

2001 대학수학능력시험문제 수리탐구영역 (I)

인문계

1	⑤	6	①	11	④	16	③	21	②	26	11
2	②	7	③	12	①	17	④	22	③	27	16
3	①	8	①	13	④	18	⑤	23	④	28	22
4	④	9	⑤	14	①	19	④	24	②	29	47
5	③	10	②	15	⑤	20	③	25	5	30	1.25

1. $(\sqrt{2})^5 = (\sqrt{2})^4 \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

답 ⑤

2. 근과 계수와의 관계에서 $\alpha + \beta = -7$, $\alpha\beta = 1$
 $\therefore (\alpha^2 + \beta^2) + 7(\alpha + \beta) = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta + 7(\alpha + \beta)$
 $= (-7)^2 - 2 \cdot 1 + 7 \cdot (-7)$
 $= 49 - 2 - 49 = -2$

답 ②

3. $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\tan \frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$ 에서
 (주어진 식) $= (2 + 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2})(2 - \sqrt{3})$
 $= (2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})$
 $= 2^2 - (\sqrt{3})^2 = 4 - 3 = 1$

답 ①

4. $f'(x) = 5x^4 + 1$ 에서 $f'(1) = 5 \cdot 1^4 + 1 = 6$

답 ④

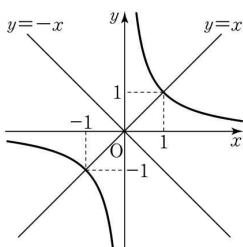
5. $\overline{OA} = 1$ 이므로 점 A의 좌표를 $A(a, b)$ 로 놓으면
 $\cos \theta = a$, $\sin \theta = b$
 이 때, $\cos(\pi - \theta) = -\cos \theta$ 이므로 $\cos(\pi - \theta) = -a$
 그런데, 점 A와 점 C는 원점에 대해 대칭이므로 점 C의 좌표는
 $C(-a, -b)$
 따라서, $\cos(\pi - \theta)$ 는 점 C의 x좌표와 같다.
 답 ③

6. $y = (g \circ f)(x) = g(f(x))$ 이고 $y = f(x)$ 의 그래프를 보면
 (i) $x < 1$ 일 때, $f(x) = 1$ 이므로
 $y = (g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(1) = 1$
 (ii) $1 \leq x$ 일 때, $f(x) = 3$ 이므로
 $y = (g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(3) = 1$
 이상에서 모든 x에 대하여 $y = (g \circ f)(x) = 1$ 이다.
 즉, 그래프는 ①과 같다.

답 ①

7. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ 에서
 $A^{-1} = \frac{1}{1-0} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$
 $\therefore A^{-1} + AB = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$
 $= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
 $= \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
 답 ③

8. 오른쪽 그림을 보면 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프는
 직선 $y = \pm x$ 에 대해 대칭이다. 즉, $a = \pm 1$
 답 ①



9. 오른쪽 그림에서 원기둥을 수평으로 누었을 때 수면과 옆면이

만나서 이루는 활꼴 부분의 넓이 S는

$$S = \frac{1}{2} r^2 \theta - \frac{1}{2} r^2 \sin \theta$$

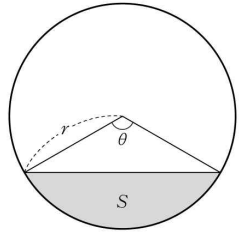
한편 원기둥에 들어 있는 물의 부피 V를
 두 경우에 대해 구해 보면

$$V = S \times 1 = \pi r^2 h$$

$$\frac{1}{2} r^2 \theta - \frac{1}{2} r^2 \sin \theta = \pi r^2 h$$

$$\therefore h = \frac{1}{2\pi} (\theta - \sin \theta)$$

답 ⑤



10. 확률밀도함수의 정의에 따라 $\int_0^1 f(x) dx = 1$, $\int_0^1 (ax + a) dx = 1$

$$\left[\frac{a}{2} x^2 + ax \right]_0^1 = \frac{3}{2} a = 1$$

$$\therefore a = \frac{2}{3}$$

답 ②

11. $f(a) = f'(a) = 0$ 이고 $f(x)$ 는 삼차함수이므로
 $f(x) = (x-a)^2(Px+Q)$ 꼴로 나타낼 수 있다. 또한 $f(b) = 0$
 이므로 $Pb+Q=0 \therefore Q=-Pb$ ㉠

한편 $f'(c) = 0$ 이므로 $2(c-a)(Pc+Q) + (c-a)^2 P = 0$
 $2(Pc+Q) + (c-a)P = 0$ ㉡

㉠을 ㉡에 대입하고 정리하면 $P(3c-2b-a) = 0$

$$\therefore c = \frac{a+2b}{3}$$

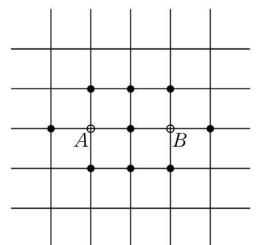
답 ④

12. 두 차량이 움직인 거리를 각각 x, y
 라 하면 $x+y=4$ (단, x, y는 양의 정
 수)

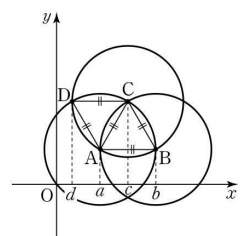
$$\therefore x=1, y=3 \text{ 또는 } x=2, y=2 \text{ 또는 } x=3, y=1$$

각각의 경우에 해당하는 점 P의 위치를
 모두 모아서 그림으로 나타내면 위와 같다.

답 ①



13. 오른쪽 그림에서 알 수 있듯이 점 A, B,
 C, D에 대하여, 각각의 x좌표 a, b, c, d의
 크기는 $\therefore d < a < c < b$ 답 ④



14. 점 $P(x, y)$, $A(-1, -1)$, $R(0, y)$, $Q(x, 0)$
 에 대하여 $\overline{PA} = \overline{PQ} + \overline{PR}$ 에서

$$\sqrt{(x+1)^2 + (y+1)^2} = y + x \text{이다.}$$

이 때, 양변을 제곱하면, $(x+1)^2 + (y+1)^2 = (x+y)^2$

$$x^2 + 2x + 1 + y^2 + 2y + 1 = x^2 + 2xy + y^2$$

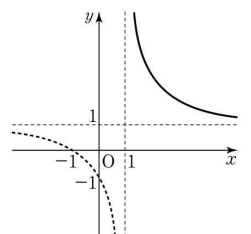
$$2x + 2y + 2 = 2xy$$

$$x + y + 1 = xy$$

$$\therefore y = \frac{x+1}{x-1} = 1 + \frac{2}{x-1}$$

따라서, 그래프는 오른쪽과 같다.

하지만, 점 $P(x, y)$ 가 1사분면 위의 점이므로,
 실선만이 구하는 자취이다. 답 ①



15. $\therefore 3^2 = 9 = 1 \times 5 + 4 = 14_{(5)}$ 이므로

2001 대학수학능력시험문제 수리탐구영역 (I)

인문계

$f(3) = 4$ 이다.

ㄴ. 모든 자연수 n 에 대하여, n^2 을 오진법으로 나타냈을 때, 일의 자리수는 0, 1, 2, 3, 4 중에 하나이다.

ㄷ. $1^2=1=1_{(5)}$, $\rightarrow f(1) = 1$

$2^2=4=4_{(5)} \rightarrow f(2) = 4$

$3^2=9=1 \times 5 + 4 = 14_{(5)} \rightarrow f(3) = 4$

$4^2=16=3 \times 5 + 1 = 31_{(5)} \rightarrow f(4) = 1$

$5^2=25=1 \times 5^2 + 0 \times 5 + 0 = 100_{(5)} \rightarrow f(5) = 0$

$6^2=36=1 \times 5^2 + 2 \times 5 + 1 = 121_{(5)} \rightarrow f(6) = 1$

$7^2=49=1 \times 5^2 + 4 \times 5 + 4 = 144_{(5)} \rightarrow f(7) = 4$

⋮

으로 자연수 n 의 제곱 n^2 에 대하여, $f(n)$ 은 1, 4, 4, 1, 0이 계속 반복됨을 알 수 있다.

따라서 $f(n) = 2$ 인 자연수는 n 은 없다.

답 ⑤

16. 집합 $A=\{2, 3, 4\}$, $B=\{1, 2, 5\}$, $C=\{2, 4, 5\}$ 에 대하여, $A \cup B=\{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A \cap B=\{2\}$

$B \cup C=\{1, 2, 4, 5\}$, $B \cap C=\{2, 5\}$

$A \cup C=\{2, 3, 4, 5\}$, $A \cap C=\{2, 4\}$ 이고,

$(A \cup B) - (A \cap B)=\{1, 3, 4, 5\}$ 에서 $B \Rightarrow A$

$(B \cup C) - (B \cap C)=\{1, 4\}$ 에서 $B \Rightarrow C$

$(A \cup C) - (A \cap C)=\{3, 5\}$ 에서 $A \Rightarrow C$ 이다. $\therefore B \Rightarrow A \Rightarrow C$

답 ③

17. 지수와 로그의 정의에서 $r = \log_a x \Leftrightarrow x = a^r$,

$s = \log_a y \Leftrightarrow y = a^s$

이 때, 지수법칙으로부터 $a^{r+s} = a^r a^s = xy$

$\therefore r + s = \log_a xy$

즉, $\log_a x + \log_a y = \log_a xy$

답 ④

18. 삼각형의 성질에서 내각의 크기의 순서는 그에 대응되는 변의 길이의 순서와 같다.

이 때, $\triangle ADE$ 에서 $\angle A$ 의 대변은 $\overline{DE}$, $\angle D$ 의 대변은 $\overline{AE}$,

$\angle E$ 의 대변은 $\overline{AD}$ 이므로 $\angle A < \angle ADE < \angle AED \Leftrightarrow$

$\overline{DE} < \overline{AE} < \overline{AD}$ 이다.

답 ⑤

19. 로그의 성질에서 $\log(\sin \theta) - \log(\cos \theta) = \log \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$

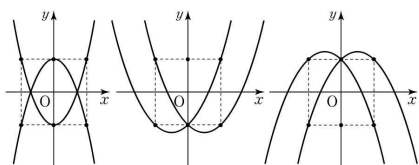
$= \log \tan \theta$

즉, $\log \tan \theta = \frac{1}{2} \log 3 = \log \sqrt{3}$ 을 풀면 $\tan \theta = \sqrt{3}$

이 때, $\tan \frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$ 이므로 $\theta = \frac{\pi}{3}$

답 ④

20. 다음 그림에서 알 수 있듯이 모두 6개의 2차 함수가 존재 한다.



(참고) (*)의 이차 함수를 구해보면, $y = ax^2 + bx + c$

에서 (*)은 점 $(-1, -1)$, $(0, -1)$, $(1, 1)$ 을 지나므로, 위 식에 대입하면, $-1 = a - b + c$

$-1 = c$

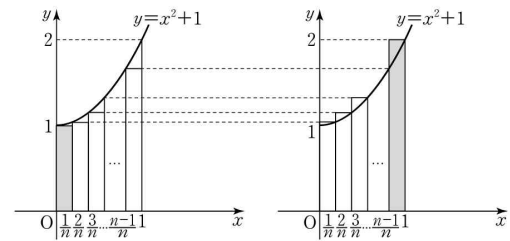
$1 = a + b + c$

$\therefore a = 1, b = 1, c = -1$

$\therefore y = x^2 + x - 1$

답 ③

21. 다음 그림에서 알 수 있듯이 $A - B$ 는 그림 (가)의 가장 큰 직사각형의 넓이와 그림 (나)의 가장 작은 직사각형의 넓이의 차와 같다.



따라서 $A - B = \frac{1}{n} \cdot f(1) - \frac{1}{n} \cdot f(0) = \frac{2}{n} - \frac{1}{n} = \frac{1}{n} \leq 0.15$

$\therefore n \geq 6.6666\dots$

즉, 구하는 n 의 최소값은 7이다.

답 ②

22. $\square\square\square\square\square_{(2)}$

$\wedge 10101_{(2)}$

$11001_{(2)}$ 이 식이 성립하려면,

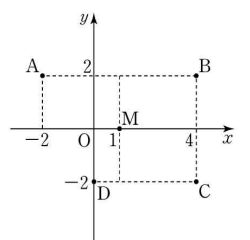
$\square\square\square\square\square_{(2)}$ 은 $01100_{(2)}$ 이다.

이 때, $1100_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 = 12$

따라서, $01100_{(2)}$ 는 12번째이므로 구하는 알파벳은 L이다. 답 ③

23. 오른쪽 그림과 같이 네 점 $(-2, 2)$, $(4, 2)$, $(4, -2)$, $(1, -2)$ 을 차례로 A, B, C, D라 하고 선분 AB, 선분 BC의 수직이등 분선의 교점 $(1, 0)$ 를 M이라 하자.

로봇팔이 고정된 점 P가 M일 때



$\overline{PA} = \overline{PB} = \overline{PC} = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$, $\overline{PD} = 2$ 이므로 로봇팔의

길이는 $\sqrt{13}$ 이면 된다.

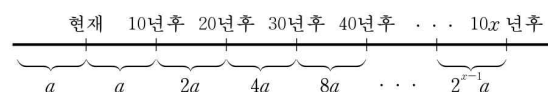
한편 점 P가 어느 위치에 있든

$\overline{PA} + \overline{PC} \geq \overline{AC} = \sqrt{6^2 + 4^2} = 2\sqrt{13}$ 이므로 $\overline{PA} \geq \sqrt{13}$ 또는

$\overline{PC} \geq \sqrt{13}$ 이다. 즉, 로봇팔의 길이는 $\sqrt{13}$ 이상이 되어야 한다.

따라서, 로봇팔의 길이를 최소로 할 수 있는 점 P의 위치는 점 M(1, 0)이다. 답 ④

24. 석유 소비량의 변화를 그림으로 나타내면



따라서 10년이 x 회만큼 지난 후에 현재의 석유 매장량 b 가 모두 소모된다고 하면 $a + 2a + 4a + 8a + \dots + 2^{x-1}a = b$

2001 대학수학능력시험문제 수리탐구영역 (I)

인문계

$$\frac{2^x-1}{2-1}a=b$$

$$2^x=\frac{b}{a}+1 \quad \therefore x=\log_2\left(\frac{b}{a}+1\right)$$

그러므로 앞으로 석유를 사용할 수 있는 기간은

$$10\log_2\left(\frac{b}{a}+1\right)(\text{년}) \quad \text{답 ②}$$

25. 역함수의 성질에서 $f(a)=b \Leftrightarrow f^{-1}(b)=a$

즉 $f^{-1}(5)=2$ 이면, $f(2)=5$ 이다.

따라서, $f(x)=ax^3+b$ 에서

$$f(2)=8a+b=5 \quad \text{답 5}$$

26. $f(x)$ 를 $(x-1)(x-2)$ 로 나눈 몫을 $Q(x)$ 라 하면 나머지가 $4x+3$ 이므로 $f(x)=(x-1)(x-2)Q(x)+4x+3$

$$\therefore f(2x)=(2x-1)(2x-2)Q(2x)+8x+3$$

$$=(x-1)\{2(2x-1)Q(2x)+8\}+11$$

즉, $f(2x)$ 를 $x-1$ 로 나눈 나머지는 11이다. 답 11

27. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{8(x^4-1)}{(x^2-1)f(x)} = 1$ 을 풀면 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{8(x^2-1)(x^2+1)}{(x^2-1)f(x)} = 1$ 에서

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{8(x^2+1)}{f(x)} = 1$$

따라서, $\frac{8(1^2+1)}{f(1)} = 1 \quad \therefore f(1)=16$ 답 16

28. a, b, c 에서 중복을 허락하여 3개를 뽑아 나열하는 방법의 수는 $3^3=27$

여기서 a 가 연속하여 있는 경우를 생각한다.

(i) a 가 2개 연속할 때,

aab, aac, baa, caa 즉, 4개

(ii) a 가 3개 연속인 경우,

aaa 즉, 1개

따라서, 수신 가능한 단어의 수는 $27-(4+1)=22$ (개) 답 22

$$29. \sum_{k=1}^9 f(k+1) = \sum_{k=2}^{10} f(k)$$

$$\sum_{k=2}^{10} f(k-1) = \sum_{k=1}^9 f(k)$$

따라서, $\sum_{k=1}^9 f(k+1) = f(2) + f(3) + \dots + f(10)$

$$\sum_{k=2}^{10} f(k-1) = f(1) + f(2) + \dots + f(9)$$

$$\therefore \sum_{k=1}^9 f(k+1) - \sum_{k=2}^{10} f(k-1) = f(10) - f(1)$$

$$= 50 - 3 = 47 \quad \text{답 47}$$

$$30. \int_0^1 (x+1)(x^2-x+1)dx = \int_0^1 (x^3+1)dx$$

$$= \left[\frac{x^4}{4} + x \right]_0^1 = \frac{1}{4} + 1 = \frac{5}{4} = 1.25 \quad \text{답 1.25}$$