

제 2 교시

수리·탐구 영역(I)

자연계

성명

수험번호

- 먼저 수험생이 선택한 계열의 문제인지 확인하십시오.
- 문제지에 성명과 수험 번호를 정확히 기입하십시오.
- 답안지에 수험 번호, 응시 계열, 문형, 답을 표기할 때에는 반드시 '수험생이 지켜야 할 일'에 따라 표기하십시오.
- 주관 답의 숫자에 0이 포함된 경우, 0을 OMR 답안지에 반드시 표기해야 합니다.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

1. $\left\{\left(\frac{4}{9}\right)^{-\frac{2}{3}}\right\}^{\frac{9}{4}}$ 의 값은? [2 점]

- ① $\frac{8}{27}$ ② $\frac{16}{61}$ ③ $\frac{81}{16}$ ④ $\frac{27}{8}$ ⑤ $\frac{64}{81}$

2. $\sqrt{4+2\sqrt{3}}-\sqrt{4-2\sqrt{3}}$ 의 값은? [2 점]

- ① -2 ② $-\sqrt{3}$ ③ 1 ④ $\sqrt{3}$ ⑤ 2

3. 다항식 $2x^3 + x^2 + 3x$ 를 $x^2 + 1$ 로 나눈 나머지는? [3 점]

- ① $x-1$ ② x ③
④ $x+3$ ⑤ $3x-1$

4. 함수 $y = \frac{\ln x}{x}$ 가 최대값을 가질 때의 x 의 값은? [2 점]

- ① 1 ② e ③ $\frac{1}{e}$ ④ ⑤

5. 두 복소수 $z_1 = i$, $z_2 = 1+i$ 에 대하여 다음 중 편각의 크기가 가장 큰 것은? (단, $i = \sqrt{-1}$ 이고, 편각의 크기 θ 의 범위는 $0 \leq \theta < 2\pi$ 로 한다.) [2 점]

- ① $4z_1$ ② $z_1 + z_2$ ③
④ $z_1 z_2$ ⑤ $\frac{z_1}{z_2}$

2 자연계

수리·탐구 영역(I)

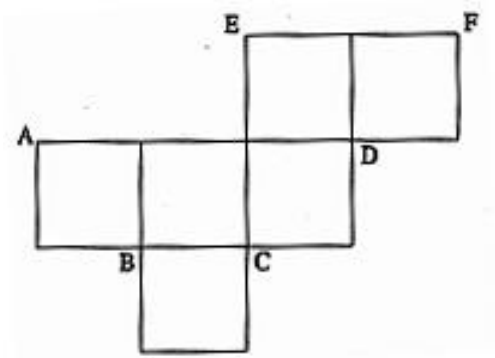
6. 좌표평면에서, 다음 함수 중 그 그래프가 임의의 직선과 항상 만나는 것은? [3 점]

- ① $y = |x|$ ② $y = x^2$ ③ $y = \sqrt{x}$
 ④ $y = x^3$ ⑤ $y = \frac{1}{x}$

7. 이차방정식 $x^2 - mx + 2m + 1 = 0$ 의 한 근이 1 일 때 다른 한 근은? (단, m 은 상수) [2 점]

- ① 3 ② 2 ③ 0 ④ -1 ⑤ -3

8. 다음은 어떤 정육면체의 전개도이다.



원래의 정육면체에서 $\overrightarrow{AB}$ 의 크기는? [3 점]

- ① $\overrightarrow{CD}$ ② $\overrightarrow{DC}$ ③ $\overrightarrow{ED}$ ④ $\overrightarrow{DE}$ ⑤ $\overrightarrow{FD}$

9. 쌍곡선 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ 위의 점 (a, b) 에서의 접선과 x 축, y 축

으로 둘러싸인 삼각형의 넓이는? (단, $a > 0, b > 0$) [3 점]

- ① $\frac{36}{ab}$ ② $\frac{54}{ab}$ ③ $\frac{72}{ab}$ ④ ⑤

10. 실수 x 에 대하여 x 보다 크지 않은 최대의 정수를 $[x]$ 라 할 때, 다음 중 방정식

$$[x]^2 + [x] - 2 = 0$$

과 같은 해를 갖는 부등식은? [3 점]

- ① $\frac{(x+2)(x-2)}{(x+1)(x-1)} \leq 0$
 ② $\frac{(x+1)(x+2)}{(x-1)(x-2)} \leq 0$
 ③ $\frac{1}{(x+1)(x-1)} \leq 0$
 ④ $\frac{(x-1)(x+2)}{(x+1)(x-2)} \leq 0$
 ⑤ $\frac{(x-2)(x-3)}{(x+2)(x+3)} \leq 0$

수리·탐구 영역(I)

11. 오른쪽 그림과 같이 1부터 9까지 숫자가 쓰여진 표적이 있다. 5명의 사격선수 A, B, C, D, E가 10발씩 사격하여 맞춘 10개의 수의 평균이 모두 5가 되었다. 5명이 사격한 결과는 다음과 같다.

1	2	3
4	5	6
7	8	9

A

1	2	3
4	5	6
7	8	9

B

1	2	3
4	5	6
7	8	9

C

1	2	3
4	5	6
7	8	9

D

1	2	3
4	5	6
7	8	9

E

1	2	3
4	5	6
7	8	9

5명 중 맞춘 10개 수의 표준편차가 가장 작은 사람은? [2점]

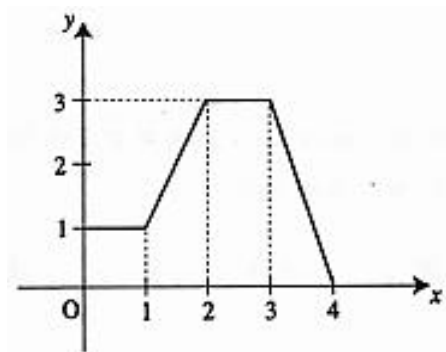
- ① A ② B ③ C ④ D ⑤ E

12. $(\frac{1+i}{1-i})^{1998}$ 의 값은? (단, $i=\sqrt{-1}$ 이다.) [2점]

- ① -1 ② 1 ③ -i ④ i ⑤

13. 다음 그림은 $0 \leq x \leq 4$ 에서 정의된 함수의 그래프이다.

정적분 $\int_0^1 f(2x+1)dx$ 의 값은? [2점]



- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤

14. 다음 <보기> 중 옳은 것을 모두 고르면? (단, 동전의 앞면과 뒷면이 나올 확률은 같다.) [2점]

—<보 기>—

- ㄱ. 동전을 10회 던질 때 앞면이 4회 나타날 확률과 앞면이 6회 나타날 확률은 같다.
 ㄴ. 동전을 10회 던질 때 앞면이 5회 나타날 확률과 20회 던질 때 앞면이 10회 나타날 확률은 같다.
 ㄷ. 동전을 10회 던질 때 앞면이 나타날 횟수가 5회 이하일 확률은 0.5보다 크다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

4 자연계

수리·탐구 영역(I)

15. 수열 $\{a_n\}$ 은 처음 6개 항 $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$ 이 서로 다르고, $a_{n+6} = a_n (n=1, 2, 3, \dots)$ 을 만족시킨다.

다음과 같이 정의된 수열 $\{b_n\}$ 중 $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$ 의 값이 모두 나타나는 것은? [3점]

- ① $b_n = a_{2n+1}$
- ② $b_n = a_{3n+1}$
- ③ $b_n = a_{4n+1}$
- ④ $b_n = a_{5n+1}$
- ⑤ $b_n = a_{6n+1}$

16. 임의의 자연수 n 에 대하여, n 의 양의 약수들의 총합을 $f(n)$ 이라 하자. 예를 들면, $f(3)=4$, $f(4)=7$ 이다. 다음 <보기> 중 옳은 것을 모두 고르면? [2점]

〈보 기〉

- ㄱ. $f(10) = 18$
- ㄴ. $f(n) = n+1$ 이면 n 은 소수이다.
- ㄷ. 임의의 자연수 m, n 에 대하여, $f(mn) = f(m)f(n)$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 다음은 명제 ' $3m^2 - n^2 = 1$ 을 만족하는 m, n 은 3의 배수이다'에 대한 증명에서 중간 부분을 적은 것이다.

<증명>

...(생략)...

m, n 이 정수이고 $3m^2 = n^2 + 1$ 이므로, n 은 3의 배수이다.

한편, 정수 n 이 어떤 정수 k 에 대하여,

$n = 3k$ 이면

$$n^2 = (3k)^2 = 9k^2 = 3(3k^2),$$

$n = 3k+1$ 이면

$$n^2 = (3k+1)^2 = 9k^2 + 6k + 1 = 3(3k^2 + 2k) + 1,$$

$n = 3k+2$ 이면

$$n^2 = (3k+2)^2 = 9k^2 + 12k + 4 = 3(3k^2 + 4k + 1) + 1$$

이므로, n^2 을 3으로 나눈 나머지는 0 또는 1이다.

따라서 $n^2 + 1$ 을 3으로 나눈 나머지는 1 또는 2이다.

...(생략)...

다음 중 위의 (가)에 가장 알맞은 것은? [2점]

- ① m, n 중 적어도 하나는 정수이다.
- ② m, n 중 어느 것도 정수가 아니다.
- ③ m, n 이 모두 정수인 해가 적어도 하나 있다.
- ④ m, n 이 모두 정수인 해가 오직 하나 있다.
- ⑤ m, n 이 모두 정수인 해는 없다.

수리·탐구 영역(I)

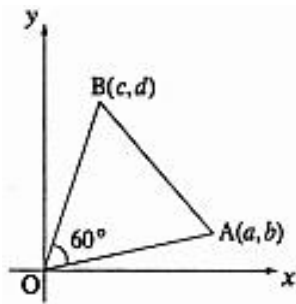
18. 다음은 명제 ‘좌표평면에서 세 꼭지점의 좌표가 모두 유리수인 정삼각형이 존재하지 않는다.’를 증명한 것이다.

〈증명〉 세 꼭지점의 좌표가 모두 (가)인 정삼각형이 존재한다고 가정하자.

이 삼각형을 평행이동하여 오른쪽 그림과 같이 한 꼭지점이 좌표평면의 원점 O에 놓이도록 했을 때, 다른 꼭지점을 각각 $A(a, b)$, $B(c, d)$ 라 하면, a, b, c, d 는 모두 (나)가 된다. 그런데 B는 A를 원점을 중심으로 60° 만큼 회전이동한 점이므로

$$c = \frac{1}{2}a - \frac{\sqrt{3}}{2}b, \quad d = \frac{\sqrt{3}}{2}a + \frac{1}{2}b$$

이다. 여기서 $b \neq 0$ 이면 c 가 (다)가 되고, $b = 0$ 이면 $a \neq 0$ 이므로 d 가 (다)가 된다. 이는 가정에 모순이다.



위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것을 순서대로 적으면? [3 점]

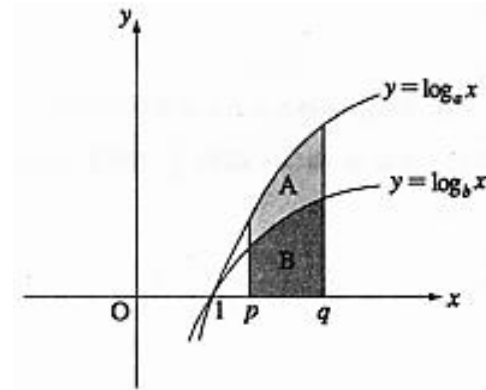
- ① 유리수, 유리수, 무리수
- ② 무리수, 유리수, 무리수
- ③ 유리수, 무리수, 유리수
- ④ 유리수, 유리수, 유리수
- ⑤ 무리수, 유리수, 유리수

19. 그림과 같이 두 직선 $x=p$, $x=q$ 와 x 축 및 곡선

로 둘러싸인 부분을 곡선 $y=\log_b x$ 가 두 부분 A와 B로 나눈다.

A와 B의 넓이를 각각 α , β 라 할때, $\frac{\alpha}{\beta}$ 의 값은?

(단, $1 < a < b$, $1 < p < q$) [3 점]



- ① $(\frac{b}{a}-1)(q-p)$ ② $\frac{a}{b}-1$ ③
- ④ $\log_p a - 1$ ⑤ $(q-p) \log_p a$

20. 수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_1=1, a_2=2, a_{n+2}=a_{n+1}+a_n (n=1, 2, 3, \dots)$$

을 만족시킨다. 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{a_{n+1}a_{n+2}}$ 의 합은? [3 점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ ⑤

21. 다음은 인공적인 핵분열을 가상적으로 모형화시킨 것이다.

모든 불안정한 원자핵은 두 개의 핵으로 분열하고, 이 때 생긴 핵은 안정할 수도 있고 불안정할 수도 있다. 불안정한 핵은 다시 두 개의 핵으로 분열하고, 이 과정은 안정한 핵들만 남을 때까지 계속된다. 또한 불안정한 핵이 불안정할 때마다 100MeV의 에너지가 생성된다.

어떤 불안정한 원자핵 하나가 위와 같은 핵분열을 거듭한 결과 8개의 안정한 핵들만 남았다면, 이 핵분열 과정에서 생성되는 총 에너지는 몇 MeV인가? [3 점]

- ① 800 ② 700 ③ 600 ④ 500 ⑤ 400

22. 수질오염의 정도를 수치로 나타내는 한 방법으로 생물학적 지표가 사용된다. 이 지표는 유색생물의 수가 X, 무색생물의 수가 Y일 때,

$$\frac{Y}{X+Y} \times 100(\%)$$

로 정의된다. 지난 달 수질검사에서 어떤 호수의 생물학적 지표는 10(%)이었다. 이번 달에 이 호수의 수질을 검사한 결과, 지난 달에 비해 유색생물의 수는 2 배, 무색생물의 수는 3 배가 되었다. 이번 달 이 호수의 생물학적 지표는 몇 퍼센트(%)인가? [3 점]

- ① 약 14.3% ② 약 15.2% ③ 약 16.4%
④ 약 17.1% ⑤ 약 18.5%

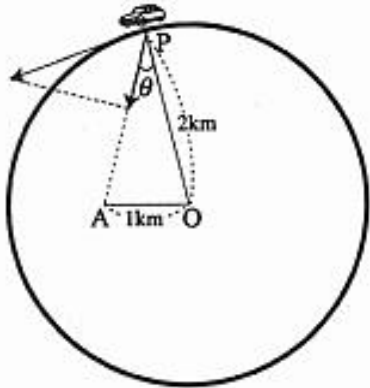
23. 정부가 통일 이후 필요한 통일비용을 마련하기 위해 예산의 일부를 2001년부터 매년 1월 1일 적립한다고 하자. 적립할 금액은 경제성장률을 감안하여 매년 전년도보다 6%씩 증액한다. 2001년 1월 1일부터 10조 원을 적립하기 시작한다면, 2010년 12월 31일까지 적립된 금액의 원리합계는 몇 조 원인가?

(단, 연이율 6%, 1년마다의 복리로 계산하고, 은 1.8로 계산한다.) [4 점]

- ① 160 ② 162 ③ 180 ④ ⑤

수리·탐구 영역(I)

24. 반지름의 길이가 2km 인 원형의 자동차 시험장에서 초속 20m 의 일정한 속력으로 자동차가 달리고 있다. 원의 중심 O에서 1km 떨어진 지점 A에 속력 측정기가 놓여 있어, 자동차의 속도 중 자동차의 위치 P로부터 A 방향으로의 성분을 측정하고 있다. 이 때, $\angle APO = \theta$ 이면, 이 성분의 크기는 $20 \sin \theta$ (m/초)이다. 이 자동차가 한 바퀴 도는 동안 속력 측정기가 기록하는 최대값은 몇 m/초 인가? [3 점]



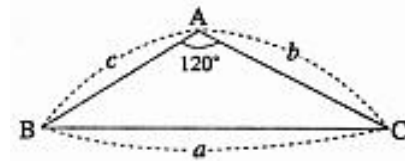
- ① 8 ② 10 ③ $10\sqrt{2}$ ④ $10\sqrt{3}$ ⑤ 20

주관식 문항 (25 ~ 30)

25. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ 에 대하여 A^2 의 모든 성분의 합을 구하시오.

[2 점]

26. $\triangle ABC$ 에서 $b=8$, $c=7$, $\angle A=120^\circ$ 일 때, a 의 값을 구하시오. [3 점]



27. 구 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ 위의 점 $(\frac{4}{5}, \frac{3}{5}, 0)$ 에서 구에 접하는 평면을 α , 점 $(0, \frac{3}{5}, \frac{4}{5})$ 에서 구에 접하는 평면을 β 라 한다. 평면 α 위에 있는, 넓이가 100인 삼각형을 평면 β 위로 정사영시켜 얻은 도형의 넓이를 구하시오. [3 점]

8 자연계

수리·탐구 영역(I)

28. 오른쪽 그림과 같이 4 개의 섬이 있다.
3 개의 다리를 건설하여 4 개의 섬 모두를
연결하는 방법의 수를 구하시오. [3 점]



30. 수직선 위에 두 점 $P_1(0)$ 과 $P_2(80)$ 이 있다.

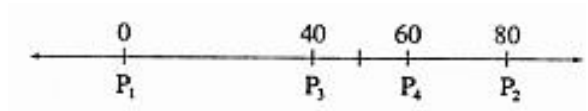
선분 P_1P_2 의 중점을 $P_3(x_3)$, 선분 P_2P_3 의 중점을

, ...,

선분 P_nP_{n+1} 의 중점을 $P_{n+2}(x_{n+2})$ 라 할 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ 의 값을 소수점 아래 셋째 자리에서 반올림하여 소수 둘째

자리까지 구하시오. [3 점]



29. 다음 그림은 함수 $y=1$ 과 함수 $y=0$ 의 그래프의 일부이다.

두점 $A(0, 1)$, $B(1, 0)$ 사이를 $0 \leq x \leq 1$ 에서 정의된 함수
 $y = ax^3 + bx^2 + cx + 1$ 의 그래프를 이용하여 연결하였다. 이렇
게 연결된 그래프 전체를 나타내는 함수가 구간 $(-\infty, \infty)$ 에서 미
분가능하도록 상수 a , b , c 의 값을 정할 때, $a^2 + b^2 + c^2$ 의
값을 구하시오. [4 점]

