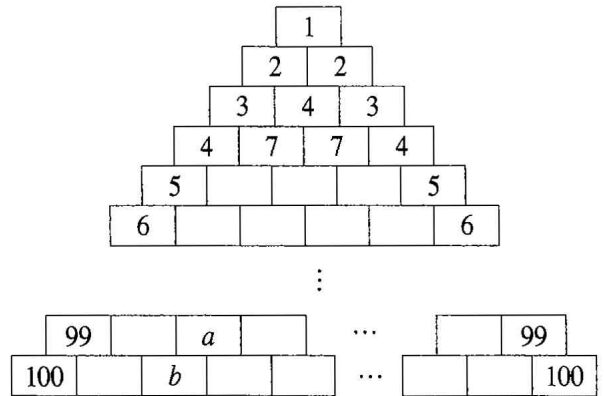
[보 기]

- ㄱ. $\log(n+3) > \log_2(n+2)$
 ㄴ. $\log_2(n+2) > \log_3(n+2)$
 ㄷ. $\log_2(n+2) > \log_3(n+3)$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

- 15.** 그림과 같이 제 1행에는 1개, 제2행에는 2개, ..., 제 100행에는 100개의 직사각형을 나열하고 그 안에 다음과 같은 규칙으로 수를 써 넣었다.

- (규칙 1) 각 행의 양쪽 끝 직사각형에는 1부터 100까지의 자연수를 순서대로 써 넣는다.
 (규칙 2) 각 행의 안쪽 직사각형에는 바로 위 행의 인접한 직사각형에 쓰인 두 수의 합을 써 넣는다.



이때, $b-a$ 의 값은?

[3점][2003학년도 수능]

- ① 4878 ② 4872 ③ 4864
 ④ 4858 ⑤ 4852

16. 그림과 같이 삼차함

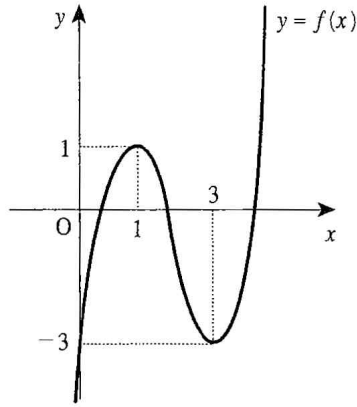
수 $y = f(x)$ 가 극대값
 $f(1) = 1$ 과 극소값
 $f(3) = -3$ 을 가지며,
 $f(0) = -3$ 이다.

이때, $\int_0^3 |f'(x)| dx$

값은?

[3점][2003학년도 수능]

- ① 6 ② 7
 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

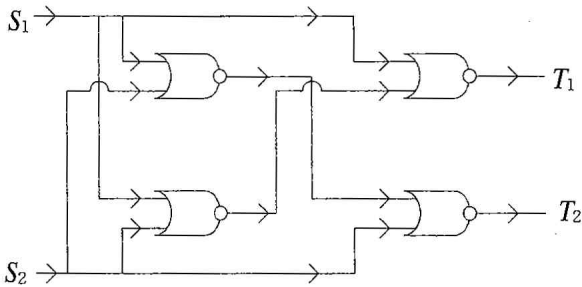


17. [그림1]의 연산장치는 입력값이 A와 B일 때

출력값 C를 표에 주어진 것과 같이 결정한다.
 이 연산장치 4 개를 [그림2]와 같이 연결하였다.

[그림 1]

A	B	C
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0



[그림 2]

출력값이 $T_1 = 1$, $T_2 = 0$ 이 되는 입력값 S_1 , S_2 를
 <보기> 중에서 모두 고르면?

[3점][2003학년도 수능]

[보 기]

- | | |
|--------------------------|--------------------------|
| ㄱ. $S_1 = 0$, $S_2 = 0$ | ㄴ. $S_1 = 0$, $S_2 = 1$ |
| ㄷ. $S_1 = 1$, $S_2 = 0$ | ㄹ. $S_1 = 1$, $S_2 = 1$ |

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄷ, ㄹ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. 다음은 세 자연수 a, b, c ($a < b < c$)에 대하여
 $P = (b^2 - a^2)(c^2 - a^2)(c^2 - b^2)$ 이 12의 배수임을 증명
 한 것이다.

[증 명]

a, b, c 를 각각 2로 나누었을 때 나머지는
 □ 같다.

이 중 나머지가 같은 두 수를 a 와 b 라고 하면
 $b^2 - a^2$ 은 4의 배수이다.

그러므로 P 도 4의 배수이다. ㉠

다음으로, a^2, b^2, c^2 을 3으로 나누었을 때
 나머지를 알아보자.

a^2, b^2, c^2 을 각각 3으로 나눈 나머지는

□ (나) 이므로 a^2, b^2, c^2 중에는 3으로 나눈
 나머지가 같은 것이 적어도 2개가 있다.

그러므로 P 는 3의 배수이다. ㉡

㉠과 ㉡으로부터 P 는 12의 배수이다.

위의 증명에서 (가), (나)에 알맞은 것은?

[2점][2003학년도 수능]

(가)

- ① 모두
 ② 모두
 ③ 적어도 2 개가
 ④ 적어도 2 개가
 ⑤ 적어도 2 개가

(나)

- 0 또는 1
 1 또는 2
 0 또는 1
 0 또는 2
 1 또는 2

19. 그림과 같이 길이가 a 인

선분 AB 를 지름으로 하는
원 위의 움직이는 점 P 가
있다. 선분 PA 와 선분 PB 의
중점을 각각 M 과 N 이라고
하면,

$PA^2 + PB^2 = \boxed{}$ 이다.

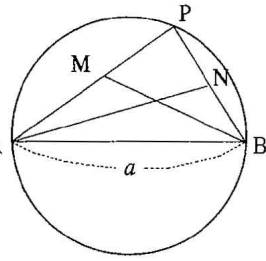
따라서 $AN^2 + BM^2 = \boxed{(나)}$ 이므로

$\overline{AN} \cdot \overline{BM}$ 의 최대값은 $\boxed{(다)}$ 이다.

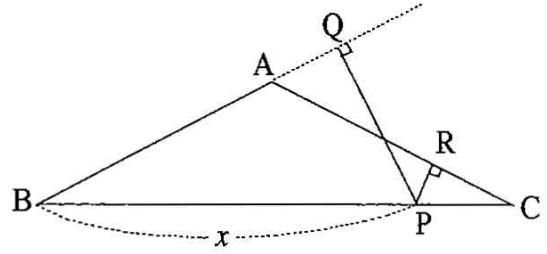
위의 (가), (나), (다)에 알맞은 것은?

[3점][2003학년도 수능]

- | (가) | (나) | (다) |
|----------|------------------|-------------------------|
| ① a^2 | $\frac{5}{4}a^2$ | $\frac{5}{2}a^2$ |
| ② a^2 | $\frac{5}{4}a^2$ | $\frac{5}{8}a^2$ |
| ③ a^2 | $\frac{3}{2}a^2$ | $\frac{3}{4}a^2$ |
| ④ $2a^2$ | $\frac{3}{2}a^2$ | $\frac{\sqrt{5}}{2}a^2$ |
| ⑤ $2a^2$ | $\frac{5}{4}a^2$ | $\frac{5}{8}a^2$ |



20. 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 의
변 BC 위를 움직이는 점 P 가 있다. 점 P 에서 변 AB
또는 그 연장선에 내린 수선의 발을 Q , 변 AC 또는
그 연장선에 내린 수선의 발을 R 라고 하자.



$\overline{BP} = x$ 와 $\overline{PQ} + \overline{PR} = y$ 에 대하여 y 를 x 의 함수로
나타낼 때, 그 그래프의 개형은?

[3점][2003학년도 수능]

- | | | |
|---|---|---|
| ① | ② | ③ |
| ④ | ⑤ | |

21. 좌표평면에서 중심이 (a, b) 이고 x 축에 접하는
원이 두 점 $A(0, 5)$ 와 $B(8, 1)$ 을 지난다. 이때, 원의
중심 (a, b) 와 직선 AB 사이의 거리는?
(단, $0 \leq a \leq 8$)

[3점][2003학년도 수능]

- | | | |
|--------------|---------------|--------------|
| ① 3 | ② $\sqrt{5}$ | ③ $\sqrt{6}$ |
| ④ $\sqrt{7}$ | ⑤ $2\sqrt{2}$ | |

22. 겨울철에 바람이 불면 바람이 불지 않을 때보다 더 춥게 느껴진다. 이와 같이 실제 느껴지는 온도를 체감온도라고 하며, 기온을 t , 풍속을 v , 복사량을 I 라고 할 때 체감온도 T 는 다음과 같다고 한다.

$$T = t - 4v + 12I$$

어느 해의 대학수학능력시험 날, 어떤 지역의 오후의 기온은 오전보다 6도 상승했지만 오후의 풍속이 오전의 4배가 되어 체감온도는 변하지 않았다. 이 지역의 그날 오전의 풍속은?

(단, 그날 오전과 오후의 복사량 I 의 값은 같았다.)

[3점][2003학년도 수능]

- ① 3 ② 2.75 ③ 2.5
④ 2.25 ⑤ 2

23. 광통신에서는 광섬유를 이용하여 신호를 먼 곳까지 보낸다. 신호가 광섬유를 1km 지날 때마다 신호의 세기는 1km 전의 세기의 99%가 된다고 하자.

신호의 세기가 처음 세기의 $\frac{1}{2}$ 이 되는 곳에 중계소를 설치하려고 할 때, 처음 신호를 보내는 곳에서 중계소까지 광섬유의 길이는 약 몇 km인가?

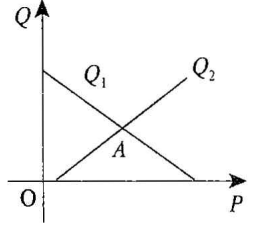
(단, $\log 2 = 0.3010$, $\log 9.9 = 0.9956$ 으로 계산한다.)

[3점][2003학년도 수능]

- ① 68 ② 78 ③ 88
④ 98 ⑤ 108

24. 다음은 어떤 상품의 수요와 공급에 관한 시장균형모형을 설명한 것이다.

이 상품의 가격 P 의 변화에 따른 수요량을 Q_1 , 공급량을 Q_2 라고 하면 아래와 같이 이들을 각각 P 에 대한 일차함수로 나타낼 수 있다.



$$Q_1 = a - bP, \quad Q_2 = -c + dP$$

여기서 a, b, c, d 는 양수이다.

두 함수 Q_1 과 Q_2 의 그래프의 교점 A가

제1사분면에 있을 때 시장균형가격이 결정된다.

위의 모형에서 시장균형가격이 결정되기 위한 a, b, c, d 사이의 관계로 알맞은 것은?

[3점][2003학년도 수능]

- ① $ad - bc = 0$ ② $ac - bd = 0$
③ $ad - bc > 0$ ④ $ad - bc < 0$
⑤ $ac - bd > 0$

주관식 문항 (25~30)

- 25.** 전체집합의 두 부분집합 A 와 B 에 대하여
 $A \cap B = A$, $n(A) = 9$, $n(B) = 14$
 일 때, $n(A \cup B)$ 의 값을 구하시오.
 (단, $n(X)$ 는 집합 X 의 원소의 개수이다.)
 [2점][2003학년도 수능]

- 26.** 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+(-1)^n}{3} \left\}^n$ 의 합을 S 라고 할
 때, $20S$ 의 값을 구하시오.
 [3점][2003학년도 수능]

- 27.** 다항식 $f(x) = x^3 + x^2 + 2x + 1$ 에 대하여 $f(x)$ 를
 $x-a$ 로 나누었을 때의 나머지를 R_1 , $f(x)$ 를 $x+a$ 로
 나누었을 때의 나머지를 R_2 라고 하자.
 $R_1 + R_2 = 6$ 일 때, $f(x)$ 를 $x-a^2$ 으로 나눈 나머지를
 구하시오.
 [3점][2003학년도 수능]

- 28.** 방정식 $x^3 = 1$ 의 한 허근을 ω 라고 할 때, 자연수
 n 에 대하여 함수 $f(n)$ 을 다음과 같이 정의한다.

$$f(n) = \frac{\omega^{2n}}{\omega^n + 1}$$

 이때, $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(20)$ 의 값을 구하시오.
 [3점][2003학년도 수능]

- 29.** x 에 대한 삼차방정식 $x^3 - 6x^2 - n = 0$ 이 서로
 다른 세 실근을 갖도록 하는 정수 n 의 개수를 구하시오.
 [3점][2003학년도 수능]

- 30.** 다음은 첫째 항이 $a - 15d$, 공차가 d , 항의 개수
 가 31인 등차수열이다.

$$a - 15d, \dots, a - d, a, a + d, \dots, a + 15d$$

 위 항들의 값의 표준편차를 σ 라고 할 때, $\frac{\sigma}{d}$ 의 값을
 소수점 아래 둘째 자리까지 구하시오.
 (단, $d > 0$ 이고 $\sqrt{5} = 2.24$ 로 계산한다.)
 [3점][2003학년도 수능]

정답과 해설

1) 정답 ①

$$\times \sqrt[6]{16} = 2^{\frac{1}{6}} \times 2^{\frac{4}{6}} = 2^{\frac{1}{3}} \times 2^{\frac{2}{3}} = 2^{\frac{1}{3} + \frac{2}{3}} = 2$$

2) 정답 ④

근과 계수와의 관계에서 $\alpha + \beta = 5$, $\alpha\beta = -2$ 이므로

$$\frac{1}{\alpha+1} + \frac{1}{\beta+1} = \frac{\alpha+\beta+2}{\alpha\beta+(\alpha+\beta)+1} = \frac{7}{4}$$

3) 정답 ⑤

$$f(10) = \frac{10+1}{10-1} = \frac{11}{9} \text{ 이므로}$$

$$(f \circ f)(10) = f(f(10)) = f\left(\frac{11}{9}\right) = \frac{\frac{11}{9}+1}{\frac{11}{9}-1} = \frac{\frac{20}{9}}{\frac{2}{9}} = 10$$

4) 정답 ④

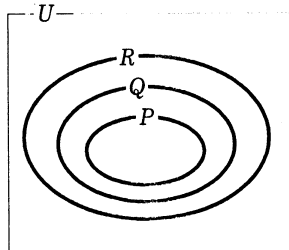
$$^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = E \text{ 이므로}$$

$$(E+2A)^2 = E+4A+4A^2 = 5E+4A = aE+bA \text{ 에서}$$

$$a=5, b=4 \quad \therefore a+b=9$$

5) 정답 ③

$p \rightarrow q$ 에서 $P \subset R$ 이고, $q \rightarrow r$ 에서 $P \subset R$ 이다.
이것을 벤 다이어그램으로 나타내면 그림과 같다.



따라서, 참인 것은 ①, ③이다.

6) 정답 ③

해가 $-1 \leq x \leq 3$ 이고, 이차방의 계수가 1인 이차부등식은 $x^2 - 2x - 3 \leq 0$ 이므로 $a=-2$, $b=-3$

따라서, 부등식 $x^2 + ax + b \leq 0$

즉, $x^2 + 2x - 3 \leq 0$ 의 해는 $-3 \leq x \leq 1$

7) 정답 ⑤

$f(x) = x^2 + x + a$, $g(x) = x^2 - ax + b$ 라 할 때,

두 다항식 $f(x)$ 와 $g(x)$ 의 최대공약수가 $x-1$ 이므로

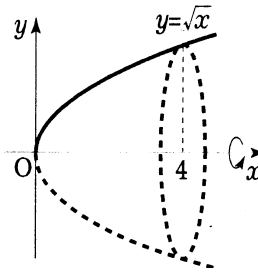
두 다항식은 $x-1$ 로 나누어 떨어진다.

$$\therefore f(1) = 2 + a = 0, g(1) = 1 - a + b = 0 \text{ 에서}$$

$$a = -2, b = -3 \text{ 이므로 } a + b = -5$$

8) 정답 ①

$y = \sqrt{x}$ 를 $x=0$ 에서 $x=4$ 까지 x 축을 중심으로 회전시킨 회전체의 부피 V 는 $V = \pi \int_0^4 x dx = 8\pi$



9) 정답 ①

구면거울과 만나는 점을 B 라

하면 $\angle AOB = \theta$ (엇각)이고,

$\triangle OAB$ 는 이등변삼각형이므로

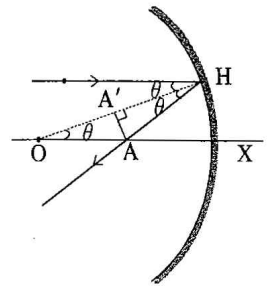
$OA = AB$ 이다.

또, 점 A 에서 $\overline{OB}$ 에 내린 수선의

발을 H 라 하면

$$\overline{AB} \cdot \cos \theta = \frac{R}{2} \text{ 이므로}$$

$$\overline{AB} = \frac{R}{2 \cos \theta}$$



10) 정답 ②

$(z-1)^2$ 이 실수이므로 $z-1$ 은 실수 또는 순허수이다.
즉, z 는 실수 또는 $1+bi$ (b 는 실수)의 꼴이다.

① $z \in A$ 이면 $z-1$ 은 실수 또는 허수이다. (거짓)

② $z \in A$ 이면 $z = \text{실수 또는 } 1-bi$ 이므로 $\bar{z} \in A$ (참)

③ $z_1 = 1+2i$, $z_2 = 1-i$ 에 대하여 $z_1 z_2 = 3+i$ 이므로
 $z_1 z_2 \in A$ 이다. (거짓)

따라서, 옳은 것은 ②번이다.

11) 정답 ④

A팀부터 B팀이 5:4로 이기는 경우는 아래와 같이 5가지 경우이다.

A	B	A	B	A	B	A	B	A	B
×	○	○	○	○	○	○	○	○	○
○	○	×	○	○	○	○	○	○	○
○	○	○	○	×	○	○	○	○	○
○	○	○	○	○	○	×	○	○	○
○	○	○	○	○	○	○	○	×	○

$$\therefore {}_9C_4 (0.8)^4 (0.2) \times (0.8)^5 = 0.8^9$$

12) 정답 ②

① $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 임의의 점에서 만나면

$$f(a) = g(a) = k \text{ 이므로}$$

$$h(a) = \frac{1}{3}f(a) + \frac{2}{3}g(a) = k$$

② $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 y 축에 대하여 대칭이면
 $f(x) = f(-x)$, $g(x) = g(-x)$ 이므로

$$\begin{aligned} h(-x) &= \frac{1}{3}f(-x) + \frac{2}{3}g(-x) \\ &= \frac{1}{3}f(x) + \frac{2}{3}g(x) = h(x) \end{aligned}$$

③ $f(x) = 3x$, $g(x) = -\frac{3}{2}x$ 라면 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가

일대일 대응이지만 $h(x) = x^3 - x$ 는 일대일 대응이 아니다.

따라서, 옳은 것은 ①, ②이다.

13) 정답 ④

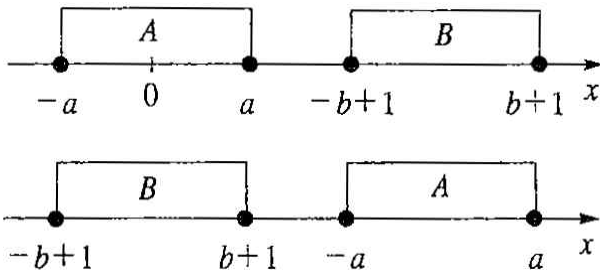
두 집합 $A = \{x | (x-a)(x+a) \leq 0\}$,

$B = \{x | |x-1| \leq b\}$ 에서 $A \cap B = \emptyset$ 이므로

2가지 경우로 나누어 보면

① $a < 1-b$ 이므로 $a+b < 1$

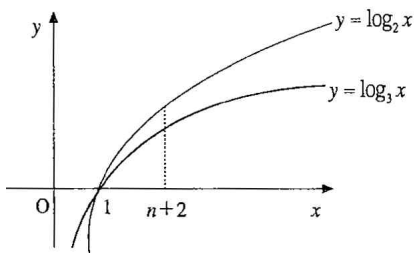
② a, b 는 양의 실수이므로 항상 $1+b > -a$ 이다.
 그러므로 그림과 같이 나올 수도 있다.



따라서, ①, ②에 의해서 $a+b < 1$

14) 정답 ⑤

$y = \log_2 x$ 와 $y = \log_3 x$ 의 그래프는 다음과 같다.



① $\log_2 n$ 은 증가함수이므로 진수를 비교하면 된다.

즉 $n+3 > n+2$ 이므로

$$\log_2(n+3) > \log_2(n+2) \text{ 이므로}$$

② $x > 1$ 이면 $\log_2 x > \log_3 x$ 이므로 성립한다.

③ $n = 1$ 을 대입하면 $\log_2 3 > \log_3 4$

$n = 2$ 를 대입하면 $\log_2 4 > \log_3 5$

⋮

따라서, ①, ②, ③은 항상 성립한다.

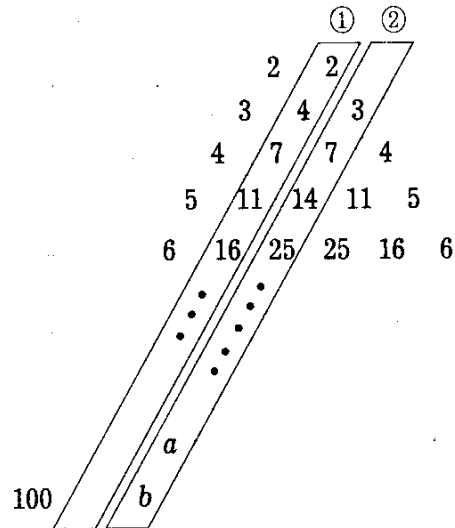
15) 정답 ⑤

②번 대각선 3, 7, 14, 25, ...의 계차수열이 ①이므로
 수열 2, 4, 7, 11, 16, ...의 일반항은

$$a_n = \frac{n^2 + n + 2}{2} \text{ 이다.}$$

따라서, $b - a$ 는 a_{98} 이다.

$$\therefore a_{98} = \frac{98^2 + 98 + 2}{2} = 4852$$



16) 정답 ③

$f'(x) = a(x-1)(x-3)$ 이므로

$$f(x) = a \left(\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x \right) + C \quad (C \text{는 적분상수}) \dots \text{ ①}$$

또, $f(1) = 1$, $f(0) = -3$ 이므로

①에 대입하여 풀면

$$a = 3, C = -3 \text{ 이므로 } f'(x) = 3(x-1)(x-3)$$

$$\therefore \int_0^3 |f'(x)| dx$$

$$= 3 \int_0^1 (x-1)(x-3) dx - 3 \int_1^3 (x-1)(x-3) dx = 8$$

17) 정답 ②

$T_1 = 1$ 이므로 입력값이 모두 0 이어야 한다.

따라서, $S_1 = 0$ 이 된다.

$T_2 = 0$ 이므로 입력값이 모두 0 인 경우는 없으므로

다른 연산장치와 비교하면 $S_2 = 1$ 이어야 한다.

따라서, $S_1 = 0$, $S_2 = 1$ 일 때만 성립한다.

18) 정답 ③

세 자연수 a, b, c ($a < b < c$)에 대하여

2로 나눈 나머지는 0 또는 1 이므로

적어도 2개가 같다.

또, a^2, b^2, c^2 을 3으로 나눈 나머지는 0 또는 1 이므로

나머지가 같은 것이 적어도 개가 있다.

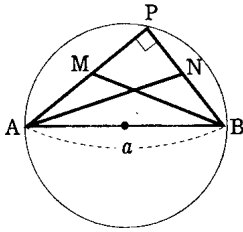
19) 정답 ②

AB가 지름이므로 $\angle P = 90^\circ$ 이다.

$$\therefore \overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 = a^2$$

$$\triangle APN \text{에서 } \overline{PA}^2 + \overline{PN}^2 = \overline{PA}^2 + \left(\frac{1}{2}\overline{PB}\right)^2 = \overline{AN}^2$$

$$\triangle BPM \text{에서 } \overline{PB}^2 + \overline{PM}^2 = \overline{PB}^2 + \left(\frac{1}{2}\overline{PA}\right)^2 = \overline{BM}^2$$



따라서,

$$\overline{AN}^2 + \overline{BM}^2 = \overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 + \frac{1}{4}(\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2) = \frac{5}{4}a^2$$

에서 $\overline{AN}^2 + \overline{BM}^2 \geq 2\overline{AN} \cdot \overline{BM}$ 이므로

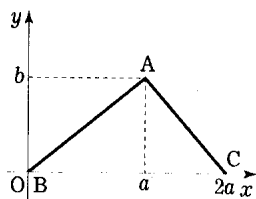
$\overline{AN} \cdot \overline{BM}$ 의 최대값은 $\frac{5}{8}a^2$ 이다.

20) 정답 ③

그림과 같이 삼각형 BC 를 좌표축에 옮겨 놓고 풀어도 일반성을 잃지 않는다.

또 $A(a, b)$ 라 하면 삼각형 ABC 가 이등변삼각형이므로 $C(2a, 0)$ 이다.

$$\text{직선 } AB \Rightarrow y = \frac{b}{a}x$$



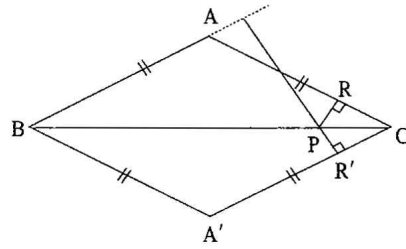
$$\text{직선 } AC \Rightarrow y = -\frac{b}{a}(x-2a) = -\frac{b}{a}x + 2b$$

선분 BC 위의 한 점 $(x, 0)$ 에서 두 직선 $bx - ay = 0$, $bx + ay - 2ab = 0$ 까지의 거리의 합은

$$\frac{|bx|}{\sqrt{a^2+b^2}} + \frac{|bx-2ab|}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{|2ab|}{\sqrt{a^2+b^2}} \text{로 일정하다.}$$

$$\therefore x < 2a \text{이므로 } |bx-2ab| = 2ab - bx$$

[별해]



위의 그림과 같이 BC 에 대한 A 의 대칭점을 잡아서 A' 이라 하면

사각형 $ABA'C$ 는 평행사변형(마름모)이 된다.

또한 R 의 $\overline{BC}$ 에 대한 대칭점을 R' 이라 하면

$$y = \overline{PQ} + \overline{PR} = \overline{PQ} + \overline{PR'} = \overline{QR'} \text{ (일정)}$$

($\therefore$ 평행사변형)

21) 정답 ②

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = b^2 \text{이 두 점}$$

$A(0, 5)$ 와 $B(8, 1)$ 을 지나므로

$$a^2 + (5-b)^2 = b^2,$$

$$(8-a)^2 + (1-b)^2 = b^2 \text{에서}$$

$$a = 5 \text{ 또는 } a = 15$$

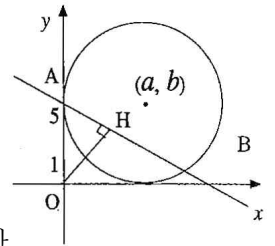
$$0 \leq a \leq 8 \text{이므로 } a = 5 \text{만 만족한}$$

다.

$$\therefore a = b = 5$$

$$\text{원에서 } \overline{AB} = \sqrt{64+16} = 4\sqrt{5} \text{이므로 } \overline{AH} = 2\sqrt{5}$$

$$\triangle OHA \text{가 직각삼각형이므로 } \overline{OH} = \sqrt{25-20} = \sqrt{5}$$



22) 정답 ④

$$\text{체감온도 } T \text{는 } T = t - 4\sqrt{v} + 12I \text{에서}$$

오전과 오후의 체감온도가 같으므로

$$(t+6) - 4\sqrt{4v} + 12I = t - 4\sqrt{v} + 12I \text{에서}$$

$$6 = 4\sqrt{v} \quad \therefore v = \frac{9}{4}$$

23) 정답 ①

$$\text{처음 신호의 세기를 } a \text{라 하면 } a \times 0.99^n = \frac{1}{2}a$$

$$\text{양변에 } \log \text{를 취하면 } n \log 0.99 = \log \frac{1}{2}$$

$$\therefore n = \frac{0.3010}{0.0044} = 68.4 \dots$$

길이는 약 68km이다.

24) 정답 ③

$$Q_1 a - bP, Q_2 = -c + dP \text{에서 교점 } A \text{를 구하면}$$

$$a - bP = -c + dP \text{에서 } P = \frac{a+c}{b+d}$$

$$\therefore a - bP = a - b \left(\frac{a+c}{b+d} \right) = \frac{ad-bc}{b+d}$$

따라서, 교점의 좌표는 $\left(\frac{a+c}{d}, \frac{ad-bc}{b+d} \right)$ 이고
이 점이 제 1사분면에 있으므로
 $ad-bc > 0$ 이어야 한다.

25) 정답 23

$A \cap B = A - B = A - (A \cap B) = A$ 이므로
 $A \cap B = \phi$ 이다.
 $\therefore n(A \cup B) = n(A) + n(B) = 9 + 14 = 23$

26) 정답 16

$a_n = 1 + \frac{(-1)^n}{3}$ 이라 하면 $a_{2n-1} = 0$ 이므로
 $S = a_2 + a_4 + a_6 + \dots = \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^4 + \left(\frac{2}{3}\right)^6 + \dots$ 이다.
즉 S 는 공비가 $\frac{4}{9}$, 첫째항이 $\frac{4}{9}$ 인 무한등비수열이므로
 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{\frac{4}{9}}{1 - \frac{4}{9}} = \frac{4}{5} = S$
 $\therefore 20S = 20 \times \frac{4}{5} = 16$

27) 정답 17

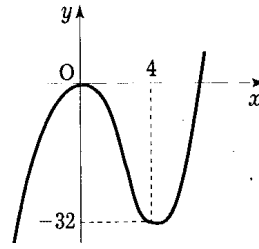
$f(a) = a^3 + a^2 + 2a + 1 = R_1$
 $f(-a) = -a^3 + a^2 - 2a + 1 = R_2$ 이므로
 $R_1 + R_2 = 2a^2 + 2 = 6$ 에서 $a^2 = 2$
 $\therefore f(a^2) = a^6 + a^4 + 2a^2 + 1 = 17$

28) 정답 -11

$x^3 - 1 = (x-1)(x^2 + x + 1) = 0$ 에서
 $x^2 + x + 1 = 0$ 의 한 허근이 ω 이므로
 $\omega^3 = 1, \omega^2 + \omega + 1 = 0, \omega^2 + \omega = -1, \omega^2 + 1 = -\omega$
 $f(1) = f(4) = \dots = f(19) = \frac{\omega^2}{\omega + 1} = -1$
 $f(2) = f(5) = \dots = f(20) = \frac{\omega^4}{\omega^2 + 1} = -1$
 $f(3) = f(6) = \dots = f(18) = \frac{\omega^6}{\omega^3 + 1} = \frac{1}{2}$
 $\therefore f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(20)$
 $= 6\left(-1 - 1 + \frac{1}{2}\right) + (-1) + (-1) = -11$

29) 정답 31

$y = x^3 - 6x^2$ 과 $y = n$ 이 서로 다른 세 점에서 만나는
 n 의 개수를 구하면 된다.
 $y = x^3 - 6x^2$ 의 그래프는 $y' = 3x^2 - 12x = 3x(x-4)$
에서 그림과 같다.



서로 다른 세 점에서 만나야 하므로 $-32 < n < 0$ 이다.
따라서 정수 n 은 31개다.

30) 정답 8.96

① 평균

$$m = \frac{(a-15d) + (a-14d) + \dots + a + \dots + (a+15d)}{31}$$

$$= \frac{31a}{31} = a$$

② 분산 $= E(X^2) - E^2(X)$ 에서

$$\frac{(a-15d)^2 + (a-14d)^2 + \dots + a^2 + \dots + (a+15d)^2}{31} - a^2$$

$$= \frac{31a^2 + 2(1^2 + 2^2 + \dots + 15^2)d^2}{31} - a^2$$

$$= \frac{2}{31}(1^2 + 2^2 + \dots + 15^2)d^2 = 80d^2$$

③ 표준편차

$$\sigma = 4 \quad 5d \text{에서} \quad \frac{\sigma}{d} = 4\sqrt{5}$$