

년도	1999 11월 17일
대상	고3 예체능계

1. $\log^1$ 의 값은?

[2점][2000학년도 수능]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 0
④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ $-\frac{1}{4}$

2. 두 벡터 $\vec{a}, \vec{b}$ 에 대하여 $|\vec{a}|=2, |\vec{b}|=3, |\vec{a}-2\vec{b}|=6$ 일 때, 내적 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ 의 값은?

[2점][2000학년도 수능]

- ① 5 ② 4 ③ 3
④ 2 ⑤ 1

3. $4\cos^2 x + 4\sin x = 5$ 일 때, $\sin x$ 의 값은?

[2점][2000학년도 수능]

- ① $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $-\frac{1}{\sqrt{2}}$

4. $7 - \frac{4}{1 - \frac{3}{5}}$ 의 값은?

[2점][2000학년도 수능]

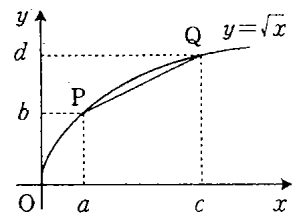
- ① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6

5. 복소수 z 가 $z + \bar{z} = 2, \arg(z) = \frac{\pi}{3}$ 를 만족시킬 때, z^3 의 값은? (단, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수이며, $\arg(z)$ 는 z 의 편각이다.)

[2점][2000학년도 수능]

- ① $8 + 3\sqrt{3}i$ ② $-8 - 3\sqrt{3}i$ ③ $8i$
④ -2 ⑤ -8

6. 함수 $y = \sqrt{x}$ 의 그래프 위의 두 점 $P(a, b), Q(c, d)$ 에 대하여 $\frac{b+d}{2} = 1$ 일 때, 직선 PQ의 기울기는? (단, $0 < a < c$)



[3점][2000학년도 수능]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

7. 시간 t 에 따라 감소하는 함수 $f(t)$ 에 대하여
 $f(t+c) = \frac{1}{2}f(t)$ 를 만족시키는 양의 상수 c 를 $f(t)$ 의
반감기라 한다. 함수 $f(t) = 3^{-t}$ 의 반감기는?
[3점][2000학년도 수능]

- ① $\frac{1}{3}\log_3 2$ ② $\frac{1}{2}\log_3 2$ ③ $\log_3 2$
 ④ $2\log_3 2$ ⑤ $3\log_3 2$

8. 고대 인도의 수학자 바스카라는 다음과 같은 식을
 사용하였다.

$$a + \sqrt{b} = a + \frac{\boxed{}}{2} + \sqrt{a - \frac{\sqrt{\boxed{}}}{2}}$$

 $\boxed{}$ 안에 알맞은 것은? (단, $a \geq b \geq 1$)
 [2점][2000학년도 수능]

- ① b ② $a^2 - b$ ③ $a^2 + b$
 ④ $a + b$ ⑤ $a - b$

9. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$ 의 부분집합 A 에
 대하여 $f(A)$ 를 A 에 속하는 모든 원소의 합이라고 하
 자. U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여, <보기> 중 항상
 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $f(\emptyset) = 0$)
 [3점][2000학년도 수능]

- [보 기] —
 ㄱ. $f(A^c) = f(U) - f(A)$
 ㄴ. $A \subset B$ 이면, $f(A) \leq f(B)$ 이다.
 ㄷ. $f(A \cup B) = f(A) + f(B)$

- ① ㄴ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

10. <보기>의 함수 $f(x)$ 중 $(f \circ f \circ f)(x) = f(x)$ 가
 성립하는 것을 모두 고른 것은?
 [3점][2000학년도 수능]

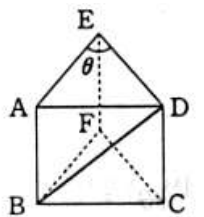
- [보 기] —
 ㄱ. $f(x) = x + 1$
 ㄴ. $f(x) = -x$
 ㄷ. $f(x) = -x + 1$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

11. 부등식 $\log_2(2x-1) < 1$ 을 만족시키는 x 의 범위
 는?
 [3점][2000학년도 수능]

- ① $0 < x < 1$ ② $\frac{1}{2} < x < \frac{3}{2}$ ③ $1 < x < 2$
 ④ $1 < x < \frac{5}{2}$ ⑤ $\frac{3}{2} < x < \frac{5}{2}$

12. 오른쪽 삼각기둥에서 두 정사각
 형 ABFE와 CDEF의 한 변의 길이는
 1이다.
 $\angle AED = \theta$ 일 때, 선분 BD의 길이를
 θ 의 함수로 나타낸 것은?



- [3점][2000학년도 수능]
 ① $\sqrt{3-2\cos\theta}$ ② $\sqrt{3+2\cos\theta}$ ③ $\sqrt{3}$
 ④ $\sqrt{3-2\sin\theta}$ ⑤ $\sqrt{3+2\sin\theta}$

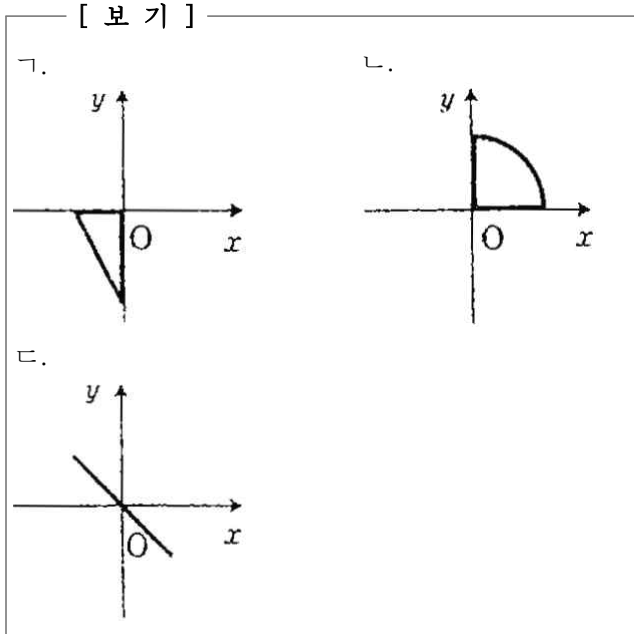
13. 반지름의 길이가 이고 중심이 $C(4, 4)$ 인 원이 있다. 원점 O 와 중심 C 를 잇는 선분이 원과 만나는 점을 $P(a, b)$ 라 할 때, a 의 값은?

[3점][2000학년도 수능]

- ① $1 + \sqrt{2}$ ② $3 - \sqrt{2}$ ③ $2 + \sqrt{2}$
 ④ $4 - \sqrt{2}$ ⑤ $3 + \sqrt{2}$

14. 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형이 일차변환에 의해 옮겨질 수 있는 도형을 <보기> 중에서 모두 고른 것은?

[2점][2000학년도 수능]



- ① 가 ② 나 ③ 가, 나
 ④ 가, 다 ⑤ 나, 다

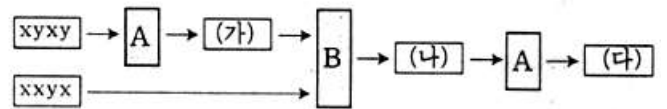
15. 두 개의 논리상자

A와 B가 있다.

논리상자 A는 문자 x 와 y 로 이루어진 네 자리 문자열을 x 는 y 로, y 는 x 로 바꾼다.

논리 상자 B는 두 개의 네 자리 문자열을 각 자리의 문자가 서로 같으면 x , 서로 다르면 y 인 하나의 네 자리 문자열로 바꾼다. 다음과 같은 논리 회로에 두 문자열 $xyxy$, $xyyx$ 를 입력하였을 때, 출력 (다)에 들어갈 문자열은?

[3점][2000학년도 수능]



- ① $xxxx$ ② $xxxy$ ③ $xyyy$
 ④ $xyyy$ ⑤ $yyyy$

16. 음이 아닌 정수 n 에 대하여 n 을 5로 나눈 나머지를 $f(n)$, 10으로 나눈 나머지를 $g(n)$ 이라 하자. <보기> 중 항상 옳은 것을 모두 고른 것은?

[3점][2000학년도 수능]

[보 기]

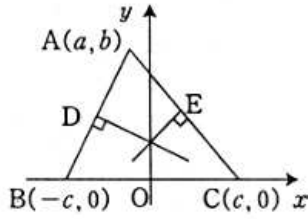
ㄱ. $f(f(n)) = f(n)$
 ㄴ. $g(f(n)) = g(n)$
 ㄷ. $f(g(n)) = f(n)$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

17. 다음은 $\triangle ABC$ 의 세 변의 수직이등분선이 한 점에서 만남을 증명한 것이다.

— [증 명] —

직선 BC를 축,
변 BC의 수직이등분
선을 y 축으로 잡고,
 $A(a, b)$, $B(-c, 0)$,
 $C(c, 0)$ 라고 하자,
(단, $b \neq 0, c \neq 0$)



(i) $a \neq c$ 이고 $a \neq -c$ 일 때

직선 AC의 기울기는 $\frac{b}{a-c}$ 이므로,
변 AC의 중점 E를 지나고 변 AC에 수직인
직선의 방정식은

$$y = \boxed{\text{가}} x - \frac{a+c}{2} + \frac{b}{2}$$

$$= \boxed{\text{가}} x + \boxed{\text{나}} \dots\dots \textcircled{1}$$

같은 방법으로, 변 AB의 중점 D를 지나고
변 AB에 수직인 직선의 방정식은

$$y = -\frac{a+c}{b}x + \boxed{\text{나}} \dots\dots \textcircled{2}$$

두 직선 ①, ②의 y 절편이 같으므로
세 변의 수직이등분선은 y 축 위의
점 $(0, \boxed{\text{나}})$ 에서 만난다.

따라서, $\triangle ABC$ 의 세 변의 수직 이등분선은
한 점에서 만난다.

(ii) $a = c$ 또는 $a = -c$ 일 때

$\triangle ABC$ 는 $\boxed{\text{다}}$ 이므로,
세 변의 수직 이등분선은 D 또는 E에서 만난다.
따라서 $\triangle ABC$ 의 세 변의 수직 이등분선은
한 점에서 만난다.

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것을 순서대로 적으면?

[3점][2000학년도 수능]

- ① $-\frac{a-c}{b}, \frac{a^2+b^2-c^2}{2b}$, 직각삼각형
- ② $-\frac{a-c}{b}, \frac{a^2+b^2-c^2}{2b}$, 정삼각형
- ③ $-\frac{a-c}{b}, \frac{-a^2+b^2-c^2}{2b}$, 이등변삼각형
- ④ $\frac{a-c}{b}, \frac{a^2+b^2-c^2}{2b}$, 이등변삼각형
- ⑤ $\frac{a-c}{b}, \frac{-a^2+b^2-c^2}{2b}$, 직각삼각형

18. 다음은 $4k+3$ 꼴의 소수가 무수히 많음을 증명한 것이다. (단, k 는 음이 아닌 정수이다.)

— [증 명] —

$4k+3$ 꼴의 소수가 유한개 있다고 가정하고,
이것을 $3, 7, 11, 19, \dots, p$ 라 하자.

$n = 4 \cdot (7 \cdot 11 \cdot 19 \cdot \dots \cdot p) + 34$ 이라 하면,
 n 은 $3, 7, 11, 19, \dots, p$ 로 $\boxed{\text{가}}$,

n 의 모든 소인수는 $4k+1$ 또는 $4k+3$ 꼴의
정수이고,

$4k+1$ 꼴의 두 정수를 곱하면 $\boxed{\text{나}}$ 꼴의 정수이
다.

그러므로, n 의 모든 소인수가 $\boxed{\text{나}}$ 꼴이면,
 n 도 $\boxed{\text{나}}$ 꼴이다.

이것은 모순이므로, n 은 $\boxed{\text{다}}$ 꼴의 소인수 q 를
갖는다.

n 은 q 로 나누어 떨어지므로,

q 는 $3, 7, 11, 19, \dots, p$ 가 아닌 $4k+3$ 꼴의 소수
가 존재한다. 이것은 가정에 모순이다.

따라서, $4k+3$ 꼴의 소수는 무수히 많다.

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것을 순서대로 적으면?

[2점][2000학년도 수능]

- ① 나누어 떨어진다. $4k+1, 4k+1$
- ② 나누어 떨어진다. $4k+3, 4k+3$
- ③ 나누어 떨어지지 않는다. $4k+3, 4k+1$
- ④ 나누어 떨어지지 않는다. $4k+1, 4k+1$
- ⑤ 나누어 떨어지지 않는다. $4k+1, 4k+3$

19. $0 \leq \theta \leq 2\pi$ 일 때, $\frac{1}{3+4\sin\theta} + \frac{1}{3+4\cos^2\theta}$ 의
최소값은?

[3점][2000학년도 수능]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{3}{10}$
④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{10}$

20. 반지름의 길이가 1인

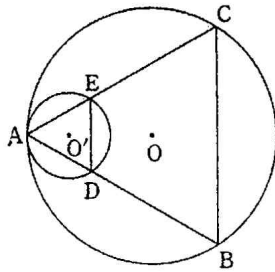
원 O' 이 반지름의 길이가 3인
원 O 에 내접하고 있다.

두 원의 접점 A 를 한 꼭지점
으로 하고 원 O' 에 내접하는
 $\triangle ABC$ 가 O' 와 만나는 점을
 D, E 라 하자.

$\triangle ADE$ 와 $\triangle ABC$ 의 넓이의 비는?

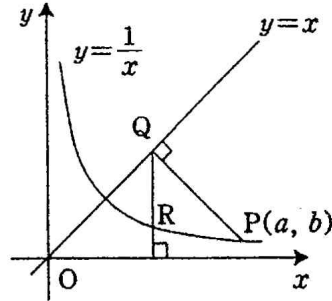
[3점][2000학년도 수능]

- ① 1 : 9 ② 1 : 7 ③ 1 : 6
④ 1 : 5 ⑤ 1 : 3



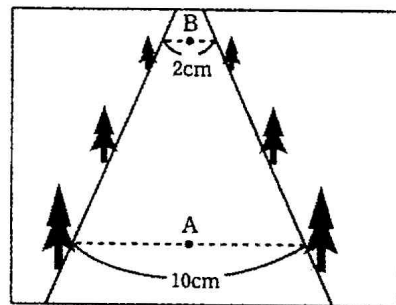
21. 함수 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프 위의 한 점 $P(a, b)$ 에서
직선 $y = x$ 위에 내린 수선의 발을 Q 라 할 때, 점 Q 에
서 x 축에 내린 수선이 $y = \frac{1}{x}$ 과 만나는 점 R 의 좌표
는? (단, $a > 1$)

[3점][2000학년도 수능]



- ① $\left(\frac{a+b}{2}, \frac{2}{a+b}\right)$ ② $\left(a+b, \frac{1}{a+b}\right)$
③ $\left(\frac{a+b}{2}, \frac{\sqrt{2}}{a+b}\right)$ ④ $\left(a+b, \frac{2}{a+b}\right)$
⑤ $\left(\frac{2}{a+b}, a+b\right)$

22. 아래 그림은 폭이 일정한 직선 도로를 원근법에
따라 그린 것이다. 그림에서 도로의 폭이 화가로부터의
거리에 반비례하게 그려져 있다.

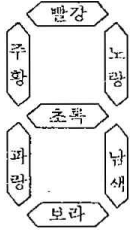


도로 중앙의 두 지점 A, B 에서의 도로 폭을 그림에서
재어 보니 각각 10cm, 2cm이었다. 화가로부터 지점 A
까지의 실제 거리가 100m이면, 화가로부터 지점 B 까
지의 실제 거리는?

[3점][2000학년도 수능]

- ① 300m ② 400m ③ 500m
④ 600m ⑤ 800m

- 23.** 입력값의 전체 집합 $\{0, 1, 2, 3\}$ 에 대하여, 빨강에서 보라까지 7개의 전등으로 구성된 숫자판을 다음과 같이 점등하고자 한다.



입력값	이진법 표현	점등모양
0	00 ₍₂₎	0
1	01 ₍₂₎	1
2	10 ₍₂₎	2
3	11 ₍₂₎	3

입력값을 이진법의 수로 pq_2 와 같이 표현하였을 때, p 가 1인 입력값의 집합을 P , q 가 1인 입력값의 집합을 Q 라 하자. 빨간 전등이 점등되는 모든 입력값의 집합을 올바르게 나타낸 것은?

[3점][2000학년도 수능]

- ① P ② Q ③ $P \cup Q^c$
 ④ $P^c \cup Q$ ⑤ $P^c \cap Q^c$

- 24.** 컴퓨터 중앙처리장치의 속도는 1985년 1MHz이던 것이 매 3년마다 약 4배의 비율로 빨라지고 있다. 한 연구에 의하면, 현재 기술로 이와 같은 발전을 지속할 수 있는 중앙처리장치 속도의 한계는 약 4,000MHz라고 한다. 이 연구에서 현재 기술이 한계에 도달할 것으로 예측되는 해는? (단, MHz는 중앙처리장치 속도의 단위이며, $\log_2 0.3$ 으로 계산한다.)

[3점][2000학년도 수능]

- ① 2003년 ② 2006년 ③ 2009년
 ④ 2012년 ⑤ 2024년

주관식 문항(25 ~ 30)

- 25.** 다항식 $x^3 + 5x^2 + 10x + 6$ 이 $(x+a)(x^2 + 4x + b)$ 로 인수분해 될 때, $a+b$ 의 값을 구하시오.

[2점][2000학년도 수능]

- 26.** 전체집합 $U = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$ 이고

$A = \{x \in U | x \text{는 홀수}\}$, $B = \{x \in U | x \text{는 3의 배수}\}$ 일 때, 집합 $A^c \cap B$ 의 원소의 개수를 구하시오.

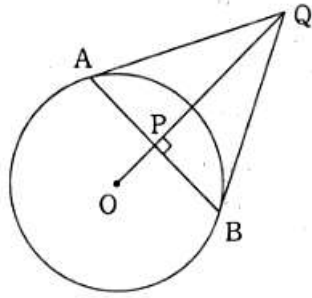
[3점][2000학년도 수능]

- 27.** 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭인 두 직선 $y=ax$, $y=bx$ 가 이루는 각이 30° 일 때, $3(a^2 + b^2)$ 의 값을 구하시오.

[3점][2000학년도 수능]

28. 반지름의 길이가 0인

원 O의 내부에 한 점 P가 있다. 점 P를 지나고 직선 OP에 수직인 직선이 원과 만나는 두 점을 A, B에서의 두 접선의 교점을 Q라 하자.



OP=5일 때, 선분 PQ의 길이를 구하시오.

[2점][2000학년도 수능]

29. 세 부등식 $2x + y \leq 12$, $-2x + y \leq 0$, $y \geq 0$ 을

동시에 만족시키는 영역의 넓이를 구하시오.

[3점][2000학년도 수능]

30. $-1 \leq x \leq 1$ 에서 부등식 $x - a \leq x \leq 2x + b$ 가

항상 성립할 때, $b - a$ 의 최소값을 소수점 아래 둘째 자리까지 구하시오.

[3점][2000학년도 수능]

정답과 해설

1) 정답 ②

$$\text{준식} \quad \log 7^{-\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2} \log_7 7 = -\frac{1}{2}$$

2) 정답 ⑤

$$\begin{aligned} |\vec{a}| &= 2, \quad |\vec{b}| = 3, \quad |\vec{a} - 2\vec{b}| = 6 \\ |\vec{a} - 2\vec{b}|^2 &= (\vec{a} - 2\vec{b}) \cdot (\vec{a} - 2\vec{b}) \\ &= \vec{a} \cdot \vec{a} - 4\vec{a} \cdot \vec{b} + 4\vec{b} \cdot \vec{b} \\ &= |\vec{a}|^2 - 4\vec{a} \cdot \vec{b} + 4|\vec{b}|^2 \\ &= 4 - 4\vec{a} \cdot \vec{b} + 36 \quad \text{이므로} \\ 36 &= 4 - 4\vec{a} \cdot \vec{b} + 36 \\ \therefore \vec{a} \cdot \vec{b} &= 1 \end{aligned}$$

3) 정답 ②

$$\begin{aligned} \cos^2 x &= 1 - \sin^2 x \quad \text{이므로} \\ \text{준식은} \quad &4(1 - \sin^2 x) + 4\sin x = 5 \quad \text{이고} \\ \text{정리하여 고치면} \quad &(2\sin x - 1)^2 = 0 \quad \text{이므로} \\ \sin x &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

4) 정답 ①

$$7 - \frac{4}{1 - \frac{2}{5}} = 7 - \frac{4}{\frac{3}{5}} = 7 - \frac{20}{3} = \frac{21}{3} - \frac{20}{3} = \frac{1}{3}$$

5) 정답 ⑤

$$\begin{aligned} \arg(z) &= \frac{\pi}{3} \quad \text{이므로} \quad |z| = r \quad \text{라 하면} \\ z &= r(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}) \quad \text{이면 } \bar{z} = r(\cos \frac{\pi}{3} - i \sin \frac{\pi}{3}) \\ \text{주어진 조건에서} \quad &z + \bar{z} = 2 \quad \text{이므로} \\ r(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}) + r(\cos \frac{\pi}{3} - i \sin \frac{\pi}{3}) &= 2 \\ 2r \cos \frac{\pi}{3} &= 2, \quad 2r \times \frac{1}{2} = 2 \quad \therefore r = 2 \\ \text{따라서} \quad &z = 2(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}) \\ \text{드 무아브르의 정리에 의하여} \\ z^3 &= 2^3 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)^3 \\ &= 2^3 \left\{ \cos \left(3 \times \frac{\pi}{3} \right) + i \sin \left(3 \times \frac{\pi}{3} \right) \right\} \\ &= 8(\cos \pi + i \sin \pi) = -8 \end{aligned}$$

6) 정답 ④

$$b = a, \quad d = \sqrt{c} \quad \text{에서} \quad a = b^2, \quad c = d^2$$

$$\text{또 주어진 조건에서} \quad \frac{b+d}{2} = 1 \quad \text{이므로}$$

$$\text{직선 } Q \text{의 기울기} = \frac{d-b}{c-a} = \frac{d-b}{d^2-b^2} = \frac{1}{d+b} = \frac{1}{2}$$

7) 정답 ③

$$\begin{aligned} f(t+c) &= 3^{-t-c}, \quad \frac{1}{2}f(t) = \frac{1}{2}3^{-t} \\ \therefore 3^{-t-c} &= \frac{1}{2}3^{-t} \\ \therefore 3^c &= 2 \quad \text{에서} \quad c = \log_3 2 \end{aligned}$$

8) 정답 ②

$$\begin{aligned} \square = x \quad \text{라 하면} \quad a + \sqrt{b} &= \frac{a + \sqrt{x}}{2} + \sqrt{\frac{a - \sqrt{x}}{2}} \\ \text{양변을 제곱하면} \\ a + \sqrt{b} &= \frac{a + \sqrt{x}}{2} + \frac{a - \sqrt{x}}{2} + 2 \quad \frac{a^2 - x}{4} \\ a + \sqrt{b} &= a + \frac{a^2 - x}{4} \quad \text{이므로} \quad b = a^2 - x \\ \therefore x &= a^2 - b \end{aligned}$$

9) 정답 ②

$$\begin{aligned} \text{①} \quad &A^c \cup A = U, \quad A^c \cap A = \phi \quad \text{이므로} \\ &f(A^c) = f(U) - f(A) \\ \text{②} \quad &A \subset B \quad \text{일 때, } A \text{의 임의의 원소를 } x_1 \text{라 하면} \\ &x_1 \in B \quad \text{이므로 } A \subset B \quad \text{이면 } f(A) \subseteq f(B) \\ \text{③} \quad &n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \quad \text{이므로} \\ &f(A \cup B) = f(A) + f(B) \quad \text{이기 위해서는} \\ &A \cap B = \phi \quad \text{이어야 한다.} \\ &\text{그러므로 } f(A \cup B) = f(A) + f(B) \quad \text{는 } A \cap B = \phi \quad \text{일 때} \\ &\text{는 성립하지 않는다.} \\ \text{따라서 항상 옳은 것은} \quad &\text{①, ②이다.} \end{aligned}$$

10) 정답 ⑤

$$\begin{aligned} \neg. \quad &f(x) = x + 1 \quad \text{이므로} \\ &f(f(x)) = f(x+1) = x+1+1 = x+2 \\ &f(f(f(x))) = f(x+2) = x+2+1 = x+3 \\ &\therefore f(f(f(x))) \neq f(x) \\ \neg. \quad &f(x) = -x \quad \text{이므로} \\ &f(f(x)) = f(-x) = -(-x) = x \\ &\therefore f(f(f(x))) = f(x) \\ \neg. \quad &f(x) = -x + 1 \quad \text{이므로} \\ &f(f(x)) = f(-x+1) = -(-x+1)+1 = x \\ &\therefore f(f(f(x))) = f(x) \end{aligned}$$

11) 정답 ②

$$\log_2(2x-1) < 1 \quad \text{에서} \quad \log_2(2x-1) < \log_2 2$$

$$x-1 < 2 \therefore x < \frac{3}{2} \dots\dots$$

$$\text{진수 조건 } 2x-1 > 0 \text{ 으로부터 } x > \frac{1}{2} \dots\dots \textcircled{A}$$

$$\text{따라서 } \textcircled{A}, \textcircled{B} \text{ 에서 } \frac{1}{2} < x < \frac{3}{2}$$

12) 정답 ①

$$\triangle DE \text{ 에서 } AE = \overline{DE} = 1$$

코사인 제2법칙에 의하여

$$AD = 1 + 1^2 - 2 \cdot 1 \cdot 1 \cos \theta = 2 - 2 \cos \theta$$

그림에서 $EF \perp \overline{AE}$, $EF \perp \overline{DE}$ 이므로 $EF \perp \triangle ADE$

따라서 $\overline{AB} \perp \overline{AD}$ ($\because EF \parallel \overline{AB}$)

$\overline{AB} = 1$ 이므로 직사각형 $ABCD$ 에서

$$\overline{BD} = \overline{AB}^2 + \overline{AD}^2 = \sqrt{1+2-2\cos\theta} = \sqrt{3-2\cos\theta}$$

13) 정답 ④

오른쪽 그림에서 직선 OC의

방정식은 $y = x \dots\dots \textcircled{A}$

중심이 $C(4, 4)$ 인 원의 방정식은

$$(x-4)^2 + (y-4)^2 = 2^2 \dots \textcircled{B}$$

$\textcircled{A}$ 을 $\textcircled{B}$ 에 대입하면

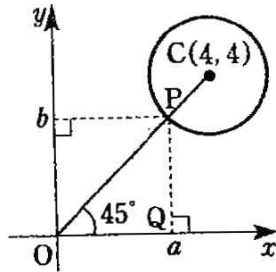
$$(x-4)^2 + (x-4)^2 = 4,$$

$$2(x-4)^2 = 4$$

$$(x-4)^2 = 2, x-4 = \pm \sqrt{2}$$

$$\therefore x = 4 \pm \sqrt{2}$$

이 중에서 작은 값이 a 이므로 $a = 4 - \sqrt{2}$



14) 정답 ④

① $D = ad - bc = 0$ 인 경우

일차변환에 의해 직선은 직선으로 변환한다.

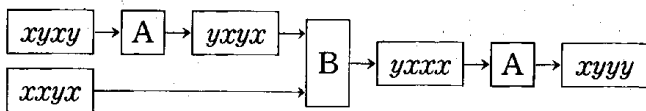
② $D = ad - bc \neq 0$ 인 경우

일차변환에 의해 평면상의 도형은 원점을 지나는 직선 혹은 점으로 변환한다.

따라서 ①, ②에서 ㄱ과 ㄴ이 맞다.

($\because$ ㄷ에서 곡선은 만들어지지 않는다.)

15) 정답 ④



A에서 x 는 y 로, y 는 x 로 바뀌며 B에서는 두 개의 문자열의 순서쌍이 서로 같으면 x 로,

서로 다르면 y 로 출력되므로 $xyyy$ 가 출력된다.

16) 정답 ④

직선 AC의 기울기는 $\frac{b}{a-c}$

수직인 직선의 기울기는 $-\frac{a-c}{b}$ 이므로

$$(가) = -\frac{a-c}{b}$$

직선 AC에 수직이고 점 E를 지나는 직선의 방정식은

$$y = -\frac{a-c}{b}(x - \frac{a+c}{2}) + \frac{b}{2} \text{ 이므로 정리하면}$$

$$y = -\frac{a-c}{b}x + \frac{a^2+b^2-c^2}{2b}$$

$$\therefore (나) = \frac{a^2+b^2-c^2}{2b}$$

$a = c$ 또는 $a = -c$ 이면

$\overline{AC} \perp \overline{BC}$ 또는 $\overline{AB} \perp \overline{BC}$ 이므로

$\triangle ABC$ 는 직각삼각형

$\therefore$ (다) = 직각삼각형

17) 정답 ①

$$\textcircled{1} n = 5k + r$$

(단, k 는 음이 아닌 정수, $r = 0, 1, 2, 3, 4$)

$$f(n) = r, f(f(n)) = f(r) = r \text{ 이므로 } f(n) = f(f(n))$$

$\textcircled{2}$ (반례)

$n = 6$ 일 때 $f(n) = 1$ 이므로 $g(f(n)) = g(1) = 1$ 이고 $g(n) = 6$ 이다. $\therefore g(f(n)) \neq g(n)$ 따라서 거짓

$$\textcircled{3} n = 10k + r$$

(단, k 는 음이 아닌 정수, $r = 0, 1, 2, \dots, 9$)

$$f(g(n)) = f(r)$$

$$f(n) = f(10k + r) = f(5 \times 2k + r) = f(r)$$

$$\therefore f(g(n)) = f(n) \text{ 따라서 참}$$

18) 정답 ⑤

(가) n 은 3, 7, 11, 19, ..., p 의 배수가 아니므로

n 은 3, 7, 11, 19, ..., p 로 나누어 떨어지지 않는다.

(나) $4k+1$ 꼴의 두 정수를 $4m_1+1, 4m_2+1$ (m_1, m_2 는 음이 아닌 정수)라 하면 이 두 정수의 곱은 $(4m_1+1)(4m_2+1) = 4(4m_1m_2+m_1+m_2)+1$ 이므로 $4k+1$ 꼴이다.

(다) n 의 모든 소인수는 $4k+1$ 꼴 또는 $4k+3$ 꼴의 정수인데 앞에서 n 의 모든 소인수가 $4k+1$ 꼴이면 모순이므로 n 은 $4k+3$ 꼴의 소인수를 갖는다.

19) 정답 ④

$$f(0) = \frac{1}{3+4\sin^2\theta} + \frac{1}{3+4\cos^2\theta}$$

$$= \frac{1}{3+4 \cdot \frac{1-\cos 2\theta}{2}} + \frac{1}{3+4 \cdot \frac{1+\cos 2\theta}{2}}$$

$$\frac{1}{5-2\cos 2\theta} + \frac{1}{5+2\cos 2\theta} = \frac{10}{25-4\cos 2\theta}$$

그러므로 $f(\theta)$ 의 최소값은 (분모) = $25-4\cos^2 2\theta$ 가 최대일 때이다.

따라서, $\cos^2 2\theta = 0$ 일 때 분모는 최대이므로

$$f(\theta) \text{의 최소값은 } \frac{10}{25} = \frac{2}{5} \text{이다.}$$

20) 정답 ①

$\triangle ADE \sim \triangle ABC$ 이고

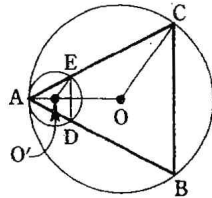
넓이의 비는 대응변의 제곱이므로

$$\triangle ADE : \triangle ABC = AE^2 : AC^2$$

그런데 $\triangle AO'E \sim \triangle AOC$ 이므로

$$AE : AC = O'E : OC = 1 : 3$$

$$\text{즉 넓이의 비는 } AE^2 : AC^2 = 1^2 : 3^2 = 1 : 9$$



21) 정답 ①

직선 PQ는 직선 $y=x$ 에 수직이므로

그 기울기는 -1 이고 P(a, b)를

지나므로 직선 PQ의 방정식은

$$y = -(x-a) + b$$

Q는 직선 $y=x$ 와 직선 PQ의 교

점이므로, Q의 x좌표를 구하면

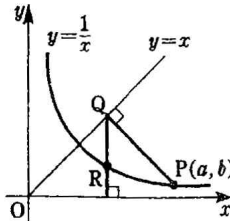
$$x = -(x-a) + b = -x + a + b$$

$$2x = a + b \quad \therefore x = \frac{a+b}{2}$$

따라서 R의 x좌표도 $x = \frac{a+b}{2}$ 이므로

$$y \text{좌표는 } y = \frac{1}{x} = \frac{1}{\frac{a+b}{2}} = \frac{2}{a+b}$$

$$\therefore R \left(\frac{a+b}{2}, \frac{2}{a+b} \right)$$



22) 정답 ③

도로의 폭은 화가로부터의 거리에

반비례하므로,

A, B 사이의 거리를 x라 하면

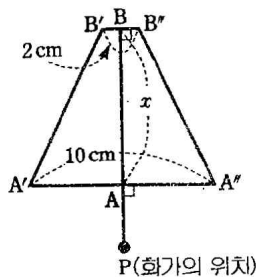
$$A'A'' : B'B'' = \frac{1}{PA} : \frac{1}{PB}$$

$$10 : 2 = \frac{1}{100} : \frac{1}{100+x}$$

$$\frac{2}{100} = \frac{10}{100+x}$$

$$2(100+x) = 1000, 100+x = 500$$

$$\therefore x = 400$$



23) 정답 ③

$$pq_{(2)} = 2p + q$$

$$i) p=1, q=0 : pq_{(2)} = 2$$

$$ii) p=1, q=1 : pq_{(2)} = 3$$

$$iii) p=0, q=1 : pq_{(2)} = 1$$

$$\therefore = \{2, 3\}, Q = \{1, 3\}, Q^c = \{0, 2\}$$

빨간 전등이 점등되는 경우는 점등모양에서

$$0, 2, 3 \text{이므로 } P \cup Q^c = \{0, 2, 3\}$$

24) 정답 ①

매 3년마다의 회수를 n 회라 하면

n 회 후의 컴퓨터 중앙처리장치의 속도는 $1 \cdot 4^n$ 이다.

이 때, $1 \cdot 4^n \leq 4,000$

양변에 상용로그를 취하면

$$\log 4^n \leq \log 4000 = \log 4 \times 10^3$$

$$n \log 4 \leq \log 4 + 3$$

$$\therefore n \leq \frac{2 \log 2 + 3}{2 \log 2} = 6$$

이 때 기간은 $3 \times 6 = 18$ (년)이 걸리므로

$$1985 + 18 = 2003$$

25) 정답 7

$$x^3 + 5x^2 + 10x + 6 = (x+1)(x^2 + 4x + 6) \text{이므로}$$

$$a=1, b=6 \quad \therefore a+b=7$$

26) 정답 16

$$A^c \cap B = B \cap A^c = B - A$$

즉, 3의 배수 중에서 홀수를 제외한 나머지 수들의 집합이다.

$$B = \{3, 6, 9, 12, \dots, 96, 99\}$$

$$B - A = \{6, 12, 18, \dots, 96\}$$

즉, $B - A$ 는 6의 배수의 집합이므로

$$n(B - A) = 16$$

27) 정답 10

$y=ax$ 를 $y=x$ 에 대칭이동

하면 $x=ay$

($\because y=x$ 에 대한 대칭은

$$x \rightarrow y, y \rightarrow x \text{대입})$$

$$a=0 \text{이므로 } y = \frac{1}{a}x$$

이 직선은 $y=bx$ 와

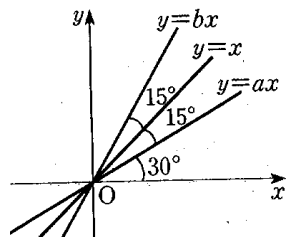
일치하므로 $\frac{1}{a}x = bx$ (이 식은 x 에 대한 항등식이다.)

$$\therefore ab = 1 \dots \textcircled{1}$$

$$\text{한 편 두 직선의 기울기는 } \tan 30^\circ = \frac{1}{3},$$

$$\tan 60^\circ = \sqrt{3} \text{이므로 } a+b = \sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}} \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서 } 3(a^2 + b^2) = 3(a+b)^2 - 2ab = 10$$



28) 정답 5

그림에서 $\angle OP = \angle QAP$

이고 $\angle OAP = \angle AQP$ 이므로

$\triangle OAP$ 와 $\triangle AQP$ 는 닮은꼴

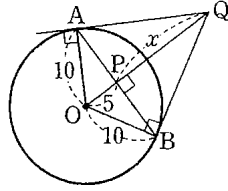
이다.

따라서 PQ 의 길이를 x 라 하면

$$\overline{AP} = \overline{OA} - \overline{OP} = 10 - 5 = 5 \quad \text{이므로}$$

$$\overline{OP} : \overline{PA} = \overline{PA} : \overline{PQ} \text{에서 } 5 : 5\sqrt{3} = 5\sqrt{3} : x$$

$$\therefore x = 15$$



29) 정답 18

오른쪽 그림과 같은 영역이고

$$2x + y = 12 \quad \dots\dots$$

$$y = 2x \quad \dots\dots \textcircled{B}$$

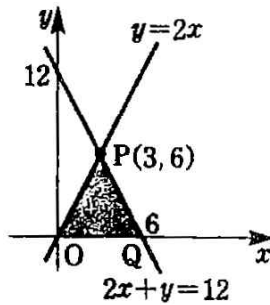
①, ②의 교점이 P이므로

②을 ①에 대입하면

$$x = 3, y = 6 \text{이므로 } P(3, 6)$$

따라서 $\triangle OPQ$ 의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times 6 \times 6 = 18$$

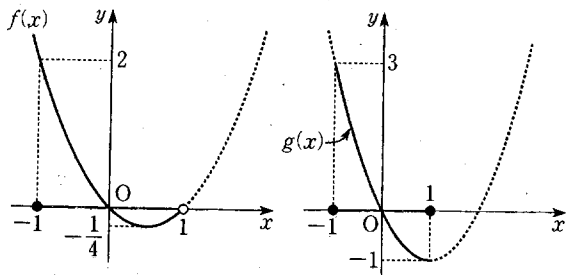


30) 정답 3.25

주어진 부등식은 $x^2 - x \geq a$ 의 교집합이다.

$f(x) = x^2 - x$, $g(x) = x^2 - 2x$ 라 두면

$-1 \leq x \leq 1$ 에서 그래프는 다음과 같다.



이 때, $-\frac{1}{4} \leq f(x) \leq 2$, $-1 \leq g(x) \leq 3$ 이므로

$$a \leq -\frac{1}{4}, b \geq 3 \text{이므로 } -a \geq \frac{1}{4}, b \geq 3$$

$$\therefore b - a \geq 3 + \frac{1}{4} = 3.25$$

따라서 최소값은 3.25