

제 2 교시

수리 · 탐구 영역 (I)

홀수형

1

예 · 체능계

성명

수험번호

- 먼저 수험생이 선택한 계열의 문제인지 확인하시오.
- 문제지에 성명과 수험 번호를 정확히 기입하시오.
- 답안지에 수험 번호, 응시 계열, 문형, 답을 표기할 때에는 반드시 '수험생이 지켜야 할 일'에 따라 표기하시오.
- 주관식 답의 숫자에 0이 포함된 경우, 0을 OMR답안지에 반드시 표기해야 합니다.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점 또는 3점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

1. $(\sqrt{2})^5$ 의 값은? [2점]

- ① $\sqrt{2}$ ② 2 ③ $2\sqrt{2}$ ④ 4 ⑤ $4\sqrt{2}$

2. 이차방정식 $x^2+7x+1=0$ 의 두 근이 α, β 일 때,
 $(\alpha^2+\beta^2)+7(\alpha+\beta)$ 의 값은? [3점]

- ① -4 ② -3 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

3. $(2+2\sin\frac{\pi}{3})(2-\tan\frac{\pi}{3})$ 의 값은? [3점]

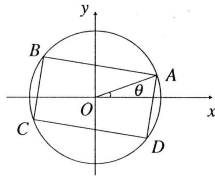
- ① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

4. 다항식 x^3+3x^2+ax+b 가 $x+1$ 로 나누어 떨어질 때, $a-b$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

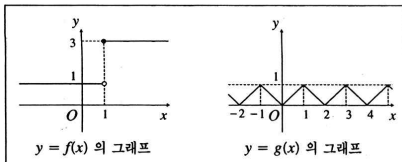
5. 그림과 같이 직사각형 $ABCD$ 가 중심이 원점이고
반지름의 길이가 1인 원에 내접해 있다. x 축과 선분
 OA 가 이루는 각을 θ 라 할 때, $\cos(\pi - \theta)$ 와 같은
것은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$)

[3점]



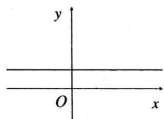
- ① A 의 x 좌표 ② B 의 y 좌표 ③ C 의 x 좌표
④ C 의 y 좌표 ⑤ D 의 x 좌표

6. 두 함수 $y=f(x)$ 와 $y=g(x)$ 의 그래프가 각각 아래
그림과 같다.

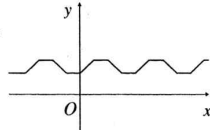


- 다음 중 $y=(g \circ f)(x)$ 의 그래프의 개형은? [3점]

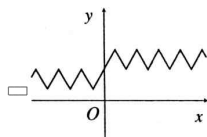
①



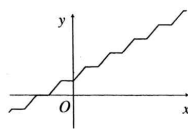
②



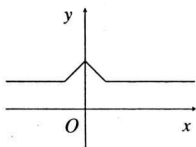
③



④



⑤

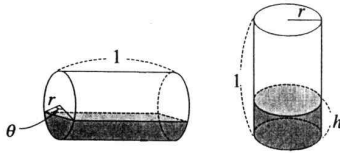


8. 분수함수 $y=\frac{1}{x}$ 의 그래프가 직선 $y=ax$ 에 대하여
대칭이 되는 상수 a 의 값을 모두 구하면? [3점]

- ① $-1, 1$ ② $-2, 2$ ③ $-3, 3$
④ $-4, 4$ ⑤ $-5, 5$

9. 반지름의 길이가 r 이고 높이가 1인 원기둥에 물이 들어 있다. 원기둥을 수평으로 누었을 때 수면과 옆면이 만나서 이루는 현에 대한 중심각을 θ 라 하자. 원기둥을 세웠을 때 수면의 높이 h 를 θ 로 표시하면?

(단, $0 < \theta < \pi$, $0 < h < \frac{1}{2}$) [2점]



- ① $h = \frac{1}{2\pi} \theta$
 ② $h = \frac{1}{2\pi} \sin \theta$
 ③ $h = \theta - \sin \theta$
 ④ $h = \frac{1}{2\pi} (\theta + \sin \theta)$
 ⑤ $h = \frac{1}{2\pi} (\theta - \sin \theta)$

10. 좌표평면에서 두 점 $(1, 3)$, $(3, 1)$ 을 지나는 직선과 원점 사이의 거리는? [3점]

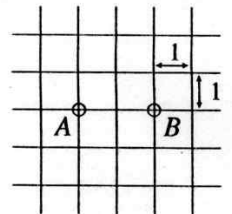
- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{2}$ ④ 4 ⑤ $3\sqrt{2}$

11. 두 함수 $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2 - 2x + 1$ 가

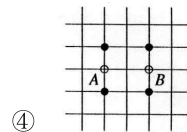
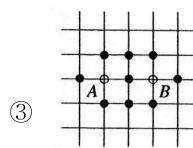
$(g \circ f)(2^x) = \frac{1}{4}$ 을 만족시킬 때, x 의 값은? [2점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

12. 그림과 같이 이웃한 두 교차로 사이의 거리가 모두 1인 바둑판 모양의 도로망이 있다. 두 차량이 각각 A 와 B 에서 출발하여 A, B 이외의 교차로 P 에서 만났다. 두 차량이 움직인 거리의 합이 4가 되는 P 의 위치를 모두 표시하면? [3점]

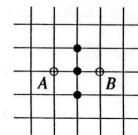
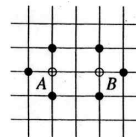


- ① ②

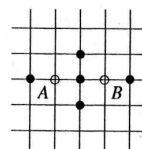


③

④



⑤



13. 다음은 좌표평면 위의 서로 다른 네 점 A, B, C, D에 대한 설명이다.

- (가) 점 A와 점 B는 x축 위에 있다
(나) 점 B와 x좌표는 점 A의 x좌표보다 크다.
(다) $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{BC} = \overline{AD} = \overline{CD}$

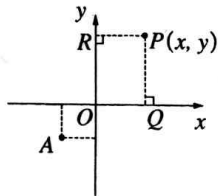
점 A, B, C, D의 x좌표를 각각 a, b, c, d라 할 때, 옳은 것은? [3점]

- ① $a < d < c < b$ ② $c < a < d < b$ ③ $c < d < a < b$
④ $d < a < c < b$ ⑤ $d < c < a < b$

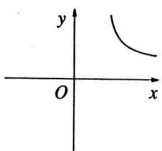
14. 좌표평면의 제 1사분면 위의 점 P에서 x축, y축에 내린 수선의 발을 각각 Q, R라 하자. 점 A(-1, -1)에 대하여

$$\overline{PA} = \overline{PQ} + \overline{PR}$$

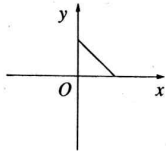
를 만족시키는 점 P의 자취의 개형은? [3점]



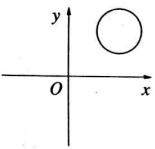
①



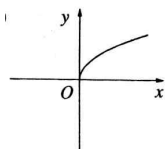
②



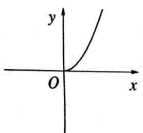
③



④



⑤



15. 자연수 n에 대하여 n^2 을 오진법으로 표현했을 때 일의 자리수를 $f(n)$ 이라 하자. 〈보기〉 중 옳은 것을 모두 고르면? [3점]

〈보 기〉

- ㄱ. $f(3) = 4$
ㄴ. $0 \leq f(n) \leq 4$
ㄷ. $f(n) = 2$ 인 자연수 n은 없다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 서로 다른 두 부분집합 X, Y에 대하여 $(X \cup Y) - (X \cap Y)$ 의 가장 작은 원소가 X에 속할 때, $X \supset Y$ 라 하자. U의 부분집합 $A = \{2, 3, 4\}$, $B = \{1, 2, 5\}$, $C = \{2, 4, 5\}$ 에 대하여 옳은 것은? [3점]

- ① $A \supset B \supset C$ ② $A \supset C \supset B$ ③ $B \supset A \supset C$
④ $B \supset C \supset A$ ⑤ $C \supset A \supset B$

17. 다음은 지수법칙 $a^{r+s} = a^r a^s$ 으로부터 모든 양수 x, y 에 대하여

$$\log_a xy = \log_a x + \log_a y$$

가 성립함을 증명한 것이다. (단, $a \neq 1, a > 0$)

<증명>

$r = \log_a x, s = \log_a y$ 로 놓으면

$$a^r = x, a^s = \boxed{\text{(가)}}$$

지수법칙으로부터

$$a^{r+s} = \boxed{\text{(나)}}$$

로그의 정의에 의하여

$$r+s = \log_a \boxed{\text{(나)}}$$

그러므로 $\log_a xy = \log_a x + \log_a y$ 이다.

위의 증명에서 (가), (나)에 알맞은 것을 순서대로 적으면? [3점]

① $x, x+y$ ② $y, x+y$ ③ x, xy

④ y, xy ⑤ $x, \frac{x}{y}$

18. 다음은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC} < \overline{AC} < \overline{AB}$ 일 때, 삼각형 내부의 한 점 P에 대하여

$$\overline{PA} + \overline{PB} + \overline{PC} < \overline{AB} + \overline{AC}$$

임을 증명한 것이다

<증명>

가정에 의해

$$\overline{BC} < \overline{AC} < \overline{AB} \text{ 이므로}$$

$$\angle A < \angle B < \angle C$$

점 P를 지나고 선분 BC에

평행한 직선이 선분 AB, AC와

만나는 점을 각각 D, E 라고 하자.

선분 DE 와 선분 BC 가 평행하므로

$$\angle ADE = \angle B, \angle AED = \angle C$$

따라서,

$$\angle A < \angle ADE < \angle AED$$

그러므로 $\triangle ADE$ 에서

$$\boxed{\text{(가)}} \dots\dots\dots ①$$

이고

$$\overline{PA} < \overline{AD} \dots\dots\dots ②$$

$\triangle BDP$ 에서

$$\overline{PB} < \overline{PD} + \overline{DB} \dots\dots\dots ③$$

$\triangle EPC$ 에서

$$\overline{PC} < \overline{PE} + \overline{EC} \dots\dots\dots ④$$

①, ②, ③, ④에서

$$\overline{PA} + \overline{PB} + \overline{PC} < \overline{AB} + \overline{AC}$$

위의 증명에서 (가)에 알맞은 것은? [2점]

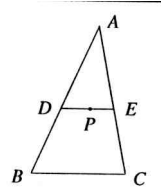
① $\overline{AD} < \overline{AE} < \overline{DE}$

② $\overline{AD} < \overline{DE} < \overline{AE}$

③ $\overline{AE} < \overline{AD} < \overline{DE}$

④ $\overline{AE} < \overline{DE} < \overline{AD}$

⑤ $\overline{DE} < \overline{AE} < \overline{AD}$



19. $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 일 때,

$$\log(\sin \theta) - \log(\cos \theta) = \frac{1}{2} \log 3$$

을 만족시키는 θ 의 값은 ? (단, $\log$ 는 상용로그) [3점]

- ① $\frac{1}{6}\pi$ ② $\frac{1}{4}\pi$ ③ $\frac{2}{7}\pi$ ④ $\frac{1}{3}\pi$ ⑤ $\frac{2}{5}\pi$

21. 함수 $f(x) = \sin(x + \frac{\pi}{2}) - \cos^2(x + \pi)$ 의 최대값은?

[3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

20. 좌표평면 위에 여섯 개의 점

$(1, 1), (1, -1), (0, 1),$

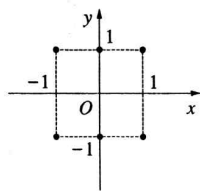
$(0, -1), (-1, 1), (-1, -1)$

이 있다. 이 중 세 점을 지나는

이차함수 $y = f(x)$ 의 개수는?

[2점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10



22. 영어의 알파벳 A, B ..., Z 에 십진법의 수 1부터 26

에 해당하는 이진법의 수 $00001_{(2)}, 00010_{(2)}, \dots,$

$11010_{(2)}$ 을 순서대로 대응시키자. 이진법의 수 α 와 β

의 각 자리의 수를 비교하여 같으면 0, 다르면 1을

그 자리에 대응시켜 얻은 이진법의 수를 $\alpha \wedge \beta$ 라 하

자. 예를 들면

$$10001_{(2)} \wedge 10101_{(2)} = 00100_{(2)}$$

$$00001_{(2)} \wedge 10101_{(2)} = 10100_{(2)}$$

각 알파벳에 대응하는 이진법의 수를 $10101_{(2)}$ 과 연산

$\wedge$ 을 하여 얻은 이진법의 수로 그 알파벳을 암호화하

였다. 예를 들면 암호가 $10100_{(2)}$ 인 알파벳은 A이

다.

암호가 $11001_{(2)}$ 인 알파벳은? [2점]

- ① B ② D ③ L ④ P ⑤ S

23 좌표평면 위의 네 점

$(-2, 2), (4, 2), (1, -2)$

$(4, -2)$ 에 있는 나사를 모두

조이는 작업을 반복하는 로봇

팔의 한쪽 끝을 점 P에 고정시

키려 한다. 로봇팔은 점 P를

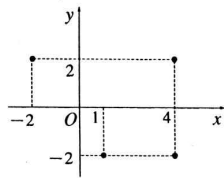
중심으로 360° 회전 가능하고, 점 P로부터의 거리가

로봇팔의 길이 이하인 모든 곳의 나사를 조일 수 있다.

로봇팔의 길이를 최소로 할 수 있는 점 P의 좌표는?

[3점]

① $(0,0)$ ② $(0,1)$ ③ $(0,-1)$ ④ $(1,0)$ ⑤ $(1,1)$



주관식 문항(25 ~ 30)

25. 삼차함수 $f(x) = ax^3 + b$ 의 역함수 f^{-1} 가

$f^{-1}(5) = 2$ 를 만족시킬 때, $8a + b$ 의 값을

구하시오 [3점]

24. 마라톤 경기의 총 구간의 거리는 42.195km이다. 어떤

마라톤 선수의 기록이 2시간 6분 30초였다. 마지막

195 m를 30초에 달렸다면, 처음 42km 구간에서

100 m를 평균 몇 초에 달렸는가? [3점]

① 14초 ② 15초 ③ 16초 ④ 17초 ⑤ 18초

26. 다항식 $f(x)$ 를 $(x-1)(x-2)$ 로 나눈 나머지가 $4x+3$ 일

때, $f(2x)$ 를 $x-1$ 로 나눈 나머지를 구하시오. [2점]

27. $\log_2 2 + \log_2 4 + \log_2 8 + \log_2 16$ 의 값을 구하시오.
[2점]

28. $1 < a < 10$ 일 때
 $\sqrt{(a^2 - 100)^2} + \sqrt{(a^2 - 1)^2}$
의 값을 구하시오. [2점]

29. 함수 $y = 10^{ax}$ 의 역함수가 $y = \frac{a}{100} \log x$ 일 때, 양수
 a 의 값을 구하시오. (단, $\log$ 는 상용로그) [3점]

30. $\frac{\sqrt{21} - \sqrt{5}}{\sqrt{21} + \sqrt{5}} + \frac{\sqrt{21} + \sqrt{5}}{\sqrt{21} - \sqrt{5}}$ 의 값을 소수점 아래 둘째
자리까지 구하시오. [2점]

