

년도	2001 11월 7일
대상	고3 예체능계

1. $2 - 3i)(2 + \sqrt{3}i)$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

[2점][2002학년도 수능]

- ① 1 ② 3 ③ 5
④ 7 ⑤ 9

2. $\log (4^{\frac{3}{4}} \cdot 2^5)^{\frac{1}{2}}$ 의 값은?

[2점][2002학년도 수능]

- ① 2 ② 1 ③ 0
④ -1 ⑤ -2

3. $\sin \frac{\pi}{6} + \tan \frac{9\pi}{4}$ 의 값은?

[2점][2002학년도 수능]

- ① -2 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0
④ 1 ⑤ $\frac{3}{2}$

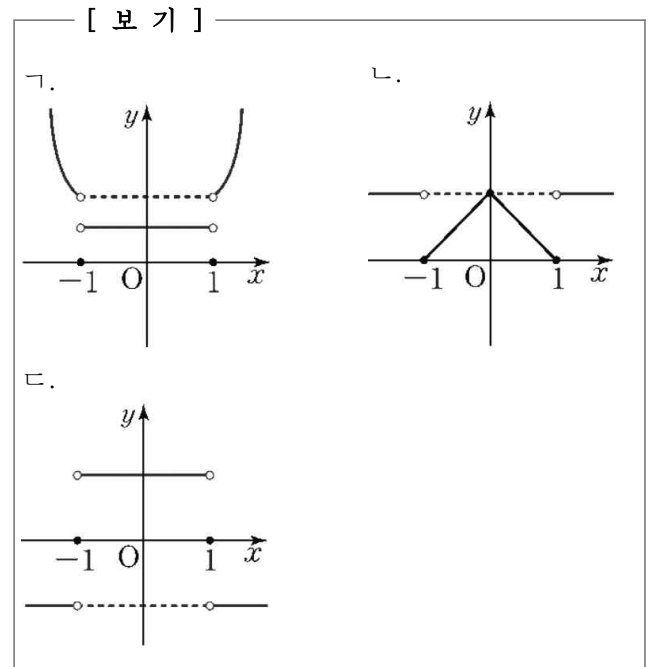
4. 다항식 $(3x^2 + 2x + 1)^2$ 을 전개하였을 때 x^2 의 계수는?

[2점][2002학년도 수능]

- ① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

5. <보기>에 주어진 함수 $y = f(x)$ 의 그래프 중에서 $f(x) = f(x^2)$ 을 만족하는 그래프를 모두 고른 것은?

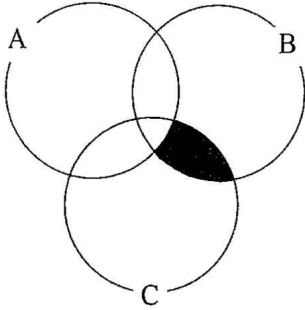
[2점][2002학년도 수능]



- ① 가 ② 나 ③ 가, 나
④ 나, 다 ⑤ 가, 나, 다

6. 다음 벤 다이어그램에서 어두운 부분을 나타내는 집합은?

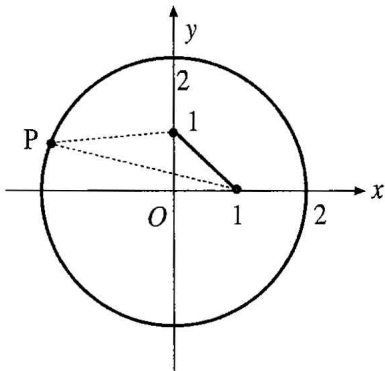
[3점][2002학년도 수능]



- ① $(B \cap C) - (A - (A \cap B))$
 ② $(B \cap C) - (B - (A \cap B))$
 ③ $(B \cap C) - (C - (A \cap B))$
 ④ $(B \cap C) - (A \cap B \cap C)$
 ⑤ $(B \cap C) - ((A \cap B) - (A \cap B \cap C))$

7. 원 $x^2 + y^2 = 4$ 안의 두 점 $(1, 0)$, $(0, 1)$ 과 원 위의 한 점 P가 만드는 삼각형의 넓이가 1이 되는 점 P의 개수는?

[3점][2002학년도 수능]



- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

8. $a > 0, b > 0$ 일 때, <보기> 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. $\frac{a + \sqrt{b}}{2} \leq \frac{a + b}{2}$
 ㄴ. $\frac{3^a + 3^b}{2} \leq 3^{\frac{a+b}{2}}$
 ㄷ. $\frac{\log a + \log b}{2} \leq \log \frac{a+b}{2}$

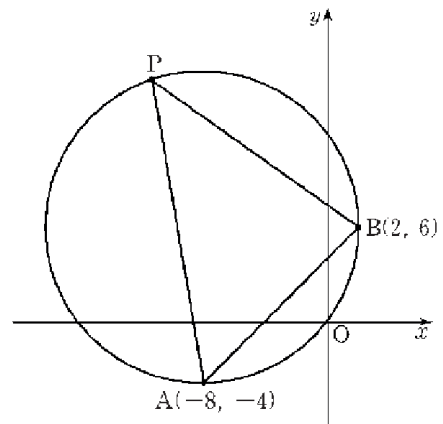
[3점][2002학년도 수능]

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

9. 원 $(x+8)^2 + (y-6)^2 = 10^2$ 위에 두 점

$A(-8, -4)$, $B(2, 6)$ 가 있다. $\triangle PAB$ 의 넓이가 최대가 되도록 하는 원 위의 한 점 P와 원의 중심을 지나는 직선의 방정식을 $y = ax + b$ 라고 할 때 $a + b$ 의 값은?

[3점][2002학년도 수능]



- ① 1 ② 0 ③ -1
 ④ -2 ⑤ -3

10. 연립부등식 $x > 0$, $y + x \geq 0$, $y - 2x \leq 0$ 이 나타내는 좌표평면 위의 영역을 D라 하자. D에 속하는 두 점 $P(a, b)$, $Q(c, d)$ 에 대하여 $\frac{b+d}{a+c}$ 의 최대값과 최소값의 차는?

[3점][2002학년도 수능]

- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ 2
④ 3 ⑤ $\frac{10}{3}$

11. 지수함수의 그래프에 대한 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

[2점][2002학년도 수능]

[보 기]

- ㄱ. $y = 2$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동하면 $y = \frac{1}{2^x}$ 의 그래프가 된다.
ㄴ. $y = 2^x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼 평행이동하면 $y = 2^x$ 의 그래프보다 아래에 놓이게 된다.
ㄷ. $y = 2 \cdot 2^x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 평행이동하여 $y = 2^x$ 의 그래프를 얻을 수 있다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄴ, ㄷ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

12. $\cos \theta \geq \frac{1}{2}$ 일 때, $\sin^2 \theta$ 의 최대값은?

[3점][2002학년도 수능]

- ① 1 ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

13. 그림과 같이 넓이가

다른 세 종류의 직사각형 종이 네 장을 이용하여 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 임을 보일 수 있다.

이와 유사한 방법으로 부피가 다른 몇 종류의 직육면체 나무토막을 이용하여

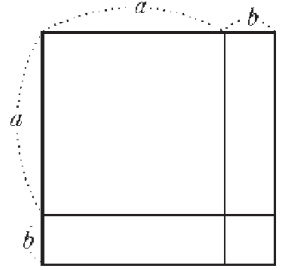
$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

임을 보이려고 한다.

최소로 필요한 나무토막의 종류의 수와 전체의 개수를 순서대로 적은 것은?

[2점][2002학년도 수능]

- ① 3, 4 ② 3, 6 ③ 3, 8
④ 4, 6 ⑤ 4, 8



14. 한 평면에 서로 다른 n 개의 직선을 그려서 나누어진 영역의 수의 최소값을 $f(n)$, 최대값을 $g(n)$ 이라 하자.

<보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

[3점][2002학년도 수능]

[보 기]

- ㄱ. $f(2) = 3$, $g(2) = 4$ 이다.
ㄴ. 모든 n 에 대하여 $f(n) = n+1$ 이다.
ㄷ. 모든 n 에 대하여 $g(n) \leq f(n+1)$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

- 15.** 다음을 만족하는 다항함수에 대한 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?
[3점][2002학년도 수능]

$$(x) = 1, \quad f_1(x) = x, \\ f_{n+1}(x) = xf_n(x) + f_{n-1}(x) \quad (n \text{은 자연수})$$

[보 기]

- ㄱ. $f_{2n-1}(0) = 0, f_{2n}(0) = 1$ 이다.
 ㄴ. $f_{2n-1}(x)$ 는 기함수이고, $f_{2n}(x)$ 는 우함수이다.
 ㄷ. $f_{2n-1}(x)$ 와 $f_{2n}(x)$ 의 항의 개수는 각각 n 개이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

- 16.** 함수 $f(x) = [x[x]]$ 에 대한 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?
 (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)
 [3점][2002학년도 수능]

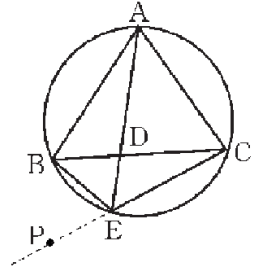
[보 기]

- ㄱ. $f(x) = -1$ 이 되는 x 는 존재하지 않는다.
 ㄴ. 자연수 n 에 대해서 집합 $\{f(x) \mid n \leq x < n+1\}$ 의 원소의 개수는 n 개다.
 ㄷ. 자연수 n 에 대해서 집합 $\{f(x) \mid -n \leq x < -n+1\}$ 의 원소의 개수는 $n+1$ 개이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

- 17.** 다음은 정삼각형 ABC의 변 BC 위의 한 점 D를 잡아 직선 AD가 $\triangle ABC$ 의 외접원과 만나는 점을 E라 할 때,

$$\frac{1}{DE} = \frac{1}{EB} + \frac{1}{CE}$$
임을 보인 것이다.



[증 명]

선분 CE의 연장선 위에 $EB = EP$ 인 점 P를 잡는다.

네 점 A, B, E, C는 한 원 위에 있으므로
 $\angle AEC = \angle ABC = 60^\circ$ 이고
 $\angle AEB = \angle ACB = 60^\circ$ 이다.

따라서 $\angle BPE = 60^\circ$ 이고 $EB = EP$ 이므로 $\triangle EBP$ 는 정삼각형이다.

그러므로 $\angle BPE = 60^\circ = \angle DEC$ 이고

선분 BP와 DE는 평행하다.

$\triangle CBP$ 와 $\triangle CDE$ 는 닮음이므로

$$\overline{BP} : \overline{DE} = \overline{CP} : \overline{CE} \text{이고}$$

$$\overline{BP} \cdot \overline{CE} = \overline{DE} \cdot \overline{CP} \text{이다.}$$

또한 $\overline{BP} = \overline{EP} = \overline{EB}$, $\overline{CP} = \overline{CE} + \overline{EP}$ 이므로

$$\overline{EB} \cdot \overline{CE} = \overline{DE} (\overline{CE} + \overline{EB}) = \overline{DE} (\overline{CE} + \overline{EB})$$

가 된다.

$$\text{양변을 } \overline{EB} \cdot \overline{CE} \cdot \overline{DE} \text{로 나누면}$$

$$\frac{1}{DE} = \frac{1}{EB} + \frac{1}{CE} \text{이다.}$$

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은?

[3점][2002학년도 수능]

- | | (가) | (나) | (다) |
|---|--------------|--------------|-----------------|
| ① | $\angle PEB$ | $\angle BPE$ | $\overline{CE}$ |
| ② | $\angle PEB$ | $\angle BPE$ | $\overline{CD}$ |
| ③ | $\angle EBP$ | $\angle CBE$ | $\overline{CE}$ |
| ④ | $\angle PEB$ | $\angle DCE$ | $\overline{CD}$ |
| ⑤ | $\angle PEB$ | $\angle BED$ | $\overline{CD}$ |

- 18.** 다음은 자연수 n 에 대해서 $m + 4^n$ 이 소수이고 $m \neq 1$ 또는 $n \neq 1$ 이면, m 은 홀수이고 n 은 짝수임을 증명한 것이다.

[증명]

m 이 짝수이거나 n 이 홀수라 가정하자.

(i) m 이 짝수이면 $m = 2j$ 꼴의 정수이고,

$$m^4 + 4^n = 4 \cdot 4j^4 + 4^{n-1} \text{ 이므로}$$

$$m^4 + 4^n \text{은 } \boxed{\quad} \text{이다.}$$

이것은 가정에 모순이므로 m 은 홀수이다.

(ii) n 이 홀수이면 $n = 2k - 1$ 꼴의 정수이다.

$$m^4 + 4^n = m^4 + 4^{2k-1} \text{은 다음과 같이 인수분해 된다.}$$

$$m^4 + 4^{2k-1} = \boxed{(나)} (m^2 + m2^k + 2 \cdot 4^{k-1})$$

$$\text{이 수는 소수이므로 } \boxed{(나)} = 1 \text{ 또는}$$

$$(m^2 + m2^k + 2 \cdot 4^{k-1}) = 1 \text{ 이다.}$$

$$\text{그런데, } (m^2 + m2^k + 2 \cdot 4^{k-1}) > 1 \text{ 이므로}$$

$$\boxed{(나)} = 1 \text{ 이다.}$$

$$\boxed{(나)} = (\boxed{(다)})^2 + 4^{k-1} = 1 \text{로부터}$$

$$k = 1, m = 1 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서, } m = 1, n = 1 \text{ 이다.}$$

$$\text{이것은 가정에 모순이므로 } n \text{은 짝수이다.}$$

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은?

[3점][2002학년도 수능]

(가) (나) (다)

- | | | |
|------------|--|---------------|
| ① 소수가 아니다. | $m^2 - m \cdot 2^k + 2 \cdot 4^{k-1}$ | $m - 2^{k-1}$ |
| ② 소수이다. | $m^2 - m \cdot 2^k + 2 \cdot 4^{k-1}$ | $m - 2^{k-1}$ |
| ③ 소수가 아니다. | $m^2 - m \cdot 2^{k+1} + 5 \cdot 4^{k-1}$ | $m - 2^k$ |
| ④ 소수이다. | $m^2 - m \cdot 2^{k+1} + 5 \cdot 4^{k-1}$ | $m - 2^k$ |
| ⑤ 소수가 아니다. | $m^2 - m \cdot 2^{k+2} + 17 \cdot 4^{k-1}$ | $m - 2^{k+1}$ |

- 19.** 집합 $A = \{1, 2, 3, \dots, 21\}$ 에 대한 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

[보기]

ㄱ. A 에 있는 서로 다른 두 수의 최소공배수 중 최대는 420이다.

ㄴ. A 에 있는 서로 다른 두 수의 최대공약수 중 최대는 10이다.

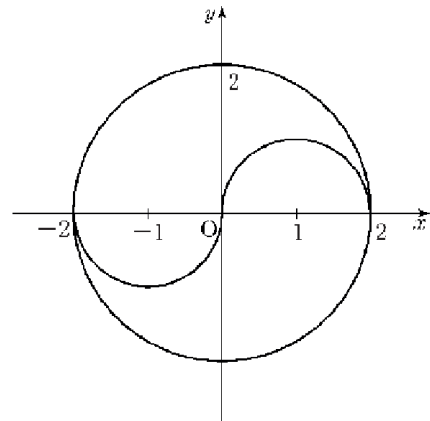
ㄷ. A 의 서로 다른 11개의 수 중에는 서로소인 두 수가 있다.

[3점][2002학년도 수능]

- | | | |
|--------|-----------|--------|
| ① ㄱ | ② ㄴ | ③ ㄱ, ㄴ |
| ④ ㄴ, ㄷ | ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ | |

- 20.** 그림과 같이 좌표평면 위에 원과 반원으로 이루어진 태극문양이 있다. 태극문양과 직선 $y = a(x - 1)$ 이 서로 다른 다섯 점에서 만나게 되는 a 의 범위는?

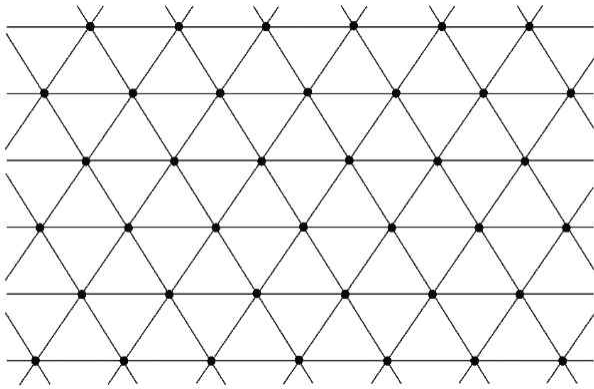
[3점][2002학년도 수능]



- | | | |
|--------------------------------|--------------------------------|-------------------------|
| ① $0 < a < \frac{2}{3}$ | ② $0 < a < \frac{\sqrt{3}}{3}$ | ③ $0 < a < \frac{2}{3}$ |
| ④ $0 < a < \frac{\sqrt{5}}{3}$ | ⑤ $0 < a < \frac{\sqrt{6}}{3}$ | |

- 21.** 함수 $(x) = x - x - 6$, $g(x) = x^2 - ax + 4$ 일 때,
모든 실수 x 에 대하여 $(f \circ g)(x) \geq 0$ 이 되는 실수
 a 의 범위는? (단, $f \circ g$ 는 g 와 f 의 합성함수이다.)
[3점][2002학년도 수능]
- ① $a \leq -1$, $a \geq 1$ ② $-1 \leq a \leq 1$ ③ $a \leq -2$, $a \geq 2$
④ $-2 \leq a \leq 2$ ⑤ $-4 \leq a \leq 4$

- 22.** 어떤 물질은 원자를 구로 나타낼 경우 똑같은
구들을 규칙적으로 배열하여 얻은 정육각형 격자구조
를 갖는다. 아래 그림은 이 격자구조의 한 단면에 놓여
있는 원자의 중심을 연결한 것이다.
이 구조에서 한 원자의 에너지는 인접한 원자의 수와
거리에 영향을 받는다. 가장 인접한 원자의 중심간의
거리가 모두 1일 때, 동일 평면상에서 고정된 한 원자
와 중심사이의 거리가 7인 원자의 개수는?
[3점][2002학년도 수능]



- ① 4 ② 6 ③ 8
④ 12 ⑤ 16

- 23.** 자전거 경기장에서 트랙의 반지름이 r m이고
경사각이 a° 인 경사면을 안전하게 달릴 수 있는 속도
 v (m/)는 $v = \sqrt{0.2ra}$ 로 나타내어진다고 하자.
이때, 자전거 경기장에서 반지름이 40m이고 경사각이
 32° 인 경사면을 안전하게 달릴 수 있는 속도 (m/초)
은?
[2점][2002학년도 수능]
- ① 16 ② 19 ③ 22
④ 25 ⑤ 28

- 24.** 중심도시에서 상품을 구매하는 주변도시의 전체
구매량은 다음과 같은 법칙을 따른다고 하자.
“각 주변도시 B, C의 시민들이 중심도시 A에서
상품을 구매할 때, 각 도시의 전체 구매량은 그 도시의
인구수에 비례하고 A시와의 거리의 제곱에 반비례한
다.”
위 법칙과 아래 표에 의거하여 신도시 C시를 건설하려
고 한다.

구분 도시	인구 (단위 : 명)	A 시로부터의 거리 (단위 : km)
B 시	500000	20
C 시	x	10

- A 시에서 구매하는 C시의 전체의 구매량이 B시의
전체 구매량의 절반이 되게 하려면 C시의 인구 x 를
얼마로 예상해야 하는가?
[3점][2002학년도 수능]
- ① 42500 ② 52500 ③ 62500
④ 72500 ⑤ 82500

주관식 문항(25 ~ 30)

25. 원 $x^2 + y^2 - 10x - 2y + 1 = 0$ 의 중심의 좌표를 (a, b) , 반지름을 r 이라 할 때, $a + b + r$ 의 값을 구하시오.

[2점][2002학년도 수능]

26. $\sin\theta + \cos\theta = \frac{2}{2}$ 일 때, $\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} + \frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta}$ 의 값을 구하시오.

[3점][2002학년도 수능]

27. $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 일 때, $\{2, 3\} \cap A \neq \emptyset$ 를 만족시키는 U 의 부분집합 A 의 개수를 구하시오.

[3점][2002학년도 수능]

28. 다음 방정식의 모든 해의 곱을 구하시오.

[2점][2002학년도 수능]

$$(\log_2 x)^3 + \log_2 x^3 = 4(\log_2 x)^2 + \log_2 x$$

29. 어떤 행사에서 20종류의 스티커를 모으면 경품을 받을 수 있다고 한다. 갑은 네 종류, 을과 병은 각각 다섯 종류의 스티커를 모았다. 두 사람씩 비교하였을 때 각각 세 종류의 스티커가 공통으로 있었고, 세 사람을 함께 비교하였을 때는 두 종류의 스티커가 공통으로 있었다. 갑, 을, 병의 스티커를 모아서 경품을 받으려고 할 때, 최소로 더 필요한 스티커의 종류의 수를 구하시오.

[3점][2002학년도 수능]

30. 원 $x^2 + y^2 = \frac{13}{4}$ 과 함수 $y = \frac{3}{2x}$ 의 그래프가

만나는 모든 교점의 x 좌표의 곱을 소수점 아래 둘째 자리까지 구하시오.

[3점][2002학년도 수능]

정답과 해설

1) 정답 ④

$$2 - 3i)(2 + \sqrt{3}i) = 2 - (\sqrt{3}i)^2 = 4 - 3i^2 = 7$$

2) 정답 ①

$$(4^{\frac{3}{4}} \cdot 2^5)^{\frac{1}{2}} = (2^{\frac{3}{2}} \cdot 2^{\frac{5}{2}})^{\frac{1}{2}} = (2^{\frac{3}{2} + \frac{5}{2}})^{\frac{1}{2}} = (2^4)^{\frac{1}{2}} = 2^2$$

$$\therefore \log_2(4^{\frac{3}{4}} \cdot \sqrt{2^5})^{\frac{1}{2}} = \log_2 2^2 = 2$$

3) 정답 ⑤

$$\sin \frac{\pi}{6} + \tan \frac{9}{4}\pi = \sin \frac{\pi}{6} + \tan(2\pi + \frac{\pi}{4}) = \sin \frac{\pi}{6} + \tan \frac{\pi}{4}$$

$$= \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}$$

4) 정답 ⑤

$$(3x^2 + 2x + 1)^2$$

$$= (3x^2)^2 + (2x)^2 + 1^2 + 2(3x^2)(2x) + 2(2x) \cdot 1 + 2(3x^2) \cdot 1$$

$$= 9x^4 + 12x^3 + 10x^2 + 4x + 1$$

따라서 x^2 의 계수는 10이다.

[별해]

$$(3x^2 + 2x + 1)(3x^2 + 2x + 1) \text{의 전개식에서 } x^2 \text{의 항은}$$

$$3x^2 \cdot 1 + (2x)(2x) + 1 \cdot 3x^2 = 10x^2$$

따라서 x^2 의 계수는 10이다.

5) 정답 ②

① 주어진 그래프에서 $x \geq 1$ 인 경우를 주목하여 보면 $f(2) \neq f(4)$ 임을 알 수 있다.

따라서, 주어진 함수 $f(x)$ 는 조건 $f(x) = f(x^2)$ 을 만족하지 않는다.

② 주어진 그래프에서 $0 \leq x \leq 1$ 인 경우를 주목하여 보면 $f(\frac{1}{2}) \neq f(\frac{1}{4})$ 임을 알 수 있다.

따라서, 주어진 함수 $f(x)$ 는 조건 $f(x) = f(x^2)$ 을 만족하지 않는다.

③ 주어진 그래프로부터 함수 $f(x)$ 의 식을 구하면

$$f(x) = \begin{cases} a & (-1 \leq x \leq 1) \\ -a & (x < -1 \text{ 또는 } x > 1) \end{cases}$$

이로부터 $f(x^2)$ 을 구해 보면

$$-1 \leq x \leq 1 \text{ 일 때, } 0 \leq x^2 \leq 1 \text{ 이므로 } f(x^2) = a$$

$$x < -1 \text{ 또는 } x > 1 \text{ 일 때, } x^2 > 1 \text{ 이므로 } f(x^2) = -a$$

$$\therefore f(x) = f(x^2)$$

따라서, <보기> 중 조건 $f(x) = f(x^2)$ 을 만족하는 것은

③ 뿐이다.

[별해]

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = f\left(\frac{1}{4}\right) = f\left(\frac{1}{16}\right) = \dots,$$

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = f\left(\frac{1}{4}\right) = f\left(\frac{1}{16}\right) = \dots \text{ 이므로}$$

$-1 < x < 1$ 일 때 $f(x)$ 는 상수함수이다.

$$\text{또, } f(2) = f(4) = f(16) = \dots$$

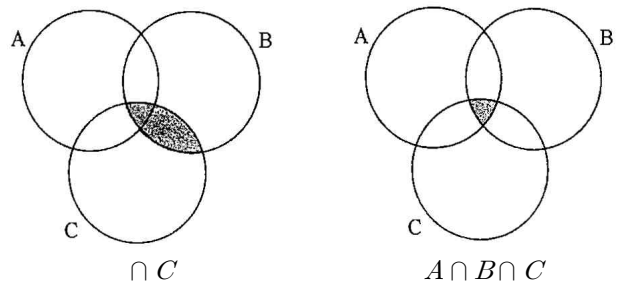
$$f(-2) = f(4) = f(16) = \dots \text{ 이므로}$$

$|x| > 1$ 일 때도 상수함수이다.

따라서 만족하는 것은 ㄷ이다.

6) 정답 ④

주어진 어두운 부분은 다음과 같다.



따라서 $(B \cap C) - (A \cap B \cap C)$

7) 정답 ②

원 $x^2 + y^2 = 4$ 안의 두 점을

$A(1, 0)$, $B(0, 1)$ 이라 하면

한 면 위의 점 P에 대하여

$\triangle ABP$ 의 밑변

$$AB = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2} \text{ 이므로}$$

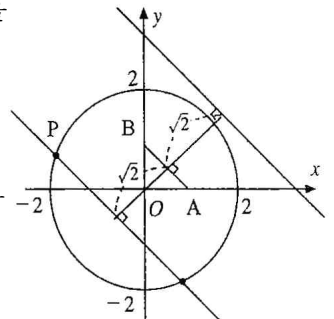
$$\triangle ABP = \frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times (\text{높이})$$

$$= 1 \text{ 에서}$$

(높이) = $\sqrt{2}$ 가 되어야 한다.

따라서 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$ 로부터 $\sqrt{2}$ 의 거리에

있는 $\overline{AB}$ 와 평행한 직선을 그어 원과 만나는 점을 찾으면 2개다.



8) 정답 ④

$$\neg. \left(\frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{2} \right)^2 - \left(\frac{a+b}{2} \right)^2 = \frac{a+2\sqrt{ab}+b}{4} - \frac{a+b}{2}$$

$$= \frac{-a+2\sqrt{ab}-b}{4} = \frac{-(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}{4} \leq 0$$

$$\neg. \frac{3^a + 3^b}{2} - 3^{\frac{a+b}{2}} = \frac{3^a + 3^b}{2} - \sqrt{3^{a+b}}$$

$$= \frac{3^a - 2\sqrt{3^a} \sqrt{3^b} + 3^b}{2} = \frac{(\sqrt{3^a} - \sqrt{3^b})^2}{2} \geq 0$$

$$\neg. \log \sqrt{ab} \leq \log \frac{a+b}{2} \text{ 에서}$$

$$a > 0, b > 0 \text{ 일 때 } \sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2} \text{ 이므로}$$

$$\log a + \log b \leq \log \frac{a+b}{2}$$

따라서 보기 중 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

9) 정답 ⑤

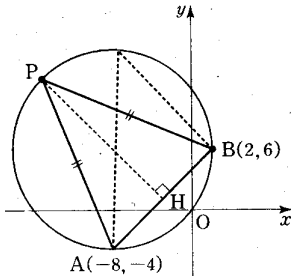
$\triangle PAB$ 의 넓이가 최대가 될 때는

그림과 같이 점 P에서의 접선이 직선 AB와 평행할 때이다.

즉, 점 P와 중심 C(-8, 6)을 지나는 직선의 방정식은 중심 C(-8, 6)을 지나며 직선 AB에 수직인 직선의 방정식과 같다.

이 때, 직선 AB의 기울기는 1이므로

$$y = -(x+8)+6 = -x-2$$



따라서, $a = -1$, $b = -2$ 이므로 $a+b = -3$

10) 정답 ④

영역 D는 세 부등식 $x > 0$, $y \geq -x$, $y \leq 2x$ 를 만족시키는 점 (x, y) 들의 모임이고, 두 점 $P(a, b)$, $Q(c, d)$ 는 D에 속하므로

$$a > 0, c > 0$$

$$\therefore a+c > 0 \dots\dots$$

$$b \geq -a, d \geq -c$$

$$\therefore b+d \geq -(a+c) \dots\dots \textcircled{A}$$

$$b \leq 2a, d \leq 2c$$

$$\therefore b+d \leq 2(a+c) \dots\dots \textcircled{B}$$

$$\textcircled{A}, \textcircled{B} \text{으로부터 } \frac{b+d}{a+c} \geq -1 \text{ 이고,}$$

$$\textcircled{A}, \textcircled{B} \text{으로부터 } \frac{b+d}{a+c} \leq 2$$

즉, $\frac{b+d}{a+c}$ 의 최대값, 최소값은 각각 2, -1이므로

구하는 최대값과 최소값의 차이는 3이다.

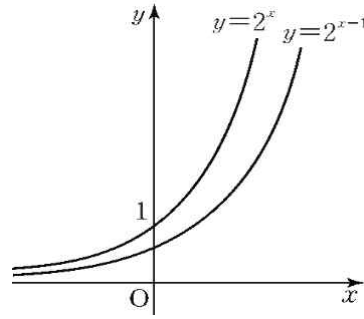
11) 정답 ③

$$\textcircled{1} \ y = 2 \text{의 } x \text{축 대칭은 } -y = 2^x \therefore y = -2^x$$

$$\text{또, } y = \frac{1}{2^x} = 2^{-x} \text{ 즉, 옳지 않다.}$$

$$\textcircled{2} \ y = 2^x \rightarrow y = 2^{x-1} \text{ (} x \text{축 방향으로 1만큼 평행이동)}$$

즉, 그 그래프는 아래와 같으므로 옳다.



$$\textcircled{3} \ y = 2 \cdot 2^x = 2^2 \cdot 2^x = 2^{x+2}$$

$$\text{즉, } y = 2^x \rightarrow y = 2^{x+\frac{1}{2}}$$

(즉, x 축 방향으로 $-\frac{1}{2}$ 만큼 평행이동) $\therefore$ 옳다.

12) 정답 ②

$$\cos \theta \geq \frac{1}{2} \text{ 일 때, } \cos^2 \theta \geq \frac{1}{4} \text{ 이므로}$$

$$-\cos^2 \theta \leq -\frac{1}{4}$$

$$\therefore 1 - \cos^2 \theta \leq 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\therefore \sin^2 \theta \leq \frac{3}{4}$$

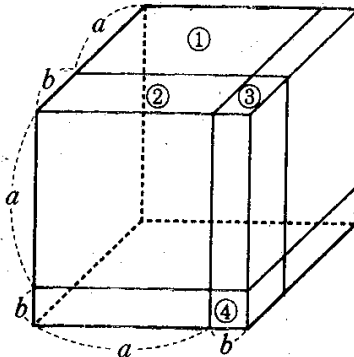
따라서 $\sin^2 \theta$ 의 최대값은 $\frac{3}{4}$ 이다.

13) 정답 ⑤

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ 을 보이려면 가로, 세로, 높이가 각각 $a+b$ 인 정육면체를 이용하면 된다.

그림을 보면

- ①과 같이 세 모서리의 길이가 a, a, a 인 모양이 1개,
 ②와 같이 세 모서리의 길이가 a, b, a 인 모양이 3개,
 ③과 같이 세 모서리의 길이가 a, b, b 인 모양이 3개,
 ④와 같이 세 모서리의 길이가 b, b, b 인 모양이 1개



따라서 $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ 이 보여진다.

즉 나무토막의 종류의 수는 4가지,

나무토막 전체의 개수는 8개이다.

14) 정답 ③

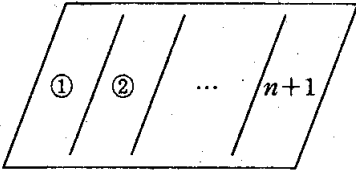
- ① 그림에서 서로 다른 2개의 직선을 그려서 나누어진 영역의 최소값은 3, 최대값은 4이므로
 $f(2)=3, g(2)=4 \quad \therefore$ 참



- ② 그림에서 서로 다른 n 개의 직선을 그어 나누어진 수가 최소가 되려면 n 개의 직선을 모두 평행하게 그어야 하므로 이 때 나누어진 직선의 수는 $n+1$ 개이다. 즉 $f(n+1)=n+1 \quad \therefore$ 참



- ③ 그림에서 $f(4)=5, g(3)=7$ 이므로 $g(3) > f(4)$ 따라서 모든 n 에 대하여 $g(n) \leq f(n+1)$ 이 성립하는 것은 아니다. $\therefore$ 거짓



15) 정답 ③

다항함수 $f(x)$ 가 $f(x)=1, f_1(x)=x,$
 $f_{n+1}(x)=xf_n(x)+f_{n-1}(x)$ (n 은 자연수)
 을 만족하므로, $x=0$ 을 대입하면
 $f_0(0)=1, f_1(0)=0$
 이 때, $n=1$ 을 대입하면, $f_2(0)=0 \cdot f_1(0)+f_0(0)=1$
 같은 방법으로, $f_3(0)=0 \cdot f_2(0)+f_1(0)=0$
 $\vdots$

따라서 짝수 번째항은 1, 홀수 번째 항은 0,
 즉, $f_{2n-1}(0)=0, f_{2n}(0)=1$ 이다.
 또한, $f_0(x)$ 는 우함수이고, $f_1(x)$ 는 기함수이므로
 $f_2(x)=xf_1(x)+f_0(x)$ 는 우함수이다.
 (기함수 $\cdot$ 기함수=우함수, 우함수+우함수=우함수)
 같은 방법으로 $f_3(x)=xf_2(x)+f_1(x)$ 는 기함수이다.
 즉, 홀수 번째 항은 모두 기함수이고,
 짝수 번째항은 모두 우함수이다.
 따라서, $f_{2n-1}(x)$: 함수, $f_{2n}(x)$: 우함수
 한편, $f_2(x)=xf_1(x)+f_0(x)$ 에서
 $f_1(x)$ 이 1차이므로 $f_2(x)$ 의 차수는 2차이다.
 같은 방법으로 $f_3(x)=xf_2(x)+f_1(x)$ 에서
 $f_2(x)$ 이 2차이므로 $f_3(x)$ 의 차수는 3차이다.
 즉, $f_n(x)$ 은 n 차 다항식이다.
 이 때, $f_{2n-1}(x)$ 은 $2n-1$ 차 다항식이고, 기함수이므로,

항 중에 짝수차 항이 없으므로,
 $0, 1, 2, 3, \dots, 2n-1$ 중 짝수를 뺀 $1, 3, 5, \dots, 2n-1$
 은 모두 n 개의 홀수이므로
 $f_{2n-1}(x)$ 은 n 개의 항을 갖는 다항식이다.
 하지만, $f_{2n}(x)$ 은 모두 $2n+1$ 개의 항 중에
 $0, 1, 2, 3, 4, \dots, 2n-1, 2n$
 짝수차수를 갖는 항은 $0, 2, 4, 6, \dots, 2n$ 으로
 0 부터이므로 모두 $n+1$ 개이다.

16) 정답 ⑤

$f(x) = x[x]$ 이므로
 ① $x \geq 0$ 일 때, $[x] \geq 0$ 이므로 $x[x] \geq 0$
 $\therefore f(x) = [x[x]] \geq 0$
 $x < 0$ 일 때, $[x] < 0$ 이므로 $x[x] > 0$
 $\therefore f(x) = [x[x]] \geq 0$
 $\therefore$ 옳다.
 ② $n \leq x < n+1$ 일 때, $[x]=n$
 또 $n^2 \leq x[x] < n^2+n$
 $\therefore f(x) = [x[x]] = n^2$ 또는 n^2+1 또는 $\dots$ 또는
 n^2+n-1
 즉, $n(\{f(x) \mid n \leq x < n+1\}) = n$
 $\therefore$ 옳다.
 ③ $-n \leq x < -n+1$ (n 은 자연수일 때) $[x]=-n$
 또 $n^2 \geq x[x] > n^2-n$
 $\therefore f(x) = [x[x]] = n^2-n, n^2-n+1, \dots, n^2-1, n^2$
 즉, $n(\{f(x) \mid -n \leq x < -n+1\}) = n+1$
 $\therefore$ 옳다.
 따라서, ①, ②, ③ 모두 옳다.

17) 정답 ①

한 원에서 현에 대한 원주각의 크기는 동일하므로
 현 AB에 대해 $\angle ACB = \angle AEB = 60^\circ$
 현 AC에 대해 $\angle ABC = \angle AEC = 60^\circ$
 즉, $\angle BEP = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ \dots\dots$ (가)
 이 때 $BE = PE$ 이고 $\angle BEP = 60^\circ$ 이므로
 $\triangle BPE$ 는 정삼각형
 $\therefore \angle BPE = 60^\circ \dots\dots$ (나)
 즉, $\triangle CDE \sim \triangle CBP$
 따라서, $PE : BP = CE : CP \dots\dots$ (다)이다.

18) 정답 ①

$m^4 + 4^n = 4 \cdot (4j^4 + 4^{n-1})$ 이므로 소수가 아니다.
 $\dots\dots\dots$ (가)
 또 $m^4 + 4^{2k-1} = (m^2)^2 + 4(4^{k-1})^2$
 $(m^2)^2 + 4(4^{k-1})^2 + 4 \cdot m^2 \cdot 4^{k-1} - 4 \cdot m^2 \cdot 4^{k-1}$
 $= (m^2 + 2 \cdot 4^{k-1})^2 - (2 \cdot m \cdot 2^{k-1})^2$

$$(m - m \cdot 2^k + 2 \cdot 4^{k-1})(m^2 + m \cdot 2^k + 2 \cdot 4^{k-1})$$

$$\dots\dots\dots (나)$$

또 $m^2 - m \cdot 2^k + 2 \cdot 4^{k-1} = (m - 2^{k-1})^2 + 4^{k-1} = 1$
이다. $\dots\dots\dots (다)$

19) 정답 ⑤

$= \{1, 2, 3, \dots, 21\}$ 에서

ㄱ. A 의 가장 큰 두 수는 20, 21

이 두 수의 최소공배수는 420이다. (참)

ㄴ. 10, 20의 최대공약수가 10이다.

11 이상의 수를 최대공약수로 갖는 두 수는 없다.

따라서 A 에 있는 서로 다른 두 수의 최대공약수 중 최대인 것은 10이다. (참)

ㄷ. 연속한 두 수는 서로소이다. 서로 다른 11개의 수 중에는 연속하는 두 수가 적어도 한 개 이상 존재한다. (참)

따라서 보기 중 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

20) 정답 ②

그림에서 l_1 은 직선 $y = a(x-1)$ 이 원 $(x+1)^2 + y^2 = 1$ 에 접하는 것이므로

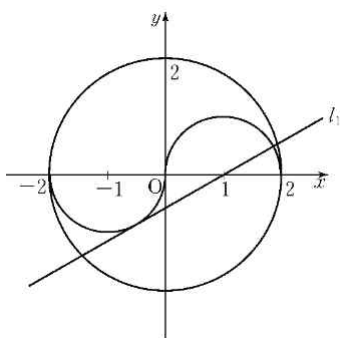
원의 중심 $(-1, 0)$ 에서 직선 $a(x-1) - y = 0$ 에 이르는

거리 d 는 $d = \frac{|-2a|}{a^2 + 1} = 1$ 이므로

$$|2a| = \sqrt{a^2 + 1} \quad 3a^2 = 1$$

$$\therefore a = \frac{3}{3} \quad (\because a > 0)$$

$$\therefore 0 < a < \frac{\sqrt{3}}{3}$$



21) 정답 ④

$$f(x) = x^2 - x - 6 = (x-3)(x+2)$$

$$g(x) = x^2 - ax + 4 \text{에서}$$

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = (g(x)-3)(g(x)+2) \geq 0$$

$$\therefore \therefore g(x) \geq 3 \text{ 또는 } g(x) \leq -2$$

(i) $g(x) \geq 3$ 에서 $x^2 - ax + 4 \geq 3$

$$\text{즉 } x^2 - ax + 1 \geq 0$$

이것이 모든 x 에 대하여 성립하므로 $a^2 - 4 \leq 0$

$$\therefore -2 \leq a \leq 2$$

(ii) $g(x) \leq -2$ 에서 $x^2 - ax + 4 \leq -2$

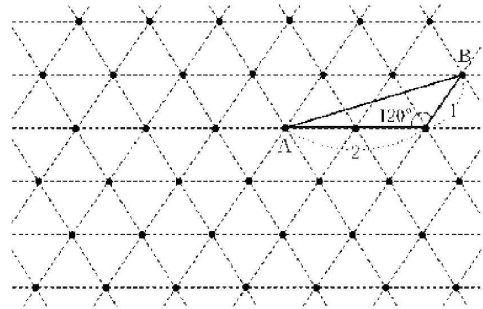
$$\text{즉, } x^2 - ax + 6 \leq 0$$

$h(x) = x^2 - ax + 6$ 은 아래로 볼록한 포물선이므로 모든 x 에 대하여 $h(x) \leq 0$ 일 수 없다.

(i), (ii)에서 구하는 a 의 값의 범위는 $-2 \leq a \leq 2$

22) 정답 ④

고정된 한 원자 A 와 중심 사이의 거리가 $\sqrt{7}$ 이 되려면 원자가 아래 그림의 B 의 위치에 놓여야 한다.



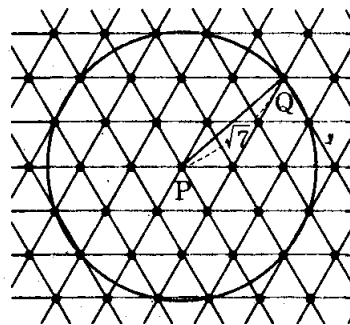
제이코사인법칙에 의해

$$AB^2 = 2^2 + 1^2 - 2 \times 2 \times 1 \times \cos 120^\circ = 7$$

$$\therefore AB = \sqrt{7}$$

따라서, A 를 한 점으로 하고 두 변의 길이가 1, 2인 평행사변형을 찾아 A 와 중심거리가 $\sqrt{7}$ 인 원자를 찾으면 된다.

따라서, 모두 12개이다.



23) 정답 ①

속력 $v = \sqrt{0.2ra}$ 라 하므로 반지름 $r = 40$ (m),

경사각이 $a^\circ = 32^\circ$ 인 경사면을 안전하게 달릴 수 있는 속력은

$$v = \sqrt{0.2 \times 40 \times 32} = \sqrt{256} = 16 \text{ (m/초)이다.}$$

24) 정답 ③

어떤 도시의 전체 구매량을 p , 인구를 a ,

A 시로부터의 거리를 b 라고 하면

$$p = \frac{ak}{b^2} \quad (k \text{는 일정한 상수}) \dots \text{㉠}$$

㉠을 이용하여

B 시의 전체구매량을 구하면 $\frac{500000k}{0}$

C 시의 전체구매량을 구하면 $\frac{kx}{10^2}$

C 시의 전체구매량은 B의 전체구매량의 $\frac{1}{2}$ 이므로

$$\frac{kx}{10^2} = \frac{1}{2} \times \frac{500000k}{20^2}$$

$$\therefore x = 62500$$

25) 정답 11

$x^2 + y^2 - 10x - 2y + 1 = 0$ 을 표준형으로 바꾸면

$$(x-5)^2 + (y-1)^2 = 5^2$$

중심의 좌표는 (5, 1), 반지름은 5이므로

$$a = 5, b = 1, r = 5$$

$$\therefore a + b + r = 5 + 1 + 5 = 11$$

26) 정답 14

$\sin\theta + \cos\theta = \frac{2}{2}$ 의 양변을 제곱하여 풀면

$$\sin\theta \cos\theta = -\frac{1}{4}$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} + \frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta} &= \frac{\sin^4\theta + \cos^4\theta}{\sin^2\theta \cos^2\theta} \\ &= \frac{(\sin^2\theta + \cos^2\theta)^2 - 2\sin^2\theta \cos^2\theta}{(\sin\theta \cos\theta)^2} \end{aligned}$$

$$= \frac{1 - 2 \cdot \frac{1}{16}}{\frac{1}{16}} = \frac{\frac{14}{16}}{\frac{1}{16}} = 14$$

27) 정답 24

$\{2, 3\} \cap \neq \emptyset$ 이므로

집합 A는 2, 3 중 적어도 하나는 원소로 가져야 한다.

이 때, 2, 3을 원소로 갖지 않는 집합 U의 부분집합의 개수는 $2^{5-2} = 2^3 = 8$ (개)이다.

따라서, 구하는 집합 A의 개수는

$$2^5 - 8 = 32 - 8 = 24(\text{개})$$

28) 정답 16

$$(\log_2 x)^3 + 3\log_2 x = 4(\log_2 x)^2 + \log_2 x$$

$$\log_2 x = t \text{로 치환하면 } t^3 + 3t = 4t^2 + t$$

$$t^3 - 4t^2 + 2t = 0, t(t^2 - 4t + 2) = 0$$

$$\therefore t = 0, t^2 - 4t + 2 = 0$$

(i) $t = 0$ 일 경우

$$\log_2 x = 0 \therefore x = 1$$

(ii) $t^2 - 4t + 2 = 0$ 일 경우

$$(\log_2 x)^2 - 4\log_2 x + 2 = 0$$

위 식을 만족하는 x 의 값을 α, β 라 하면

$$\log_2 \alpha + \log_2 \beta = 4 \quad \log_2 \alpha \beta = 4$$

$$\therefore \alpha \beta = 2^4 = 16$$

(i), (ii)에서 구하는 해의 곱은 $1 \times 16 = 16$

29) 정답 13

모아야 할 20종류의 스티커의 집합을 U라 하고,

갑, 을, 병이 모은 스티커의 종류의 집합을

A, B, C라 하면

$$n(U) = 20, n(A) = 4, n(B) = 5, n(C) = 5$$

$$n(A \cap B) = n(B \cap C) = n(C \cap A) = 3$$

$$n(A \cap B \cap C) = 2$$

$$\therefore n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C)$$

$$- n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A)$$

$$+ n(A \cap B \cap C)$$

$$= 4 + 5 + 5 - 3 - 3 - 3 + 2 = 7$$

따라서, 더 모아야 할 스티커의 수는 $20 - 7 = 13$ (개)

30) 정답 2.25

$x^2 + y^2 = \frac{13}{4}$ 과 $y = \frac{3}{2x}$ 을 연립하면

$$\left(x^2 + \frac{9}{4x^2}\right)^2 = \frac{13}{4}, x^2 + \frac{9}{4x^2} = \frac{13}{4}$$

$$4x^4 - 13x^2 + 9 = 0$$

$$x^2 = t \text{로 치환하면 } 4t^2 - 13t + 9 = 0$$

이때 모든 교점의 x 좌표의 곱은 위 이차방정식의

두 근의 곱과 같으므로

근과 계수와의 관계를 적용하면

$$(\text{근의 곱}) = \frac{9}{4} = 2.25$$