

년도	1998 11월 18일
대상	고3 자연계

1. $\log -\log_2 \frac{3}{2}$ 의 값은?

[2점][1999학년도 수능]

- ① 0 ② -1 ③ 1
④ -2 ⑤ 2

2. $\sin x + \cos x = 2$ 일 때, $\sin x \cos x$ 의 값은?

[2점][1999학년도 수능]

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $-\sqrt{2}$
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $-\frac{1}{2}$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{2x}$ 의 값은?

[2점][1999학년도 수능]

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

4. $z = -1 + \sqrt{3}i$ 일 때, 복소평면 위에 세 복소수

1, z , z^2 을 나타내는 점을 각각 , B , C 라 하자.
 $\angle ABC$ 의 크기는?

[3점][1999학년도 수능]

- ① 30° ② 45° ③ 60°
④ 90° ⑤ 120°

5. 다음 <보기>중 같은 것끼리 짝지어진 것을 모두 고르면?

[2점][1999학년도 수능]

[보 기]

- I. $y = \log(x-1)(x-2)$
 $y = \log(x-1) + \log(x-2)$
II. $\begin{cases} y = x^2 - 1 \\ y = x - 1 \\ y = x + 1 \end{cases}$
III. $y = x$
 $y = \sqrt[3]{x^3}$

- ① I ② II ③ III
④ II, III ⑤ I, III

6. 함수 $(x) = \frac{x-1}{x-2}$ 의 역함수가 $f^{-1}(x) = \frac{ax+b}{x+c}$

일 때, 상수 a, b, c 의 합 $a+b+c$ 는?

[2점][1999학년도 수능]

- ① -1 ② 0 ③ 1
④ 2 ⑤ 3

7. 다음 <보기>의 수열 a_n 중 극한값

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n}{n}$ 이 존재하는 것을 모두 고르면?

[3점][1999학년도 수능]

[보 기]
I. $a_n = n$ II. $a_n = \frac{1}{2^n}$ III. $a_n = (-1)^n$

- ① I ② II ③ III
④ II, III ⑤ I, II, III

8. 자연수 n 에 대하여 집합 A_n 을

$A_n = \{x | x \text{ } n \text{과 서로소인 자연수}\}$ 라고 할 때,

<보기> 중 옳은 것을 모두 고르면?

[3점][1999학년도 수능]

[보 기]
I. $A_2 = A_4$ II. $A_3 = A_6$
III. $A_6 = A_3 \cap A_4$

- ① I ② II ③ III
④ I, III ⑤ I, II, III

9. 모든 실수 x 에 대하여 정의된 함수

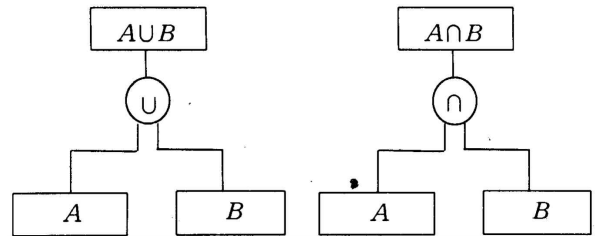
$f(x) = [x] + [-x]$ 의 치역은?

(단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대정수이다.)

[3점][1999학년도 수능]

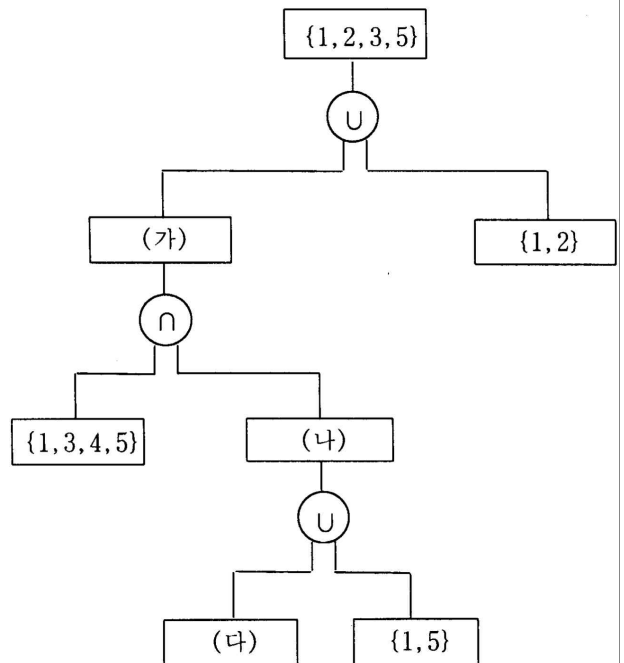
- ① $\{0, -1\}$ ② $\{1, -1\}$ ③ $\{0, 1\}$
④ $\{0, 1, -1\}$ ⑤ $\{0\}$

10. 두 집합 A, B 의 합집합과 교집합을 다음 그림과 같이 나타내었다.



아래 그림에서 (가)에 알맞은 것은?

[3점][1999학년도 수능]



- ① $\{1, 2, 3, 4\}$ ② $\{1, 2, 3, 5\}$ ③ $\{2, 3, 5\}$
④ $\{1, 3, 5\}$ ⑤ $\{3, 5\}$

11. 다음 정적분 중 그 값이 $\int_a^{b+1} \frac{1}{x} dx$ 와 같은 것은?

(단, $0 < a < b$)

[3점][1999학년도 수능]

- ① $\int_{a+1}^{b+1} \frac{1}{x} dx$ ② $\int_{2a}^{2b} \frac{1}{x} dx$ ③ $\int_a^{b^2} \frac{1}{x} dx$
 ④ $\int_a^{\sqrt{b}} \frac{1}{x} dx$ ⑤ $\int_{\frac{1}{a}}^{\frac{1}{b}} \frac{1}{x} dx$

12. 흰 공 2개, 검은 공 2개가 들어있는 상자에서

1개의 공을 꺼내어 그것이 흰 공이면 동전을 3회 던지고 검은 공이면 동전을 4회 던질 때, 앞면이 3회 나올 확률은?

(단, 동전의 앞면과 뒷면이 나올 확률은 같다.)

[3점][1999학년도 수능]

- ① $\frac{3}{16}$ ② $\frac{5}{16}$ ③ $\frac{7}{16}$
 ④ $\frac{9}{16}$ ⑤ $\frac{11}{16}$

13. 두 실수 x, y 에 대하여 $x*y$ 를

$$x*y = \begin{cases} x & (x \geq y) \\ y & (x \leq y) \end{cases}$$

로 나타내기로 하자. 예를 들면 $2*1 = 2$ 이다.

서로 다른 4개의 실수로 이루어진 집합

$= \{a, b, c, d\}$ 의 원소들이 다음 조건을 만족시킨다.

- I. A 의 임의의 원소 x 에 대하여 $x*a = x$ 이다.
 II. $c*d < c*b$

다음 중 옳은 것은?

[3점][1999학년도 수능]

- ① $b < c < a$ ② $b < d < a$ ③ $d < b < c$
 ④ $a < b < c$ ⑤ $a < c < b$

14. 좌표평면 위의 점 $P(x, y)$ 가 다음과 같은 규칙에 따라 이동하거나 이동하지 않는다. P 가 점 $A(6, 5)$ 에서 출발하여 어떤 점 B 에서 더 이상 이동하지 않게 되었다. A 에서 B 에 이르기까지 이동한 회수는?

[2점][1999학년도 수능]

- I. $y = 2x$ 이면 이동하지 않는다.
 II. $y < 2x$ 이면 x 축 방향으로 -1만큼 이동한다.
 III. $y > 2x$ 이면 x 축 방향으로 -1만큼 이동한다.

- ① 4 ② 5 ③ 6
 ④ 7 ⑤ 8

15. 다음은 1보다 큰 자연수 n 에 대한 명제

「 n 보다 작거나 같은 모든 소수가 n 을 나누지 않으면, n 은 소수이다.」를 증명한 것이다.

[증명]

결론을 부정하여 n 이 소수가 아니라고 가정하면,
 $n = lm$ 인 1보다 큰 자연수 l, m 이 존재한다.
 l 을 나누는 한 소수를 p ,
 m 을 나누는 한 소수를 q 라 하면,
 pq 는 lm 을 나눈다.
 그러므로 $pq < n$ 이다.
 만약 $p > \sqrt{n}$ 이고 $q > \sqrt{n}$ 이면
 $pq > \sqrt{n} \sqrt{n} = n$ 이므로 모순이다.
 따라서, $\square$ 이다.
 즉, n 의 약수 중에서 $\sqrt{n}$ 보다 작거나 같은 소수가 존재한다.
 그런데 이것은 가정에 모순이므로 n 은 소수이다.

위의 증명에서 (가)에 알맞은 것은?

[2점][1999학년도 수능]

- ① $p \leq \sqrt{n}$ 이거나 $q \leq \sqrt{n}$
 ② $p \leq \sqrt{n}$ 이고 $q \leq \sqrt{n}$
 ③ $p \leq \sqrt{n}$ 이거나 $q \geq \sqrt{n}$
 ④ $p \leq \sqrt{n}$ 이고 $q \geq \sqrt{n}$
 ⑤ $p \geq \sqrt{n}$ 이거나 $q \geq \sqrt{n}$

16. 원 $x^2 + y^2 = 5$ 위의 점 $(1, 2)$ 에서의 접선의 방정식은?

[2점][1999학년도 수능]

- ① $x + y = 2$ ② $2x - y = 0$ ③ $x - 2y = -3$
 ④ $2x + y = 4$ ⑤ $x + 2y = 5$

17. 한 변의 길이가 1이 정사각형이

있다. 서로 수직인 임의의 두 직선을 이용하여 그림과 같이 네 개의 직사각형으로 나누었을 때, 이들의 넓이를 각각 A, B, C, D 라 하자.

<보기> 중 항상 옳은 것을 모두 고르면?

[3점][1999학년도 수능]

[보 기]

I. $A > \frac{1}{4}$ 이면 $C < \frac{1}{4}$ 이다.

II. $A < \frac{1}{4}$ 이면 $D > \frac{1}{4}$ 이다.

III. $A > \frac{1}{4}$ 이면 $D < \frac{1}{4}$ 이다.

- ① I ② II ③ III
 ④ I, III ⑤ II, III

18. 임의의 양의 실수 x 에 대하여, x 를 넘지 않는 소수의 개수를 $f(x)$ 라 하자.

예를 들면 $f\left(\frac{5}{2}\right) = 1, f(5) = 3$ 이다.

<보기> 중 옳은 것을 모두 고르면?

[3점][1999학년도 수능]

[보 기]

I. $f(10) = 4$

II. 임의의 실수 x 에 대하여 $f(x) < x$ 이다.

III. 임의의 양의 실수 x 에 대하여 $f(x+1) = f(x)$ 이다.

- ① I ② I, II ③ I, III
 ④ II, III ⑤ I, II, III

19. 공간벡터 $\vec{OP} = (1, -1, 1)$ 를 xy 평면, yz 평면,

zx 평면에 정사영시켜 얻은 벡터를 각각

$\vec{OA}, \vec{OB}, \vec{OC}$ 라고 하자.

$\vec{OP} = a\vec{OA} + b\vec{OB} + c\vec{OC}$ 일 때, 세 실수 a, b, c 의 합 $a+b+c$ 는?

[3점][1999학년도 수능]

- ① $-\frac{3}{2}$ ② -1 ③ 0
 ④ 1 ⑤ $\frac{3}{2}$

20. 좌표평면에서 점 (x, y) 가 부등식

$-x \leq y \leq 2 - x^2$ 의 영역을 움직일 때, $x+y$ 의 최댓값은?

[3점][1999학년도 수능]

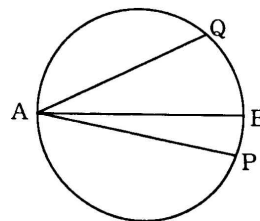
- ① $\frac{5}{4}$ ② $\frac{7}{4}$ ③ $\frac{9}{4}$
 ④ $\frac{11}{4}$ ⑤ $\frac{13}{4}$

21. 지름 AB 의 길이가 10인 원이 있다. 원 위의 점

P, Q 에 대하여 $\overline{AP} = 8$ 이고 $\angle QAB = 2\angle PAB$ 이다.

선분 $\overline{AQ}$ 의 길이는?

[3점][1999학년도 수능]



- ① $\frac{10}{5}$ ② $\frac{11}{5}$ ③ $\frac{12}{5}$
 ④ $\frac{13}{5}$ ⑤ $\frac{14}{5}$

22. 어떤 고등학교 3학년 남학생 수는 여학생 수의 1.5배이다. 대학수학능력시험 모의고사 성적의 통계에 따르면 남학생의 평균 점수는 점 400만점에 225점이고 여학생의 평균 점수는 235점이다. 3학년 전체 학생의 평균 점수는 몇 점인가?

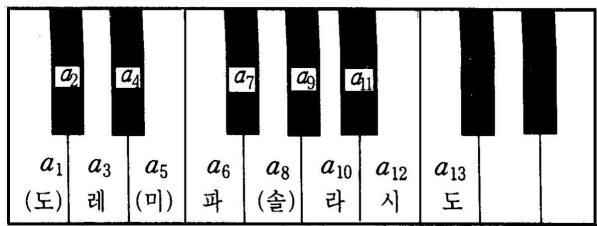
[3점][1999학년도 수능]

- ① 229 ② 230 ③ 231
④ 232 ⑤ 233

23. 서양음악의 12음계에서 음의 주파수는 반음 올라갈 때마다 일정 비율로 높아져 12반음 올라가면 2배가 되는 등비수열을 이룬다. 아래 피아노 건반에 표시된 도, 미, 솔의 주파수비 $a_1 : a_3 : a_5$ 에 가장 가까운 정수비는?

(단, $2^{\frac{1}{3}} = \frac{5}{4}, 2^{\frac{5}{12}} = \frac{4}{3}, 2^{\frac{7}{12}} = \frac{3}{2}$ 으로 근사하여 계산한다.)

[3점][1999학년도 수능]



- ① 2 : 3 : 4 ② 3 : 4 : 5 ③ 4 : 5 : 6
④ 5 : 6 : 8 ⑤ 6 : 8 : 9

24. 차량들이 고속도로를 차선의 변경 없이 모두 같은 속력 v (m/s)를 유지하면서 달리고 있다고 하자. 제동 거리를 고려한 최소 차간 거리는

$$f(v) = \frac{1}{20}v^2 + \frac{1}{2}v + 5(m)$$

로 나타낼 수 있다. 60초 동안 한 차선의 일정 지점을 통과할 수 있는 차량의 수는 최대 몇 대인가?

(단, 차량의 길이는 무시한다.)

[3점][1999학년도 수능]

- ① 16 ② 40 ③ 60
④ 90 ⑤ 225

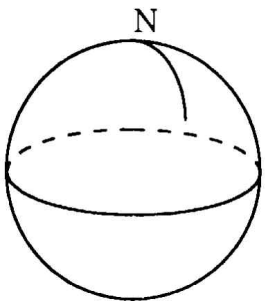
주관식 문항(25~30)

25. 좌표평면에서 중심이 $(1, 1, 1)$ 이고 평면 $x + 2y - 2z = 31$ 에 접하는 구의 반지름을 구하시오.
[3점][1999학년도 수능]

26. 두 부등식 $\frac{1}{x-3} \leq \frac{1}{x-2}$ 과 $x - ax + b < 0$ 의 해가 같을 때, 두 실수 a, b 의 합 $a+b$ 를 구하시오.
[2점][1999학년도 수능]

27. 반지름이 30인 구 위의 한 점 N 에 길이가 5π 인 실의 한 끝을 고정한다. 실을 팽팽하게 유지하면서 구의 표면을 따라 실의 나머지 한 끝을 한 바퀴 돌렸을 때, 구의 표면에 생기는 실 끝의 자취의 길이를 l 이라 하자. $\frac{l}{\pi}$ 의 값을 구하시오.

[3점][1999학년도 수능]



28. 다음 조건을 모두 만족시키는 자연수 n 을 구하시오.

[3점][1999학년도 수능]

- I. n 은 60의 약수이다.
II. n 은 비가 3 : 7인 두 자연수의 합이다.
III. n 의 약수의 개수는 6이다.

29. 좌표평면에서의 회전변환 f 와 대칭변환 g 를 나타내는 행렬이 각각 $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 이다.
두 변환 f 와 g 를 유한 번 합성하여 얻을 수 있는 합성 변환에 의하여 점 $P\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$ 가 옮겨질 수 있는 점은 P 를 포함하여 모두 몇 개인가?

[3점][1999학년도 수능]

30. 은행의 예금 상품은 연이율로 제시된다.

1년에 이자 계산을 n 번하는 복리 예금의 경우 매번 $\left(\frac{\text{이율}}{n}\right)$ 의 이율로 이자를 계산한다.

이 때, 실효수익율은

$$\frac{(1\text{년 후의 이자총액})}{(\text{원 금})} \times 100(\%)$$

로 정의된다. 6개월마다 복리로 이자를 계산하는 연이율 10%인 예금 상품의 실효 수익률(%)을 소수점 아래 둘째 자리까지 구하시오.

[3점][1999학년도 수능]

정답과 해설

1) 정답 ⑤

$$\log -\log_2 \frac{3}{2} = (\log_2 2 + \log_2 3) - (\log_2 3 - \log_2 2) \\ = 2\log_2 2 = 2$$

2) 정답 ④

$$\sin x + \cos x = 2 \text{의 양변을 제곱하면} \\ \sin^2 x + \cos^2 x + 2\sin x \cos x = 2 \\ 1 + 2\sin x \cos x = 2 \\ \therefore \sin x \cos x = \frac{1}{2}$$

3) 정답 ④

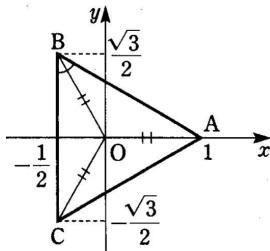
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{2} \ln(1+x)^{\frac{1}{x}} = \frac{1}{2} \ln e = \frac{1}{2}$$

4) 정답 ③

$$z^2 = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \Rightarrow \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2} \text{이므로}$$

세 점 A, B, C 를 좌표평면에 나타내 보면

$$A(1, 0), B\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right), C\left(-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \text{이므로}$$



위의 그림에서 $AB = BC = CA = \sqrt{3}$
따라서, $\triangle ABC$ 는 정삼각형이므로 $\angle ABC = 60^\circ$

5) 정답 ③

- I. $y = \log(x-1)(x-2)$ 의 진수 조건에서
 $(x-1)(x-2) > 0 \Rightarrow x > 2$ 또는 $x < 1$
 $y = \log(x-1) + \log(x-2)$ 의 진수 조건에서
 $x-1 > 0$ 이고 $x-2 > 0$
 $\therefore x > 2$
 따라서 다르다.
- II. $y = \frac{x^2-1}{x-1}$ 의 정의역에서 $x \neq 1$ 인 모든 실수이다.
 $y = x+1$ 의 정의역은 모든 실수이다.
 따라서 다르다.
- III. $y = x^3 = x$ 이므로 같다.
 따라서 같은 함수끼리 짝지어진 것은 III이다.

6) 정답 ②

$f(x) = y = \frac{x-1}{x-2}$ 의 역함수를 구하면

$$x = \frac{y-1}{y-2} \Rightarrow x(y-2) = y-1 \Rightarrow xy-2x = y-1 \\ \Rightarrow (x-1)y = 2x-1 \Rightarrow y = \frac{2x-1}{x-1}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{2x-1}{x-1}$$

$$\therefore a = 2, b = -1, c = -1$$

$$\therefore a+b+c = 0$$

7) 정답 ④

$$\text{I. } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+2+3+\dots+n}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{n(n+1)}{2}}{n} \\ = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{2} = \infty \text{이므로 발산한다.}$$

$$\text{II. } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^n}}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n}{n} \\ = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n}{n} = 0 \text{이므로 수렴한다.}$$

$$\text{III. } a_1 + a_2 + \dots + a_n = \begin{cases} 0 & (n \text{이 짝수}) \\ -1 & (n \text{이 홀수}) \end{cases}$$

i) n 이 짝수인 경우

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{0}{n} = 0$$

ii) n 이 홀수인 경우

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-1}{n} = 0$$

i), ii)에 의하여 0으로 수렴한다.

따라서 극한값이 존재하는 것은 II, III이다.

8) 정답 ④

$$\text{I. } A_2 = \{3, 5, 7, 9, \dots\}$$

$$A_4 = \{3, 5, 7, 9, \dots\} \text{이므로 } A_2 = A_4 \text{ [참]}$$

$$\text{II. [반례]} \ 2 \text{와 } 3 \text{은 서로소이므로 } 2 \in A_3$$

$$2 \text{와 } 6 \text{은 서로소가 아니므로 } 2 \notin A_6$$

$$A_3 \neq A_6 \text{ [거짓]}$$

$$\text{III. I에서 } A_2 = A_4 \text{이므로 } A_3 \cap A_4 = A_3 \cap A_2$$

또, $2 \times 3 = 6$ 이므로 2와 3에 동시에 서로소인 수는 6과 서로소이므로

$$\therefore A_3 \cap A_2 = A_6 \text{ [참]}$$

따라서, 옳은 것은 I, III이다.

9) 정답 ①

임의의 정수 n 에 대하여 $n \leq x < n+1$ 이면 $[x] = n$
 $-n-1 < -x \leq -n$ 에서
 $-n-1 < -x < -n$ 이면 $[-x] = -n-1$
 $-x = -n$ 이면 $[-x] = -n$
 $n < x < n+1$ 일 때, $f(x) = n + (-n-1) = -1$
 $x = n$ 일 때, $f(x) = n + (-n) = 0$
따라서, $f(x)$ 의 치역은 $\{0, -1\}$

10) 정답 ④

집합 (가)와 $\{1, 2\}$ 의 합집합이 $\{1, 2, 3, 5\}$ 이므로
집합 (가)에는 원소 3과 5가 반드시 포함되어야 한다.
집합 (가)와 $\{1, 5\}$ 의 합집합이 (나)이고, 집합 (나)와
 $\{1, 3, 4, 5\}$ 의 교집합이 (가)이므로
집합 (가)에는 원소 1과 5가 반드시 포함되어야 한다.
즉, (가)는 $\{1, 3, 5\}$

11) 정답 ②

$$\int_a^b \frac{1}{x} dx = [\ln|x|]_a^b = \ln b - \ln a = \ln \frac{b}{a}$$

① $\int_{a+1}^{b+1} \frac{1}{x} dx = \ln \frac{b+1}{a+1}$

② $\int_{2a}^{2b} \frac{1}{x} dx = \ln \frac{2b}{2a} = \ln \frac{b}{a}$

③ $\int_a^{b^2} \frac{1}{x} dx = \ln \frac{b^2}{a^2} = 2 \ln \frac{b}{a}$

④ $\int_a^{\sqrt{b}} \frac{1}{x} dx = \ln \frac{\sqrt{b}}{a} = \frac{1}{2} \ln \frac{b}{a}$

⑤ $\int_{\frac{1}{a}}^{\frac{1}{b}} \frac{1}{x} dx = \ln \frac{\frac{1}{b}}{\frac{1}{a}} = \ln \frac{a}{b}$

12) 정답 ①

i) 흰공을 꺼낸 경우 $\frac{2}{4} \times {}_3C_3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{16}$

ii) 검은 공을 꺼낸 경우 $\frac{2}{4} \times {}_4C_3 \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{8}$

i), ii)에서 $\frac{1}{16} + \frac{1}{8} = \frac{3}{16}$

13) 정답 ⑤

I. $x^*a = x$ 에서 a 는 가장 작은 수이다.
II. $c^*d < c^*b$ 에서
① $c \geq d, c \geq b$ 이면 $c^*d < c^*b \Rightarrow c < c$ 모순
② $c \geq d, c \leq b$ 이면 $c^*d < c^*b \Rightarrow c < b$
③ $c \leq d, c \geq b$ 이면 $c^*d < c^*b \Rightarrow d < c$ 모순
④ $c \leq d, c \leq b$ 이면 $c^*d < c^*b \Rightarrow d < b$
①, ②, ③, ④에서 가장 큰 수는 b 이다.
따라서, $a < c < b$ 거나 $a < d < b$ 이다.

14) 정답 ②

$A(6, 5)$ 는 $5 < 6 \times 2$ 이므로
(나)에 의하여 $(5, 5)$ 로 이동한다.
같은 방법으로
 $(5, 5) \xrightarrow{(나)} (4, 5) \xrightarrow{(나)} (3, 5) \xrightarrow{(나)} (2, 5) \xrightarrow{(나)} (2, 5)$
점 $(2, 5)$ 는 $5 > 2 \times 2$ 이므로
(다)에 의하여 점 $(2, 4)$ 로 이동한다.
점 $(2, 4)$ 는 $4 = 2 \times 2$ 이므로
(가)에 의하여 이동하지 않는다.
따라서, $(6, 5) \xrightarrow{(나)} (5, 5) \xrightarrow{(나)} (4, 5) \xrightarrow{(나)} (3, 5) \xrightarrow{(나)} (2, 5) \xrightarrow{(다)} (2, 4)$
따라서, 이동횟수는 5번이다.

15) 정답 ②

$p > \sqrt{n}$ 이고 $q > \sqrt{n}$ 이면 $pq > n$ 이므로
가정 「 p, q 는 $\sqrt{n}$ 보다 작거나 같은 소수」에 모순이다.
즉, 「 $p > \sqrt{n}$ 이고 $q > \sqrt{n}$ 」이면 모순이므로
(가)에 들어갈 것은 「 $p > \sqrt{n}$ 이고 $q > \sqrt{n}$ 」의 부정이
다.
 $\therefore p \leq \sqrt{n}$ 이거나 $q \leq \sqrt{n}$

16) 정답 ⑤

$x^2 + y^2 = r^2$ 위의 점 (x_1, y_1) 에서의 접선의 방정식은
 $x_1x + y_1y = r^2$ 이므로
 $1x + 2y = 5 \Rightarrow x + 2y = 5$

17) 정답 ③

I. 거짓 < 반례 >
다음 그림과 같이 잡으면

$$A = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{8} > \frac{1}{4}$$

$$C = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{8} > \frac{1}{4}$$

II. 거짓 < 반례 >

$$A = \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{9} < \frac{1}{4}$$

$$D = \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{9} < \frac{1}{4}$$

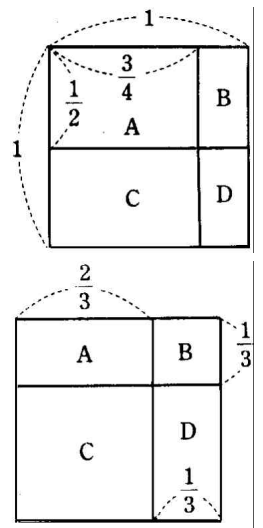
III. 참

$$A = xy > \frac{1}{4}$$

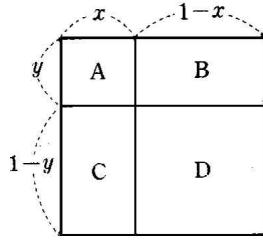
$$D = (1-x)(1-y)$$

$$= 1 - (x+y) + xy$$

산술기하평균에서
 $x+y \geq 2\sqrt{xy}$ 이므로

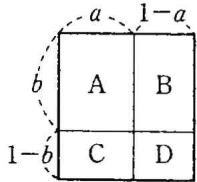


$$1-2 \quad A+A$$



$$=(\sqrt{A}-1) < \frac{1}{4} \quad \therefore A > \frac{1}{4}$$

[별해]



그림에서 $A=ab$, $B=b(1-a)$,

$C=a(1-b)$, $D=(1-a)(1-b)$ 이다.

따라서, $AD=BC$, $A+B+C+D=1$ 인 관계가 성립한다.

$$A+B+C+D=1=(A+D)+(B+C) \\ \geq 2\sqrt{AD}+2\sqrt{BC}=4\sqrt{AD}$$

$$\therefore \sqrt{AD} \leq \frac{1}{4} \text{에서 } AD \leq \frac{1}{16}$$

따라서 $A > \frac{1}{4}$ 이면 $D < \frac{1}{4}$ 이 성립한다.

18) 정답 ②

I. 10이하의 소수는 2, 3, 5, 7이므로 $f(10)=4$

II. $f(x) < [x] \leq x$ 이므로 $f(x) < x$

III. $x=2$ 인 경우 $f(3)=2$, $f(2)=1$

$$f(3) \neq f(2)$$

따라서 옳은 것은 I, II이다.

19) 정답 ⑤

$$\vec{OA}=(1, -1, 0), \vec{OB}=(0, -1, 1), \vec{OC}=(1, 0, 1)$$

이므로

$$\vec{OP}=a(1, -1, 0)+b(0, -1, 1)+c(1, 0, 1) \\ = (1, -1, 1)$$

$$\therefore (a+c, -a-b, b+c)=(1, -1, 1)$$

$$a+c=1 \quad \dots\dots ①$$

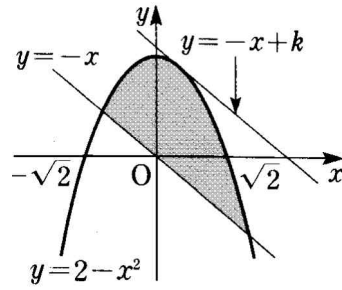
$$-a-b=-1 \Rightarrow a+b=1 \quad \dots\dots ②$$

$$b+c=1 \quad \dots\dots ③$$

$$①+②+③ \text{을 하면 } 2(a+b+c)=3$$

$$\therefore a+b+c=\frac{3}{2}$$

20) 정답 ③



부등식 $-x \leq y \leq 2-x^2$ 의 영역을 좌표평면에 나타내면 위 그림과 같다.

$x+y=k$ 라 하면 $y=-x+k$ 가 위의 그림에서

곡선 $y=2-x^2$ 에 접할 때 k 가 최댓값을 가지므로

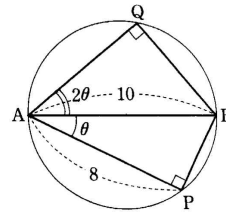
$$-x+k=2-x^2 \Rightarrow x^2-x+k-2=0$$

$$D=1-4(k-2)=0$$

$$\therefore k=\frac{9}{4}$$

따라서, $x+y$ 의 최댓값은 $\frac{9}{4}$ 이다.

21) 정답 ⑤



$\angle PAB=\theta$ 라 하면 $\angle QAB=2\theta$

$\triangle ABP$ 에서 $\angle APB=90^\circ$ 이므로 $\cos\theta=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$

$$\cos 2\theta=2\cos^2\theta-1=\frac{7}{25}$$

$\triangle AQB$ 에서 $\angle AQB=90^\circ$

$$\overline{AQ}=\overline{AB}\cos 2\theta=10\times\frac{7}{25}=\frac{14}{5}$$

22) 정답 ①

남학생의 수가 여학생의 수의 1.5배이므로

여학생의 수를 $2x$ 라 하면 남학생의 수는 $3x$ 이다.

$$\therefore (\text{체의 평균})=\frac{225\times 3x+225\times 2x}{2x+3x}=\frac{1145}{5}=229$$

23) 정답 ③

$$a_1r^{12}=2a_1 \text{이므로 } r^{12}=2$$

$$\therefore r=2^{\frac{1}{12}}$$

$$a_1:a_5:a_8=a_1:a_1r^4:a_1r^7=a_1:r^4:a_1r^7$$

$$=1:2^{\frac{4}{12}}:2^{\frac{7}{12}}=1:\frac{5}{4}:\frac{3}{2}=4:5:6$$

24) 정답 ②

일정 지점 를 자동차 A가 통과한 후부터
자동차 B가 P를 통과할 때까지 걸리는 최소시간은

$$f(v) = \frac{1}{2}v + \frac{1}{2}v + 5$$

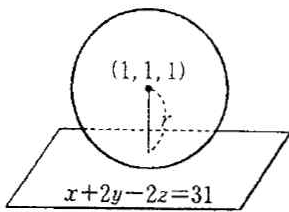
$$= \frac{1}{2}v + \frac{1}{2} + \frac{5}{v} \geq \frac{1}{2} + 2 \quad \frac{v}{20} \cdot \frac{5}{v} = 5$$

에서 1.5초 이상이다.

따라서, 60초 동안 지점을 통과하는 차량의 최대수는

$$\frac{60}{1.5} = 40()$$

25) 정답 10



구의 중심 (1, 1, 1)에서 평면 $x + 2y - 2z = 31$ 에 이르는 거리가 구의 반지름의 길이와 같으므로

구의 반지름의 길이를 r 라 하면

$$r = \frac{|1 + 2 - 2 - 31|}{\sqrt{1 + 4 + 4}} = \frac{30}{3} = 10$$

26) 정답 11

$$\frac{1}{x-3} \leq \frac{1}{x-2} \Rightarrow \frac{1}{x-3} - \frac{1}{x-2} \leq 0$$

$$\Rightarrow \frac{(x-2) - (x-3)}{(x-3)(x-2)} \leq 0$$

$$\therefore \frac{1}{(x-3)(x-2)} \leq 0$$

$$\text{즉 } (x-3)(x-2) \leq 0 \quad (\text{단, } x \neq 2, x \neq 3)$$

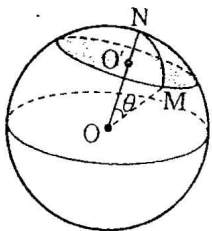
$$\Rightarrow (x-2)(x-3) < 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 5x + 6 < 0 \text{의 해와 } x^2 - ax + b < 0 \text{의 해가}$$

$$\text{같으므로 } a = 5, b = 6$$

$$\therefore a + b = 11$$

27) 정답 30



$$30 \times \theta = 5\pi \quad \therefore \theta = \frac{\pi}{6}$$

$$r = 30 \times \sin \frac{\pi}{6} = 15$$

$$l = 2\pi \times 15 = 30\pi$$

$$\therefore \frac{l}{\pi} = \frac{30\pi}{\pi} = 30$$

28) 정답 20

I. n 의 값으로 가능한 것은 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60

II. $n = 3m + 7m = 10m$ 으로 표현할 수 있다.

즉, n 은 10의 배수이므로 I에서 n 에 가능한 값은 10, 20, 30, 60

III. $10 = 2^1 \times 5^1$ 에서 약수의 개수는 4개다.

$20 = 2^2 \times 5^1$ 에서 약수의 개수는 6개다.

$30 = 2^1 \times 3^1 \times 5^1$ 에서 약수의 개수는 8개다.

$60 = 2^2 \times 3^1 \times 5^1$ 에서 약수의 개수는 12개다.

따라서, n 은 20이다.

29) 정답 8

회전변환 f 는 $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos 90^\circ & -\sin 90^\circ \\ \sin 90^\circ & \cos 90^\circ \end{pmatrix}$ 이므로

원점을 중심으로 90° 만큼

회전하는 변환이다.

이것을 4번 이동하면 원래의

점으로 돌아오므로

P 를 포함하여 모두 4개의

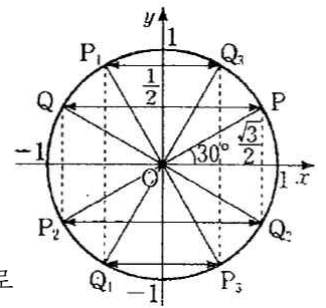
점으로 옮겨질 수 있다.

대칭변환 g 는 $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 이므로

y 축에 대한 대칭이동이다.

즉, 회전변환 f 에 대하여 옮겨진 각각의 점이 2개씩 나타난다.

$$\therefore 4 \times 2 = 8(\text{개})$$



30) 정답 10.25

$$6\text{개월마다의 이율은 } \frac{10}{2}\% = 5\% = 0.05$$

따라서 원금을 a 라 하면 6개월 후의 이자는 $a \times 0.05$

1년 후의 이자 총액은

$$a \times 0.05 + a(1 + 0.05) \times 0.05 = a \times 0.05 \times 2.05$$

$$\therefore (\text{실효수익률}) = \frac{a \times 0.05 \times 2.05}{a} \times 100 = 10.25(\%)$$