수학연구소
/數/理/院/

수능기출

년도	2002 11월 6일
대상	고3 예체능계

1. $\times\sqrt{16}$ 을 간단히 하면?

[2점][2003학년도 수능]

① 2 ② 4 ③ $\sqrt{2}$
④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

2. 이차방정식 $x^2-5x-2=0$의 두 근을 α와 β라 할 때, $\frac{1}{\alpha+1}+\frac{1}{\beta+1}$ 의 값은?

[2점][2003학년도 수능]

① 2 ② 3 ③ $\frac{3}{2}$
④ $\frac{7}{4}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

3. 함수 $f(x)=\frac{x+1}{x-1}$에 대하여 $(f\circ f)(10)$의 값은?

[2점][2003학년도 수능]

① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{9}{10}$ ③ $\frac{10}{9}$
④ 9 ⑤ 10

4. $3x=2y$일 때, $\frac{x^2+y^2}{(x+y)^2}$ 의 값은? (단, $xy\neq 0$)

[2점][2003학년도 수능]

① $\frac{3}{5}$ ② $\frac{4}{5}$ ③ $\frac{9}{25}$
④ $\frac{11}{25}$ ⑤ $\frac{13}{25}$

5. 전체집합 의 세 부분집합 P, Q, R가 각각 세 조건 p, q, r의 진리집합이고, 두 명제 $p\to q$와 $q\to r$가 모두 참일 때, <보기> 중 옳은 것을 모두 고르면?

[2점][2003학년도 수능]

[보 기]

ㄱ. $P\subset R$ ㄴ. $(P\cup Q)\subset R^c$
ㄷ. $(P^c\cap R^c)\subset Q^c$

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

6. 두 상수 a와 b에 대하여 부등식 $x^2+ax+b\le 0$의 해가 $-1\le x\le 3$일 때, 부등식 $x^2-ax+b\le$의 해는?

[2점][2003학년도 수능]

① $-3\le x\le -1$ ② $-2\le x\le 2$ ③ $-3\le x\le 1$
④ $-1\le x\le 2$ ⑤ $1\le x\le 3$

7. 두 상수 와 b에 대하여 두 다항식 $x+x+a$와 x^2-ax+b의 최대공약수가 $x-1$일 때, $a+b$의 값은?

[2점][2003학년도 수능]

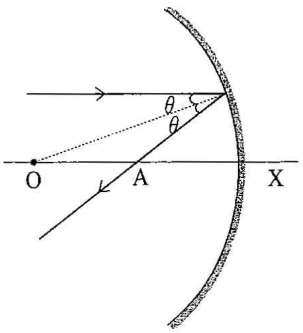
① -1 ② -2 ③ -3
④ -4 ⑤ -5

8. a와 b가 실수일 때, $\left|\frac{a+b}{2}-a\right|+\left|\frac{a+b}{2}-b\right|$ 간단히 하면?

[2점][2003학년도 수능]

① 0 ② $\frac{|a+b|}{2}$ ③ $\frac{|a-b|}{2}$
④ $|a+b|$ ⑤ $|a-b|$

9. 중심이 O이고 반지름의 길이가 인 구면거울이 있다. 그림과 같이 OX축에 평행하게 입사된 빛이 거울에 반사된 후 축과 만나는 점을 A라고 할 때, 선분 OA의 길이는? (단, 입사각과 반사각의 크기는 θ로 같고, $0^\circ<\theta<20^\circ$이다.)



[2점][2003학년도 수능]

① $\frac{R}{2\cos\theta}$ ② $\frac{R}{2\sin\theta}$ ③ $R(1-\cos\theta)$
④ $\frac{R}{2\cos2\theta}$ ⑤ $\frac{R}{2\sin2\theta}$

10. $(z-1)^2$이 실수가 되는 복소수 z전체의 집합을 A라고 할 때, <보기> 중 옳은 것을 모두 고르면?

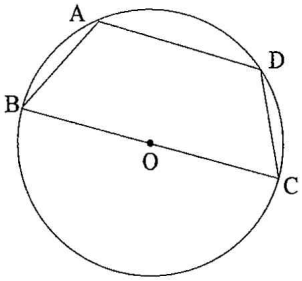
[3점][2003학년도 수능]

[보 기]

ㄱ. z A이면 $z-1$은 순허수이다.
ㄴ. $z\in A$이면 $z\in A$이다.
(단, $\bar{z}$는 z의 켤레복소수이다.)
ㄷ. $z_1\in A$이고 $z_2\in A$이면 $z_1z_2\in A$이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

11. 그림과 같이 사각형 ABCD는 선분 BC를 지름으로 하는 원 O에 내접하고 있다. BC=13이고 CD=5일 때, $\sin A$의 값은?



[3점][2003학년도 수능]

① $\frac{12}{13}$ ② $\frac{7}{13}$
③ $\frac{5}{13}$ ④ $\frac{7}{12}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

12. 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수 (x)와 $g(x)$에 대하여 함수 $h(x)$를 다음과 같이 정의한다.

$$h(x)=\frac{1}{3}f(x)+\frac{2}{3}g(x)$$

<보기> 중 옳은 것을 모두 고르면?

[3점][2003학년도 수능]

[보 기]

ㄱ. $y=f(x)$와 $y=g(x)$의 그래프가 어떤 점에서 만나면 $y=h(x)$의 그래프는 그 교점을 지난다.

ㄴ. $y=f(x)$와 $y=g(x)$의 그래프가 모두 y축에 대하여 대칭이면 $y=h(x)$의 그래프도 y축에 대하여 대칭이다.

ㄷ. $y=f(x)$와 $y=g(x)$가 모두 일대일 대응이면 $y=h(x)$도 일대일 대응이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

13. 양의 실수 a와 b에 대하여 집합 와 B를 다음과 같이 정의한다.

$A=\{x|(x-a)(x+a)\le 0\}$

$B=\{x||x-1|\le b\}$

이때, $A\cap B=\phi$이기 위한 필요충분조건은?

[3점][2003학년도 수능]

① $a-b<1$ ② $a-b>1$ ③ $a+b=1$
④ $a+b<1$ ⑤ $a+b>1$

14. n이 자연수일 때, <보기>의 부등식 중 항상 성립하는 것을 모두 고르면?

[3점][2003학년도 수능]

[보 기]

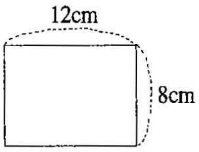
ㄱ. $\log(n+3)>\log_2(n+2)$

ㄴ. $\log_2(n+2)>\log_3(n+2)$

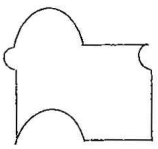
ㄷ. $\log_{\frac{1}{2}}(n+2)>\log_{\frac{1}{3}}(n+2)$

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

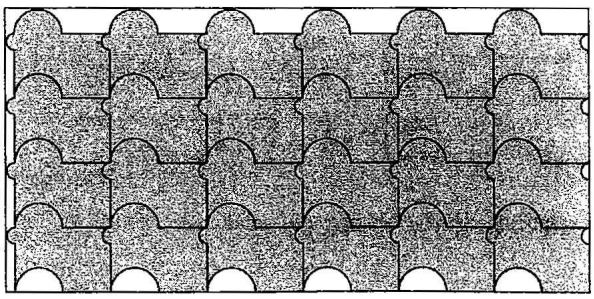
15. [그림1]과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 12cm, 8cm인 직사각형 모양의 타일이 있다. 아래쪽에서 반지름의 길이가 3cm인 반원 모양을 오려내어 위쪽에 붙이고, 오른쪽에는 반지름의 길이가 1cm인 반원 모양을 오려내어 왼쪽에 붙여 [그림2]와 같은 모양의 타일을 만들었다.



[그림1]


[그림2]

이러한 타일 24개를 겹치지 않고 빈틈없이 이어 붙인 후 직사각형 모양의 벽면에 붙였더니 아래 그림처럼 타일의 가장자리가 벽면의 각 모서리에 꼭 들어맞았다.



이때, 벽면에서 타일이 붙어 있지 않은 흰색 부분의 넓이는 몇 cm^2인가?

[3점][2003학년도 수능]

① 221 ② 231 ③ 241
④ 251 ⑤ 261

16. 자연수 에 대하여 집합 을 다음과 같이 정의한다.

$A_n = \left\{ \left[\frac{1^2}{n} \right], \left[\frac{2^2}{n} \right], \left[\frac{3^2}{n} \right], \cdots, \left[\frac{n^2}{n} \right] \right\}$

여기서 $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.
예를 들면,

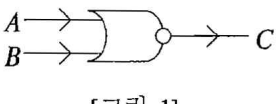
$A_1 = \left\{ \left[\frac{1^2}{n} \right] \right\} = \{1\}$, $A_2 = \left\{ \left[\frac{1^2}{n} \right], \left[\frac{2^2}{n} \right] \right\} = \{0, 2\}$

이다. 집합 A_3, A_4, A_5 중 3을 원소로 갖는 집합을 모두 찾으면?

[3점][2003학년도 수능]

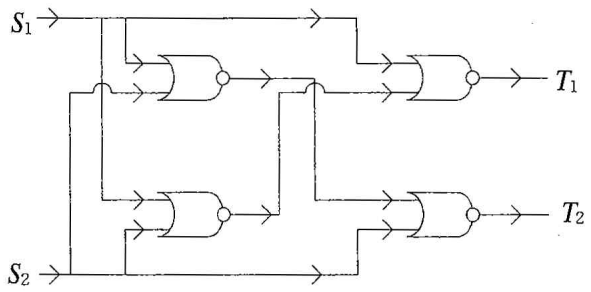
① A_3 ② A_3, A_4 ③ A_4, A_5
④ A_3, A_5 ⑤ A_3, A_4, A_5

17. [그림1]의 연산장치는 입력값이 A와 B일 때 출력값 C를 표에 주어진 것과 같이 결정한다.
이 연산장치 4개를 [그림2]와 같이 연결하였다.



[그림 1]

A	B	C
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0



[그림 2]

출력값이 $T_1 = 1$, $T_2 = 0$이 되는 입력값 S_1, S_2를 <보기> 중에서 모두 고르면?

[3점][2003학년도 수능]

[보 기]

ㄱ. $S_1 = 0$, $S_2 = 0$ ㄴ. $S_1 = 0$, $S_2 = 1$
ㄷ. $S_1 = 1$, $S_2 = 0$ ㄹ. $S_1 = 1$, $S_2 = 1$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄷ, ㄹ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. 다음은 세 자연수 a, b, c $(a < b < c)$에 대하여 $P = (b^2 - a^2)(c^2 - a^2)(c^2 - b^2)$이 12의 배수임을 증명한 것이다.

[증 명]

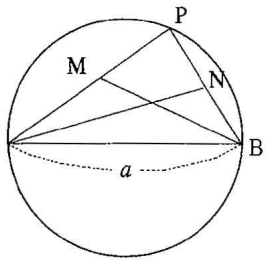
a, b, c를 각각 2로 나누었을 때 나머지는 [ ] 같다.
이 중 나머지가 같은 두 수를 a와 b라고 하면 $b^2 - a^2$은 4의 배수이다.
그러므로 P도 4의 배수이다. ····· ㉠
다음으로, a^2, b^2, c^2을 3으로 나누었을 때 나머지를 알아보자.
a^2, b^2, c^2을 각각 3으로 나눈 나머지는 [(나)] 이므로 a^2, b^2, c^2 중에는 3으로 나눈 나머지가 같은 것이 적어도 2개가 있다.
그러므로 P는 3의 배수이다. ····· ㉡
㉠과 ㉡으로부터 P는 12의 배수이다.

위의 증명에서 (가), (나)에 알맞은 것은?

[2점][2003학년도 수능]

(가)	(나)
① 모두	0 또는 1
② 모두	1 또는 2
③ 적어도 2 개가	0 또는 1
④ 적어도 2 개가	0 또는 2
⑤ 적어도 2 개가	1 또는 2

19. 그림과 같이 길이가 인 선분 AB를 지름으로 하는 원 위를 움직이는 점 P가 있다. 선분 PA와 선분 PB의 중점을 각각 M과 N이라고 하면,



$PA^2+PB^2=$ □이다.

따라서 $AN^2+BM^2=$ ㈏이므로

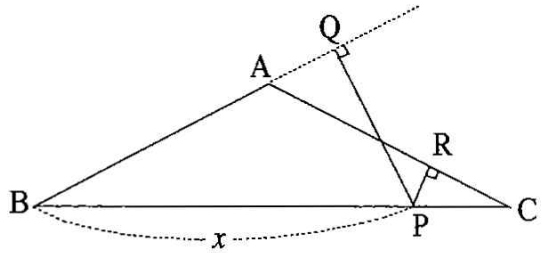
$\overline{AN}\cdot\overline{BM}$의 최대값은 ㈐이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 것은?

[3점][2003학년도 수능]

	(가)	(나)	(다)
①	a^2	$\frac{5}{4}a^2$	$\frac{5}{2}a^2$
②	a^2	$\frac{5}{4}a^2$	$\frac{5}{8}a^2$
③	a^2	$\frac{3}{2}a^2$	$\frac{3}{4}a^2$
④	$2a^2$	$\frac{3}{2}a^2$	$\frac{\sqrt{5}}{2}a^2$
⑤	$2a^2$	$\frac{5}{4}a^2$	$\frac{5}{8}a^2$

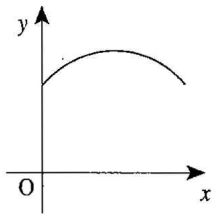
20. 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC의 변 BC 위를 움직이는 점 P가 있다. 점 P에서 변 AB 또는 그 연장선에 내린 수선의 발을 Q, 변 AC 또는 그 연장선에 내린 수선의 발을 R라고 하자.



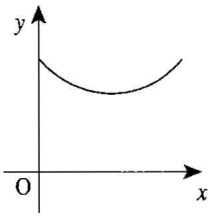
$\overline{BP}=x$와 $\overline{PQ}+\overline{PR}=y$에 대하여 y를 x의 함수로 나타낼 때, 그 그래프의 개형은?

[3점][2003학년도 수능]

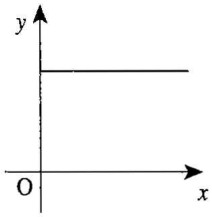
①



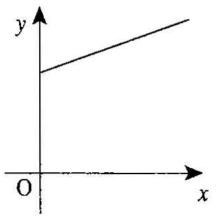
②



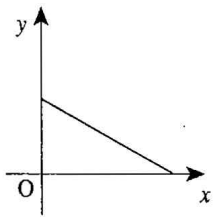
③



④



⑤



21. 좌표평면에서 중심이 (a, b)이고 x축에 접하는 원이 두 점 A(0, 5)와 B(8, 1)을 지난다. 이때, 원의 중심 (a, b)와 직선 AB 사이의 거리는?
(단, $0\le a\le 8$)

[3점][2003학년도 수능]

① 3 ② $\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{6}$
④ $\sqrt{7}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

22. 겨울철에 바람이 불면 바람이 불지 않을 때보다 더 춥게 느껴진다. 이와 같이 실제 느껴지는 온도를 체감온도라고 하며, 기온을 , 풍속을 v, 복사량을 라고 할 때 체감온도 T는 다음과 같다고 한다.

$T = t \quad 4 \quad v + 12I$

어느 해의 대학수학능력시험 날, 어떤 지역의 오후의 기온은 오전보다 6도 상승했지만 오후의 풍속이 오전의 4배가 되어 체감온도는 변하지 않았다. 이 지역의 그날 오전의 풍속은?

(단, 그날 오전과 오후의 복사량 I의 값은 같았다.)

[3점][2003학년도 수능]

① 3 ② 2.75 ③ 2.5
④ 2.25 ⑤ 2

23. 광통신에서는 광섬유를 이용하여 신호를 먼 곳까지 보낸다. 신호가 광섬유를 1km 지날 때마다 신호의 세기는 1km 전의 세기의 99%가 된다고 하자.

신호의 세기가 처음 세기의 $\frac{1}{2}$이 되는 곳에 중계소를 설치하려고 할 때, 처음 신호를 보내는 곳에서 중계소까지 광섬유의 길이는 약 몇 km인가?

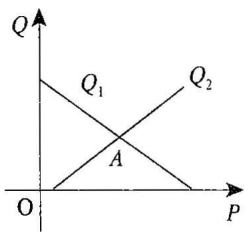
(단, $\log 2 = 0.3010$, $\log 9.9 = 0.9956$으로 계산한다.)

[3점][2003학년도 수능]

① 68 ② 78 ③ 88
④ 98 ⑤ 108

24. 다음은 어떤 상품의 수요와 공급에 관한 시장균형모형을 설명한 것이다.

이 상품의 가격 P의 변화에 따른 수요량을 Q, 공급량을 Q_2라고 하면 아래와 같이 이들을 각각 P에 대한 일차함수로 나타낼 수 있다.



$Q_1 = a - bP, \quad Q_2 = -c + dP$

여기서 a, b, c, d는 양수이다.

두 함수 Q_1과 Q_2의 그래프의 교점 A가 제1사분면에 있을 때 시장균형가격이 결정된다.

위의 모형에서 시장균형가격이 결정되기 위한 a, b, c, d 사이의 관계로 알맞은 것은?

[3점][2003학년도 수능]

① $ad - bc = 0$ ② $ac - bd = 0$
③ $ad - bc > 0$ ④ $ad - bc < 0$
⑤ $ac - bd > 0$

주관식 문항 (25~30)

25. 전체집합 의 두 부분집합 A와 B에 대하여 $A \cap B = A$, $n(A)=9$, $n(B)=14$ 일 때, $n(A \cup B)$의 값을 구하시오. (단, $n(X)$는 집합 X의 원소의 개수이다.)

[2점][2003학년도 수능]

26. $\log_2 \frac{24}{5} + \log_2 \frac{80}{3}$의 값을 구하시오.

[2점][2003학년도 수능]

27. 다항식 $f(x)=x^3+x^2+2x+1$에 대하여 $f(x)$를 $x-a$로 나누었을 때의 나머지를 R_1, $f(x)$를 $x+a$로 나누었을 때의 나머지를 R_2라고 하자. $R_1+R_2=6$일 때, $f(x)$를 $x-a^2$으로 나눈 나머지를 구하시오.

[3점][2003학년도 수능]

28. 좌표평면에서 다음 연립부등식이 나타내는 영역의 넓이를 구하시오.

$$y \le -|x-1|+3$$
$$y \ge |x|$$

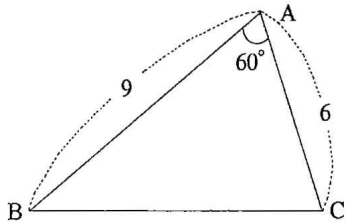
[3점][2003학년도 수능]

29. 두 실수 x와 y가 방정식 $x-y+4=0$을 만족시킬 때, x^2+y^2의 최소값을 구하시오.

[3점][2003학년도 수능]

30. $\triangle ABC$에서 $\angle A = 60^\circ$, $AB=9$, $\overline{AC}=6$일 때, 변 BC의 길이를 소수점 아래 둘째 자리까지 구하시오. (단, $\sqrt{7}=2.65$로 계산한다.)

[3점][2003학년도 수능]



정답과 해설

1) 정답 ①

$\times \sqrt[6]{16} = 2^{1} \times 2^{4)^{\frac{1}{6}}} = 2^{\frac{1}{3}} \times 2^{\frac{2}{3}} = 2^{\frac{1}{3}+\frac{2}{3}} = 2$

2) 정답 ④

근과 계수와의 관계에서 $\alpha+\beta=5,\ \alpha\beta=-2$이므로

$$\frac{1}{\alpha+1}+\frac{1}{\beta+1} = \frac{\alpha+\beta+2}{\alpha\beta+(\alpha+\beta)+1} = \frac{7}{4}$$

3) 정답 ⑤

$f(10)=\frac{10+1}{10-1}=\frac{11}{9}$이므로

$$(f\circ f)(10)=f(f(10))=f\left(\frac{11}{9}\right)=\frac{\frac{11}{9}+1}{\frac{11}{9}-1}=\frac{\frac{20}{9}}{\frac{2}{9}}=10$$

4) 정답 ⑤

$3x=2y$에서 $y=\frac{3}{2}x$

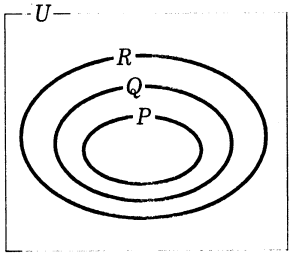
$$\frac{x^2+y^2}{(x+y)^2}=\frac{x^2+\left(\frac{3}{2}x\right)^2}{\left(x+\frac{3}{2}x\right)^2}=\frac{x^2+\frac{9}{4}x^2}{x^2+3x^2+\frac{9}{4}x^2}$$

$$=\frac{\frac{13}{4}x^2}{\frac{25}{4}x^2}=\frac{13}{25}$$

5) 정답 ③

$p\to q$에서 $\quad\subset R$이고, $q\to r$에서 $P\subset R$이다.

이것을 벤 다이어그램으로 나타내면 그림과 같다.



따라서, 참인 것은 ①, ③이다.

6) 정답 ③

해가 $-1\le x\le 3$이고, 이차항의 계수가 1인 이차부등식은 $x^2-2x-3\le 0$이므로 $a=-2,\ b=-3$

따라서, 부등식 $x^2+ax+b\le 0$

즉, $x^2+2x-3\le 0$의 해는 $-3\le x\le 1$

7) 정답 ⑤

$f(x)=x^2+x+a,\ g(x)=x^2-ax+b$라 할 때,

두 다항식 $f(x)$와 $g(x)$의 최대공약수가 $x-1$이므로

두 다항식은 $x-1$로 나누어 떨어진다.

$\therefore\ f(1)=2+a=0,\ g(1)=1-a+b=0$에서

$a=-2,\ b=-3$이므로 $a+b=-5$

8) 정답 ⑤

$$\left|\frac{a+b}{2}-a\right|+\left|\frac{a+b}{2}-b\right|=\left|\frac{b-a}{2}\right|+\left|\frac{a-b}{2}\right|$$

i) $a\ge b$이면 $-\frac{b-a}{2}+\frac{a-b}{2}=a-b$

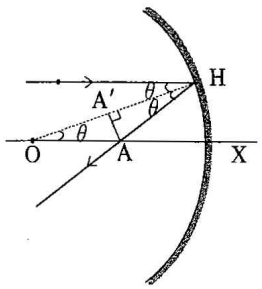
ii) $a<b$이면 $\frac{b-a}{2}-\frac{a-b}{2}=-a+b$

i), ii)에서 $|a-b|$

9) 정답 ①

구면거울과 만나는 점을 B라 하면 $\angle AOB=\theta$ (∵엇각)이고, $\triangle OAB$는 이등변삼각형이므로 $OA=AB$이다.

또, 점 A에서 $\overline{OB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{AB}\cdot\cos\theta=\frac{R}{2}$이므로

$\overline{AB}=\frac{R}{2\cos\theta}$

10) 정답 ②

$(z-1)^2$이 실수이므로 $z-1$은 실수 또는 순허수이다.

즉, z는 실수 또는 $1+bi$ (b는 실수)의 꼴이다.

① $z\ \ A$이면 $z-1$은 실수 또는 허수이다. (거짓)

② $z\in A$이면 z=실수 또는 $1-bi$이므로 $\bar{z}\in A$ (참)

③ $z_1=1+2i,\ z_2=1-i$에 대하여 $z_1z_2=3+i$이므로 $z_1z_2\in A$이다. (거짓)

따라서, 옳은 것은 ②번이다.

11) 정답 ①

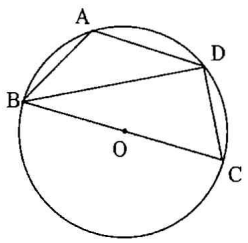
$\angle BDC=90^\circ$

(∵ 반원의 원주각)이므로

$BD^2+\overline{CD}^2=BC^2$

$\therefore\ \overline{BD}=12$

$\triangle ABD$에서 $\frac{\overline{BD}}{\sin A}=2R$이므로



$\frac{12}{\sin A}=13\quad\therefore\ \sin A=\frac{12}{13}$

12) 정답 ②

① $f(x)$와 $g(x)$가 임의의 점에서 만나면

$f(a)=g(a)=k$이므로

$h(a)=\frac{1}{3}f(a)+\frac{2}{3}g(a)=k$

② (x)와 $g(x)$가 y 축에 대하여 대칭이면
$f(x)=f(-x)$, $g(x)=g(-x)$이므로
$h(-x)=\frac{1}{3}f(-x)+\frac{2}{3}g(-x)$
$=\frac{1}{3}f(x)+\frac{2}{3}g(x)=h(x)$

③ $f(x)=3x$, $g(x)=-\frac{3}{2}x$라면 $f(x)$와 $g(x)$가 일대일 대응이지만 $h(x)=x^3-x$는 일대일 대응이 아니다.

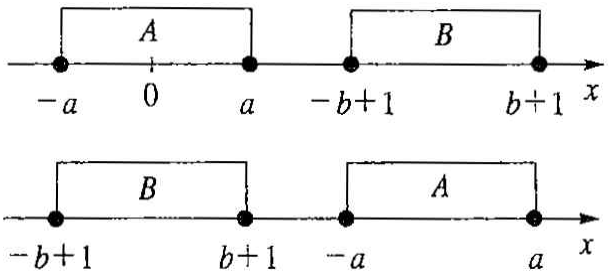
따라서, 옳은 것은 ①, ②이다.

13) 정답 ④

두 집합 $=\{x|(x-a)(x+a)\le 0\}$,
$B=\{x||x-1|\le b\}$에서 $A\cap B=\phi$ 이므로
2가지 경우로 나누어 보면

① $a<1-b$이므로 $a+b<1$

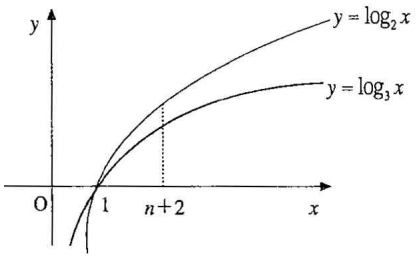
② a, b는 양의 실수이므로 항상 $1+b>-a$이다.
그러므로 그림과 같이 나올 수도 있다.



따라서, ①, ②에 의해서 $a+b<1$

14) 정답 ⑤

$y=\log_2 x$와 $y=\log_3 x$의 그래프는 다음과 같다.



① $\log_2 n$은 증가함수이므로 진수를 비교하면 된다.
즉 $n+3>n+2$이므로
$\log_2(n+3)>\log_2(n+2)$이다.

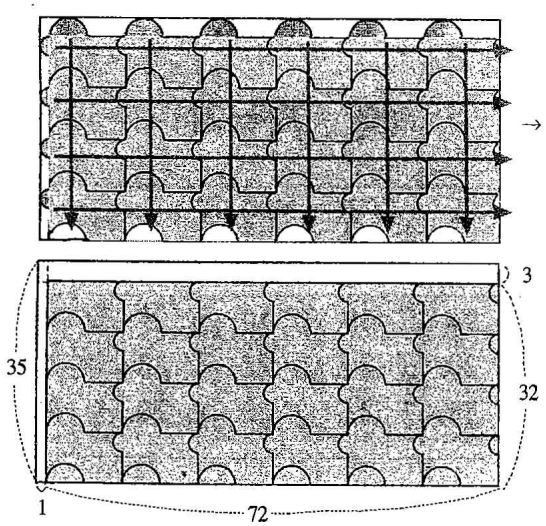
② $x>1$이면 $\log_2 x>\log_3 x$이므로 성립한다.

③ $n=1$을 대입하면 $\log_2 3>\log_3 4$
$n=2$를 대입하면 $\log_2 4>\log_3 5$
⋮

따라서, ①, ②, ③은 항상 성립한다.

15) 정답 ④

그림에서 위의 도드라진 부분을 떼어내어 아래의 빈 곳을 메우고, 마찬가지로 왼쪽의 도드라진 부분을 떼어내어 오른쪽의 빈 곳을 메운다.



따라서 흰 부분의 넓이는 $1\times 35+72\times 3=251$

16) 정답 ④

$A_3=\left\{\left[\frac{1^2}{3}\right],\left[\frac{2^2}{3}\right],\left[\frac{3^2}{3}\right]\right\}=\{0,\ 1,\ 3\}$

$A_4=\left\{\left[\frac{1^2}{4}\right],\left[\frac{2^2}{4}\right],\left[\frac{3^2}{4}\right],\left[\frac{4^2}{4}\right]\right\}=\{0,\ 1,\ 2,\ 4\}$

$A_5=\left\{\left[\frac{1^2}{5}\right],\left[\frac{2^2}{5}\right],\left[\frac{3^2}{5}\right],\left[\frac{4^2}{5}\right],\left[\frac{5^2}{5}\right]\right\}$
$=\{0,\ 1,\ 3,\ 5\}$

따라서 3을 원소로 갖는 집합은 A_3, A_5이다.

17) 정답 ②

$T_1=1$이므로 입력값이 모두 0이어야 한다.
따라서, $S_1=0$이 된다.
$T_2=0$이므로 입력값이 모두 0인 경우는 없으므로
다른 연산장치와 비교하면 $S_2=1$이어야 한다.
따라서, $S_1=0$, $S_2=1$일 때만 성립한다.

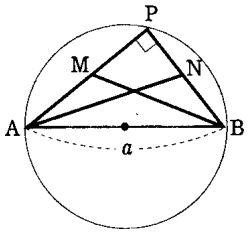
18) 정답 ③

세 자연수 a, b, c $(a<b<c)$에 대하여
2로 나눈 나머지는 0 또는 1이므로
적어도 2개가 같다.
또, a^2, b^2, c^2을 3으로 나눈 나머지는 0 또는 1이므로
나머지가 같은 것이 적어도 2개가 있다.

19) 정답 ②

AB가 지름이므로 $\angle P=90^\circ$이다.
$\therefore \overline{PA}^2+PB^2=a^2$
$\triangle APN$에서 $\overline{PA}^2+\overline{PN}^2=\overline{PA}^2+\left(\frac{1}{2}\overline{PB}\right)^2=AN^2$

△BPM에서 PB $PM^2 = \overline{PB}^2 + \left(\frac{1}{2}PA\right)^2 = \overline{BM}^2$



따라서,

$AN^2 + \overline{BM}^2 = \overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 + \frac{1}{4}(\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2) = \frac{5}{4}a^2$

에서 $\overline{AN}^2 + \overline{BM}^2 \geq 2\overline{AN} \cdot \overline{BM}$이므로

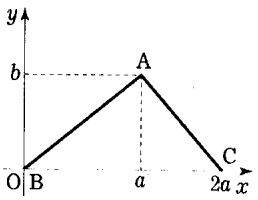
$\overline{AN} \cdot \overline{BM}$의 최대값은 $\frac{5}{8}a^2$이다.

20) 정답 ③

그림과 같이 삼각형 BC를 좌표축에 옮겨 놓고 풀어도 일반성을 잃지 않는다.

또 $A(a, b)$라 하면 삼각형 ABC가 이등변삼각형이므로 $C(2a, 0)$이다.

직선 $AB \Rightarrow y = \frac{b}{a}x$



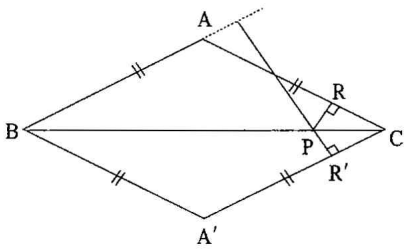
직선 $AC \Rightarrow y = -\frac{b}{a}(x-2a) = -\frac{b}{a}x + 2b$

선분 BC 위의 한 점 $(x, 0)$에서 두 직선 $bx - ay = 0$, $bx + ay - 2ab = 0$까지의 거리의 합은

$\frac{|bx|}{a^2+b^2} + \frac{|bx-2ab|}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{|2ab|}{\sqrt{a^2+b^2}}$로 일정하다.

$\because\ x < 2a$이므로 $|bx - 2ab| = 2ab - bx$

[별해]



위의 그림과 같이 BC에 대한 A의 대칭점을 잡아서 A′이라 하면

사각형 ABA′C는 평행사변형(마름모)이 된다.

또한 R의 $\overline{BC}$에 대한 대칭점을 R′이라 하면

$y = \overline{PQ} + \overline{PR} = \overline{PQ} + PR' = QR'$ (일정)

($\because$ 평행사변형)

21) 정답 ②

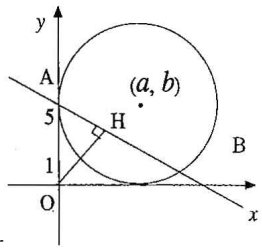
$(x-a)^2 + (y-b)^2 = b^2$이 두 점 A(0, 5)와 B(8, 1)을 지나므로

$a^2 + (5-b)^2 = b^2$,

$(8-a)^2 + (1-b)^2 = b^2$에서

$a = 5$ 또는 $a = 15$

$0 \leq a \leq 8$이므로 $a = 5$만 만족한다.



$\therefore\ a = b = 5$

원에서 $\overline{AB} = \sqrt{64+16} = 4\sqrt{5}$이므로 $\overline{AH} = 2\sqrt{5}$

△OHA가 직각삼각형이므로 $\overline{OH} = \sqrt{25-20} = \sqrt{5}$

22) 정답 ④

체감온도 T는 $T = t - 4\sqrt{v} + 12$에서

오전과 오후의 체감온도가 같으므로

$(t+6) - 4\sqrt{4v} + 12 = t - 4\sqrt{v} + 12$에서

$6 = 4\sqrt{v}$ $\therefore\ v = \frac{9}{4}$

23) 정답 ①

처음 신호의 세기를 a라 하면 $a \times 0.99^n = \frac{1}{2}a$

양변에 log를 취하면 $n\log 0.99 = \log\frac{1}{2}$

$\therefore\ n = \frac{0.3010}{0.0044} = 68.4\cdots$

길이는 약 68km 이다.

24) 정답 ③

$Q_1 = a - bP$, $Q_2 = -c + dP$에서 교점 A를 구하면

$a - bP = -c + dP$에서 $P = \frac{a+c}{b+d}$

$\therefore\ a - bP = a - b\left(\frac{a+c}{b+d}\right) = \frac{ad-bc}{b+d}$

따라서, 교점 A의 좌표는 $\left(\frac{a+c}{b+d}, \frac{ad-bc}{b+d}\right)$이고

이 점이 제 1사분면에 있으므로

$ad - bc > 0$이어야 한다.

25) 정답 23

$A \cap B^c = A - B = A - (A \cap B) = A$이므로

$A \cap B = \phi$이다.

$\therefore\ n(A \cup B) = n(A) + n(B) = 9 + 14 = 23$

26) 정답 7

$\log_2\frac{24}{5} + \log_2\frac{80}{3} = \log_2\frac{24}{5}\cdot\frac{80}{3} = \log_2 8\cdot 16$

$= \log_2 2^3\cdot 2^4 = \log_2 2^7 = 7\log_2 2 = 7$

27) 정답 7

$f(a) = a + a^2 + 2a + 1 =$ R_1

$f(-a) = -a^3 + a^2 - 2a + 1 = R_2$이므로

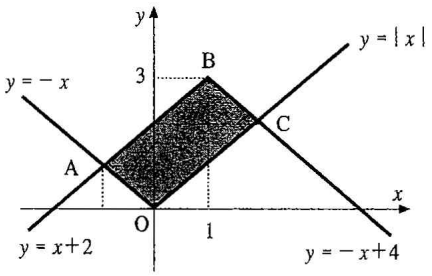
$R_1 + R_2 = 2a^2 + 2 = 0$에서 $a^2 = 2$

$\therefore f(a^2) = a^6 + a^4 + 2a^2 + 1 = 17$

28) 정답 4

$y \le -|x-1| + 3$ …… ①
$y \ge |x|$ …… ②

①과 ②의 그래프는 다음과 같다.



$y = -|x-1| + 3$의 그래프는 $y = |x|$를 x축 대칭이동한 후 x축, y축의 방향으로 각각 1, 3만큼 평행이동한 것이다.

OA는 (0, 0)에서 $y = x = 2$에 이르는 거리이므로

$\frac{|2|}{2} = \frac{2r2}{2} = \sqrt{2}$

OC는 (0, 0)에서 $y = -x + 4$에 이르는 거리이므로

$\frac{|4|}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$

$\therefore$ OABC의 넓이는 $\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = 4$

29) 정답 8

$x - y + 4 = 0$에서 $y = x + 4$이므로

$x^2 + y^2$에 대입하면

$x^2 + (x+4)^2 = x^2 + x^2 + 8x + 16 = 2x^2 + 8x + 16$

$= 2(x+2)^2 + 8$

$\therefore x = -2$일 때 최소값은 8이다.

30) 정답 7.95

제2코사인법칙에 의하여

$BC^2 = 9^2 + 6^2 - 2 \times 9 \times 6 \times \cos 60^\circ = 117 - 54 = 63$

$\therefore BC = \sqrt{63} = 3\sqrt{7} \fallingdotseq 3 \times 2.65 = 7.95$