

년도	1997 11월 19일
대상	고3 자연계 A형

1. $4 \left(\frac{2}{3} \right)^3$ 의 값은?

[2점][1998학년도 수능]

- ① $\frac{8}{27}$ ② $\frac{16}{61}$ ③ $\frac{81}{16}$
④ $\frac{27}{8}$ ⑤ $\frac{64}{81}$

2. $4 + 2\sqrt{3} - \sqrt{4 - 2\sqrt{3}}$ 의 값은?

[2점][1998학년도 수능]

- ① -2 ② $-\sqrt{3}$ ③ 1
④ $\sqrt{3}$ ⑤ 2

3. 다항식 $2x^3 + x^2 + 3x$ 를 $x^2 + 1$ 로 나눈 나머지는?

[3점][1998학년도 수능]

- ① $x - 1$ ② x ③ 1
④ $x + 3$ ⑤ $3x - 1$

4. 함수 $y = \frac{\ln x}{x}$ 가 최대값을 가질 때의 x 의 값은?

[2점][1998학년도 수능]

- ① 1 ② e ③ $\frac{1}{e}$
④ $2e$ ⑤ e^2

5. 두 복소수 $z_1 = i$, $z_2 = 1 + i$ 에 대하여 다음 중 편각의 크기가 가장 큰 것은? (단, $i = \sqrt{-1}$ 이고, 편각의 크기 θ 의 범위는 $0 \leq \theta < 2\pi$ 로 한다.)

[2점][1998학년도 수능]

- ① $4z_1$ ② $z_1 + z_2$ ③ $z_1 - z_2$
④ $z_1 z_2$ ⑤ $\frac{z_1}{z_2}$

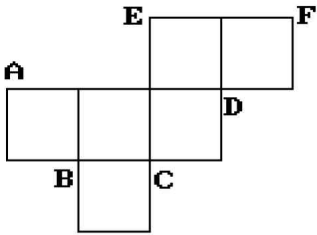
6. 좌표평면에서, 다음 함수 중 그 그래프가 임의의 직선과 항상 만나는 것은?

[3점][1998학년도 수능]

- ① $y = |x|$ ② $y = x^2$ ③ $y = \sqrt{x}$
④ $y = x^3$ ⑤ $y = \frac{1}{x}$

7. 이차방정식 $-mx+2m+1=0$ 의 한 근이 1일 때 다른 한 근은? (단, m 은 상수)
- [2점][1998학년도 수능]
- ① 3 ② 2 ③ 0
④ -1 ⑤ -3

8. 다음은 어떤 정육면체의 전개도이다.



- 원래의 정육면체에서 $\overrightarrow{AB}$ 의 크기는?
- [3점][1998학년도 수능]
- ① $\overrightarrow{CD}$ ② $\overrightarrow{DC}$ ③ $\overrightarrow{ED}$
④ $\overrightarrow{DE}$ ⑤ $\overrightarrow{FD}$

9. 쌍곡선 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ 위의 점 (a, b) 에서의 접선과 x 축, y 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이는? (단, $a > 0, b > 0$)
- [3점][1998학년도 수능]
- ① $\frac{36}{ab}$ ② $\frac{54}{ab}$ ③ $\frac{72}{ab}$
④ $\frac{90}{ab}$ ⑤ $\frac{108}{ab}$

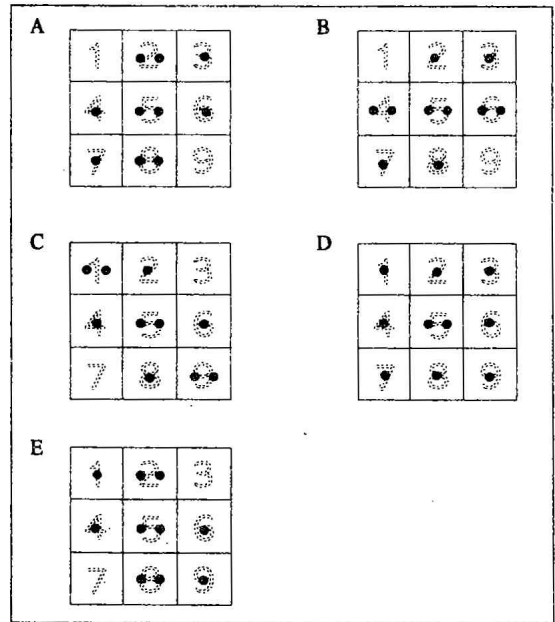
10. 실수 x 에 대하여 x 보다 크지 않은 최대의 정수를 $[x]$ 라 할 때, 다음 중 방정식 $[x]^2 + [x] - 2 = 0$ 과 같은 해를 갖는 부등식은?
- [3점][1998학년도 수능]

- ① $\frac{(x+2)(x-2)}{(x+1)(x-1)} \leq 0$ ② $\frac{(x+1)(x+2)}{(x-1)(x-2)} \leq 0$
③ $\frac{1}{(x+1)(x-1)} \leq 0$ ④ $\frac{(x-1)(x+2)}{(x+1)(x-2)} \leq 0$
⑤ $\frac{(x-2)(x-3)}{(x+2)(x+3)} \leq 0$

11. 오른쪽 그림과 같이 1부터 9까지

숫자가 쓰여진 표적이 있다. 5명의 사격선수 A, B, C, D, E가 10발씩 사격하여 맞춘 10개의 수의 평균이 모두 5가 되었다. 5명이 사격한 결과는 다음과 같다.

1	2	3
4	5	6
7	8	9

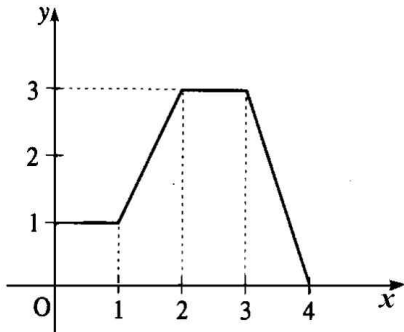


5명 중 맞춘 10개 수의 표준편차가 가장 작은 사람은?

- [2점][1998학년도 수능]
- ① A ② B ③ C
④ D ⑤ E

12. $\frac{1+i}{-i}^{998}$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$ 이다.)
 [2점][1998학년도 수능]
- ① -1 ② 1 ③ $-i$
 ④ i ⑤ 1998

13. 다음 그림은 $0 \leq x \leq 4$ 에서 정의된 함수 $y = f(x)$ 의 그래프이다. 정적분 $\int_0^1 f(2x+1)dx$ 의 값은?
 [2점][1998학년도 수능]



- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2
 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

14. 다음 <보기> 중 옳은 것을 모두 고르면?
 (단, 동전의 앞면과 뒷면이 나올 확률은 같다.)
 [2점][1998학년도 수능]

— [보 기] —

ㄱ. 동전을 10회 던질 때 앞면이 4회 나타날 확률과 앞면이 6회 나타날 확률은 같다.
 ㄴ. 동전을 10회 던질 때 앞면이 5회 나타날 확률과 20회 던질 때 앞면이 10회 나타날 확률은 같다.
 ㄷ. 동전을 10회 던질 때 앞면이 나타날 횟수가 5회 이하일 확률은 0.5보다 크다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 수열 $\{a_n\}$ 은 처음 6개 항 $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$ 이 서로 다르고, $a_{n+6} = a_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)을 만족시킨다.
 다음과 같이 정의된 수열 $\{b_n\}$ 중 $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$ 의 값이 모두 나타나는 것은?
 [3점][1998학년도 수능]

- ① $b_n = a_{2n+1}$ ② $b_n = a_{3n+1}$
 ③ $b_n = a_{4n+1}$ ④ $b_n = a_{5n+1}$
 ⑤ $b_n = a_{6n+1}$

16. 임의의 자연수 n 에 대하여, n 의 양의 약수들의 총합을 $f(n)$ 이라 하자. 예를 들면, $f(3)=4$, $f(4)=7$ 이다. 다음 <보기> 중 옳은 것을 모두 고르면?
[2점][1998학년도 수능]

[보 기]

- ㄱ. $f(10)=18$
 ㄴ. $f(n)=n+1$ 이면 n 은 소수이다.
 ㄷ. 임의의 자연수 m, n 에 대하여 $f(mn)=f(m)f(n)$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 다음은 명제 ' $3m - n^2 = 1$ 을 만족하는 m, n 에 대한 증명에서 중간 부분을 적은 것이다.

[증 명]

...(생략)...

m, n 이 정수이고, $3m^2 = n^2 + 1$ 이므로 $n^2 + 1$ 은 3의 배수이다.
 한편, 정수 n 이 어떤 정수 k 에 대하여, $n = 3k$ 이면 $n^2 = (3k)^2 = 9k^2 = 3(3k^2)$, $n = 3k + 1$ 이면 $n^2 = (3k + 1)^2 = 9k^2 + 6k + 1 = 3(3k^2 + 2k) + 1$, $n = 3k + 2$ 이면 $n^2 = (3k + 2)^2 = 9k^2 + 12k + 4 = 3(3k^2 + 4k + 1) + 1$ 이므로 n^2 을 3으로 나눈 나머지는 0 또는 1이다.
 따라서 $n^2 + 1$ 을 3으로 나눈 나머지는 1 또는 2이다.

...(생략)...

다음 중 위의 [가]에 가장 알맞은 것은?

[2점][1998학년도 수능]

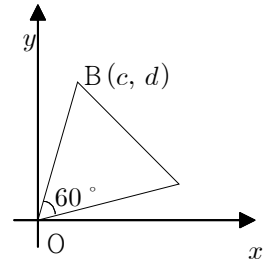
- ① m, n 중 적어도 하나는 정수이다.
 ② m, n 중 어느 것도 정수가 아니다.
 ③ m, n 이 모두 정수인 해가 적어도 하나 있다.
 ④ m, n 이 모두 정수인 해가 오직 하나 있다.
 ⑤ m, n 이 모두 정수인 해는 없다.

18. 다음은 명제 '좌표평면에서 세 꼭지점의 좌표가 모두 유리수인 정삼각형이 존재하지 않는다.'를 증명한 것이다.

[증 명]

세 꼭지점의 좌표가 모두 [가]인 정삼각형이 존재한다고 가정하자.

이 삼각형을 평행이동하여 오른쪽 그림과 같이 한 꼭지점이 좌표평면의 원점 O 에 놓이도록 했을 때, 다른 꼭지점을 각각 $A(a, b)$, $B(c, d)$ 라 하면, a, b, c, d 는 모두



[나]가 된다.

그런데 B 는 A 를 원점을 중심으로 60° 만큼 회전 이동한 점이므로

$$c = \frac{1}{2}a - \frac{3}{2}b, d = \frac{\sqrt{3}}{2}a + \frac{1}{2}b \text{이다.}$$

여기서 $b \neq 0$ 이면 c 가 [다]가 되고, $b = 0$ 이면 $a \neq 0$ 이므로 d 가 [다]가 된다.
 이는 가정에 모순이다.

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것을 순서대로 적으면?

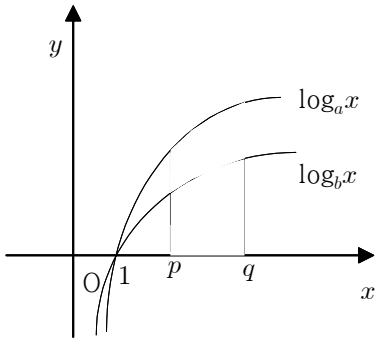
[3점][1998학년도 수능]

- ① 유리수, 유리수, 무리수
 ② 무리수, 유리수, 무리수
 ③ 유리수, 무리수, 유리수
 ④ 유리수, 유리수, 유리수
 ⑤ 무리수, 유리수, 유리수

19. 그림과 같이 두 직선 $x=p$, $x=q$ (x 축 및 곡선 $y=\log x$ 로 둘러싸인 부분을 곡선 $y=\log_b x$ 가 두 부분 A와 B로 나눈다.

A와 B의 넓이를 각각 α , β 라 할 때, $\frac{\alpha}{\beta}$ 의 값은?
(단, $1 < a < b$, $1 < p < q$)

[3점][1998학년도 수능]



- ① $\frac{b}{a}-1)(q-p)$ ② $\frac{a}{b}-1$ ③ $\log_a b-1$
④ $\log_b a-1$ ⑤ $(q-p)\log_b a$

20. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1=1$, $a_2=2$, $a_{n+2}=a_{n+1}+a_n$ ($n=1, 2, 3, \dots$)을 만족시킨다. 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{a_{n+1}a_{n+2}}$ 의 합은?

[3점][1998학년도 수능]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
④ 2 ⑤ 3

21. 다음은 인공적인 핵분열을 가상적으로 모형화시

킨 것이다.

모든 불안정한 원자핵은 두 개의 핵으로 분열하고, 이 때 생긴 핵은 안정할 수도 있고 불안정할 수도 있다. 불안정한 핵은 다시 두 개의 핵으로 분열하고, 이 과정은 안정한 핵들만 남을 때까지 계속된다. 또한 불안정한 핵이 불안정할 때마다 100MeV의 에너지가 생성된다.

어떤 불안정한 원자핵 하나가 위와 같은 핵분열을 거듭한 결과 8개의 안정한 핵들만 남았다면, 이 핵분열 과정에서 생성되는 총 에너지는 몇 MeV인가?

[3점][1998학년도 수능]

- ① 800 ② 700 ③ 600
④ 500 ⑤ 400

22. 수질오염의 정도를 수치로 나타내는 한 방법으로 생물학적 지표가 사용된다. 이 지표는 유색생물의 수가 X, 무색생물의 수가 Y일 때, $\frac{Y}{X+Y} \times 100(\%)$ 로 정의된다.

지난 달 수질검사에서 어떤 호수의 생물학적 지표는 10(%)이었다. 이번 달에 이 호수의 수질을 검사한 결과, 지난달에 비해 유색생물의 수는 2배, 무색생물의 수는 3배가 되었다. 이번 달 이 호수의 생물학적 지표는 몇 퍼센트(%)인가?

[3점][1998학년도 수능]

- ① 약 14.3% ② 약 15.2% ③ 약 16.4%
④ 약 17.1% ⑤ 약 18.5%

23. 정부가 통일 이후 필요한 통일비용을 마련하기

위해 예산의 일부를 001년부터 매년 1월 1일 적립한다고 하자. 적립할 금액은 경제성장률을 감안하여 매년 전년도보다 6%씩 증액한다.

2001년 1월 1일부터 10조 원을 적립하기 시작한다면, 2010년 12월 31일까지 적립된 금액의 원리합계는 몇 조원인가?

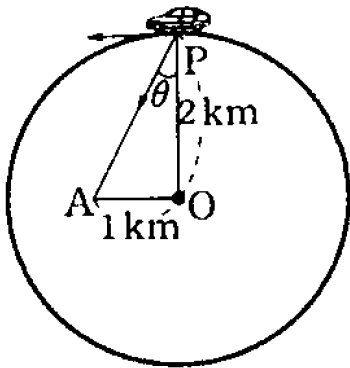
(단, 연이율 6%, 1년마다의 복리로 계산하고, $(1.06)^0$ 은 1.8로 계산한다.)

[4점][1998학년도 수능]

- ① 160 ② 162 ③ 180
④ 198 ⑤ 220

- 24.** 반지름의 길이가 2km인 원형의 자동차 시험장에 서 초속 20m의 일정한 속력으로 자동차가 달리고 있다. 원의 중심 O에서 1km 떨어진 지점 A에 속도 측정기가 놓여 있어, 자동차의 속도 중 자동차의 위치 P로부터 A방향으로의 성분을 측정하고 있다. 이 때, $\angle APO = \theta$ 이면 이 성분의 크기는 $20\sin\theta$ (m/)이다. 이 자동차가 한 바퀴 도는 동안 속도 측정기가 기록하는 최대값은 몇 m/초인가?

[3점][1998학년도 수능]



- ① 8 ② 10 ③ 10 2
④ $10\sqrt{3}$ ⑤ 20

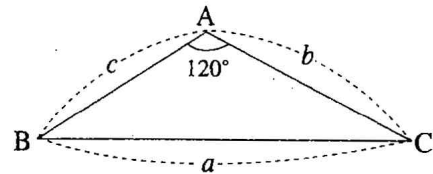
주관식 문항(25~30)

- 25.** 행렬 $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ 에 대하여 A^2 의 모든 성분의 합을 구하시오.

[2점][1998학년도 수능]

- 26.** $\triangle ABC$ 에서 $b=8$, $c=7$, $\angle A=120^\circ$ 일 때, a 의 값을 구하시오.

[3점][1998학년도 수능]

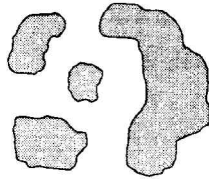


- 27.** 구 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ 위의 점 $(\frac{4}{5}, \frac{3}{5}, 0)$ 에서 구에 접하는 평면을 α , 점 $(0, \frac{3}{5}, \frac{4}{5})$ 에서 구에 접하는 평면을 β 라 한다. 평면 α 위에 있는, 넓이가 100인 삼각형을 평면 β 위로 정사영시켜 얻은 도형의 넓이를 구하시오.

[3점][1998학년도 수능]

28. 오른쪽 그림과 같이 개의

섬이 있다. 3개의 다리를 건설하여 4개의 섬 모두를 연결하는 방법의 수를 구하시오.

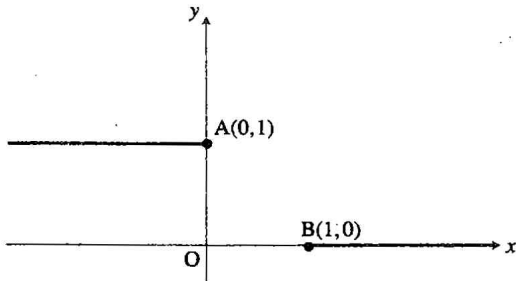


[3점][1998학년도 수능]

29. 다음 그림은 함수 $y=1$ 과 함수 $y=0$ 의 그래프의

일부이다. 두 점 $A(0, 1)$, $B(1, 0)$ 사이를 $0 \leq x \leq 1$ 에서 정의된 함수 $y = ax^2 + bx^2 + cx + 1$ 의 그래프를 이용하여 연결하였다. 이렇게 연결된 그래프 전체를 나타내는 함수가 구간 $(-\infty, \infty)$ 에서 미분가능하도록 상수 a, b, c 의 값을 정할 때, $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값을 구하시오.

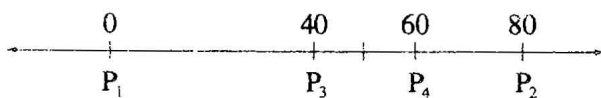
[4점][1998학년도 수능]



30. 수직선 위에 두 점 $P_1(0)$ 과 $P_2(80)$ 이 있다.

선분 P_1P_2 의 중점을 $P_3(x_3)$, 선분 P_2P_3 의 중점을 $P_4(x_4)$, ..., 선분 P_nP_{n+1} 의 중점을 $P_{n+2}(x_{n+2})$ 라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ 의 값을 소수점 아래 셋째 자리에서 반올림하여 소수 둘째 자리까지 구하시오.

[3점][1998학년도 수능]



정답과 해설

1) 정답 ④

$$4 \left) \frac{2}{3} \right\}^{\frac{9}{4}} = \left\{ \left(\frac{2}{3} \right)^{-\frac{4}{3}} \right\}^{\frac{9}{4}} = \left(\frac{2}{3} \right)^{-\frac{4}{3} \cdot \frac{9}{4}} = \left(\frac{2}{3} \right)^{-3} = \left(\frac{3}{2} \right)^3 = \frac{27}{8}$$

2) 정답 ⑤

$$4+2 \quad 3 - \sqrt{4} - \sqrt{3} = (\sqrt{3}+1) - (\sqrt{3}-1) = 2$$

3) 정답 ①

$$2x^3 + x^2 + 3x = (x^2 + 1)(2x + 1) + x - 1$$

따라서, 구하는 나머지는 $x - 1$

4) 정답 ②

$$y = \frac{\ln x}{x} \text{ 에서 } y' = \frac{(\ln x)'(x) - \ln x(x)'}{x^2} = \frac{1 - \ln x}{x^2}$$

$$\text{도함수 } y = \frac{1 - \ln x}{x^2}, \quad x > e \text{ 이면 } y' < 0$$

$$0 < x < e \text{ 이면 } y' > 0 \text{ 이므로}$$

$$\text{함수 } y = \frac{\ln x}{x} \text{ 는 } x = e \text{ 에서 극대이며 최대이다.}$$

5) 정답 ③

$$\textcircled{1} \quad 4z_1 = 4i = 4(\cos 90^\circ + i \sin 90^\circ)$$

$$\textcircled{2} \quad z_1 + z_2 = i + 1 + i = 1 + 2i$$

$$= \sqrt{5} \left(\frac{1}{\sqrt{5}} + \frac{2}{\sqrt{5}}i \right)$$

$$= \sqrt{5}(\cos \theta + i \sin \theta)$$

$$\text{여기서 } \tan \theta = 2 \text{ 이므로}$$

$$0^\circ < \text{각} < 90^\circ$$

$$\textcircled{3} \quad z_1 - z_2 = i - (1 + i) = -1$$

$$= \cos 180^\circ + i \sin 180^\circ$$

$$\therefore (\text{편각}) = 180^\circ$$

$$\textcircled{4} \quad z_1 z_2 = i(i + 1) = -1 + i$$

$$= \sqrt{2}(\cos 135^\circ + i \sin 135^\circ)$$

$$\therefore (\text{편각}) = 135^\circ$$

$$\textcircled{5} \quad \frac{z_1}{z_2} = \frac{i}{1+i} = \frac{i(1-i)}{2} = \frac{i+1}{2}$$

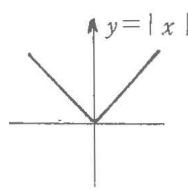
$$= \frac{\sqrt{2}}{2}(\cos 45^\circ + i \sin 45^\circ)$$

$$\therefore (\text{편각}) = 45^\circ$$

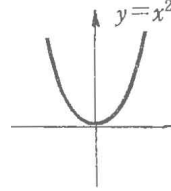
$$\text{따라서 편각이 가장 큰 것은 } z_1 - z_2$$

6) 정답 ④

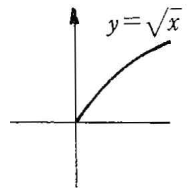
①



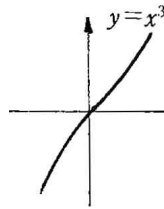
②



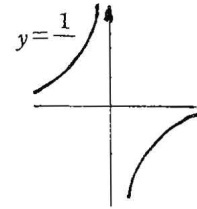
③



④



⑤



④번 그림 $y = x^3$ 과 임의의 직선과는 적어도 한 점에서 만난다.

7) 정답 ⑤

$$x^2 - mx + 2m + 1 = 0 \text{ 에 } x = 1 \text{ 을 대입하면}$$

$$1 - m + 2m + 1 = 0$$

$$\therefore m = -2$$

$$x^2 + 2x - 3 = 0 \Rightarrow (x+1)(x-1) = 0$$

$$\therefore x = -3, 1$$

$$\text{따라서 서로 다른 근은 } -3$$

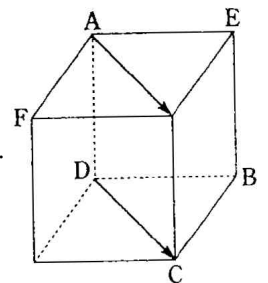
8) 정답 ②

정육면체의 꼭지점

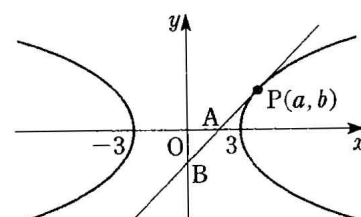
, B, C, D, E, F는

오른쪽 그림과 같으므로

벡터 $\vec{AB}$ 와 같은 것은 $\vec{DC}$ 이다.



9) 정답 ③



$$P(a, b) \text{에서의 접선의 방정식은 } \frac{ax}{9} - \frac{by}{16} = 1$$

$$\text{접선은 } A\left(\frac{9}{a}, 0\right), B\left(0, -\frac{16}{b}\right) \text{을 지나므로}$$

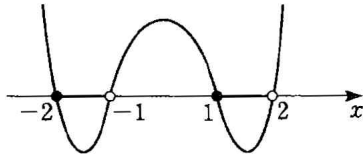
$$\triangle OAB \text{의 넓이 } S = \frac{1}{2} \times \frac{9}{a} \times \frac{16}{b} = \frac{72}{ab}$$

10) 정답 ④

$$[x]^2 + [x] - 2 = 0 \Leftrightarrow ([x] + 2)([x] - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow [x] = -2, [x] = 1$$

$$\Leftrightarrow -2 \leq x < -1, 1 \leq x < 2$$



$$-2 \leq x \leq -1, 1 \leq x \leq 2 \quad (\text{단, } x \neq -1, 2)$$

$$\Leftrightarrow (x+2)(x+1)(x-1)(x-2) \leq 0 \quad (\text{단, } x \neq -1, 2)$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x-1)(x+2)}{(x+1)(x-2)} \leq 0$$

11) 정답 ②

5명의 사격 결과는 다음과 같다.

A : 2, 2, 3, 4, 5, 5, 6, 7, 8, 9

B : 2, 3, 4, 4, 5, 5, 6, 6, 7, 8

C : 1, 1, 2, 4, 5, 5, 6, 8, 9, 9

D : 1, 2, 3, 4, 5, 5, 6, 7, 8, 9

E : 1, 2, 2, 4, 5, 5, 6, 8, 8, 9

$$\text{분산 } \sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - m)^2 = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^n (x_i - 5)^2$$

즉, 표준편차가 가장 작은 사람은 B이다.

12) 정답 ①

$$\frac{1+i}{1-i} = \frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)} = \frac{1+2i+(i)^2}{2} = i$$

$$\left(\frac{1+i}{1-i} \right)^{1998} = (i)^{1998} (i^4)^{499} i^2 = -1$$

13) 정답 ④

$2x+1=t$ 로 놓으면

$x=0$ 일 때 $t=1$, $x=1$ 일 때 $t=3$

$$2dx=dt, \quad dx=\frac{1}{2}dt$$

$$\int_0^1 f(2x+1)dx = \int_1^3 f(t) \cdot \frac{1}{2}dt = \frac{1}{2} \int_1^3 f(t)dt$$

$$= \frac{1}{2} \left(\int_1^2 f(t)dt + \int_2^3 f(t)dt \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\int_1^2 (2t-1)dt + \int_2^3 3dt \right)$$

$$= \frac{1}{2} [t^2 - t]_1^2 + [3t]_2^3 = \frac{1}{2}(2+3) = \frac{5}{2}$$

14) 정답 ④

I. 동전을 10회 던질 때, 앞면이 k 회 나타날 확률을 P_k 라 하면

$$P_4 = {}_{10}C_4 \left(\frac{1}{2} \right)^4 \left(\frac{1}{2} \right)^6 = {}_{10}C_4 \left(\frac{1}{2} \right)^{10}$$

$$P_6 = {}_{10}C_4 \left(\frac{1}{2} \right)^6 \left(\frac{1}{2} \right)^4 = {}_{10}C_4 \left(\frac{1}{2} \right)^{10}$$

그런데 ${}_{10}C_4 = {}_{10}C_6$ 이므로 $P_4 = P_6$ <참>

$$\text{II. } P_5 = {}_{10}C_5 \left(\frac{1}{2} \right)^5 \left(\frac{1}{2} \right)^5 = {}_{10}C_5 \left(\frac{1}{2} \right)^{10}$$

동전을 20회 던질 때, 앞면이 10회 나타날 확률을 Q_{10} 이라 하면

$$Q_4 = {}_{20}C_{10} \left(\frac{1}{2} \right)^{10} \left(\frac{1}{2} \right)^{10} = {}_{20}C_{10} \left(\frac{1}{2} \right)^{20}$$

$$\therefore P_5 \neq Q_{10} \quad \text{<거짓>}$$

$$\text{III. } P_0 + P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5$$

$$= {}_{10}C_0 \left(\frac{1}{2} \right)^{10} + {}_{10}C_1 \left(\frac{1}{2} \right)^{10} + {}_{10}C_2 \left(\frac{1}{2} \right)^{10} + {}_{10}C_3 \left(\frac{1}{2} \right)^{10}$$

$$+ {}_{10}C_4 \left(\frac{1}{2} \right)^{10} + {}_{10}C_5 \left(\frac{1}{2} \right)^{10}$$

$$= (1+10+45+120+210+252) \left(\frac{1}{2} \right)^{10} = \frac{638}{1024} > 0.5$$

<참>

15) 정답 ④

수열 $\{a_n\}$ 은 $a_{n+6} = a_n$ ($n=1, 2, 3, \dots$)에서
주기가 6인 수열을 이룬다.

$$\text{① } b_n = a_{2n+1}$$

$$\{b_n\} : a_3, a_5, a_7, a_9, a_{11}, a_{13}, \dots$$

$$\parallel \square \parallel \square \parallel \square \parallel \square \parallel \square \parallel \square$$

$$a_3, a_5, a_1, a_3, a_5, a_1, \dots$$

$$\text{② } b_n = a_{3n+1}$$

$$\{b_n\} : a_4, a_7, a_{10}, a_{13}, a_{16}, a_{19}, \dots$$

$$\parallel \square \parallel \square \parallel \square \parallel \square \parallel \square \parallel \square$$

$$a_4, a_1, a_4, a_1, a_4, a_1, \dots$$

$$\text{③ } b_n = a_{4n+1}$$

$$\{b_n\} : a_5, a_9, a_{13}, a_{17}, a_{21}, a_{25}, \dots$$

$$\parallel \square \parallel \square \parallel \square \parallel \square \parallel \square \parallel \square$$

$$a_5, a_3, a_1, a_5, a_3, a_1, \dots$$

$$\text{④ } b_n = a_{5n+1}$$

$$\{b_n\} : a_6, a_{11}, a_{16}, a_{21}, a_{26}, a_{31}, \dots$$

$$\parallel \square \parallel \square \parallel \square \parallel \square \parallel \square \parallel \square$$

$$a_6, a_5, a_4, a_3, a_2, a_1, \dots$$

$$\text{⑤ } b_n = a_{6n+1}$$

$$\{b_n\} : a_7, a_{13}, a_{19}, a_{25}, a_{31}, a_{37}, \dots$$

$$\parallel \square \parallel \square \parallel \square \parallel \square \parallel \square \parallel \square$$

$$a_1, a_1, a_1, a_1, a_1, a_1, \dots$$

수열 $\{b_n\}$ 중 n 의 값이 모두 나타나는 것은 ④이다.

<참고>에서 a_{5n+1} 의 계수 5는 6과 서로소이다.

16) 정답 ③

I. 10의 약수 : 1, 2, 5, 10

$$f(10) = 1+2+5+10 = 18 \quad \text{<참>}$$

II. $f(n) = n+1$ 이면 n 의 약수가 1, n 뿐이므로

n 은 소수이다. <참>

III. <반례>

$= n = 3$ 일 때,
 $f(3) = 4, f(9) = 1 + 3 + 9 = 13$
 $\therefore f(9) \neq f(3)f(3) < \text{거짓}>$

17) 정답 ⑤

$3m - n^2 = 1$ 을 만족하는 m, n 이 정수인 해는 없다.
 <증명> 귀류법을 쓰면 m, n 이 정수이고
 $3m^2 = n^2 + 1$ 이므로 $n^2 + 1$ 은 3의 배수이다. ①
 한편, 정수 n 이 어떤 정수 k 에 대하여
 $n = 3k$ 이면 $n^2 = (3k)^2 = 9k^2 = 3(3k^2)$
 $n = 3k + 1$ 이면
 $n^2 = (3k + 1)^2 = 9k^2 + 6k + 1 = 3(3k^2 + 2k) + 1$
 $n = 3k + 2$ 이면
 $n^2 = (3k + 2)^2 = 9k^2 + 12k + 4 = 3(3k^2 + 4k + 1) + 1$
 이므로 n^2 을 3으로 나눈 나머지는 0 또는 1이다.
 따라서, $n^2 + 1$ 을 3으로 나눈 나머지는 1 또는 2이다.
 ②

그러므로 ①, ②에 의하여 모순이다.
 따라서, $3m^2 - n^2 = 1$ 을 만족하는 m, n 이 모두 정수인
 해는 없다.

18) 정답 ①

i) $[\quad] = \text{유리수}$
 ii) 세 꼭지점의 좌표가 모두 유리수일 때 한 꼭지점이
 원점에 오도록 평행이동하면 다음 꼭지점의 좌표도
 모두 유리수가 된다.
 $\therefore [(나)] = \text{유리수}$

iii) 점 (c, d) 는 점 $A(a, b)$ 를 원점을 중심으로

$$60^\circ \text{ 만큼 회전이동한 점이므로}$$

$$\begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos 60^\circ & -\sin 60^\circ \\ \sin 60^\circ & \cos 60^\circ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} a - \sqrt{3}b \\ \sqrt{3}a + b \end{pmatrix}$$

$$\therefore c = \frac{1}{2}a - \frac{\sqrt{3}}{2}b, d = \frac{\sqrt{3}}{2}a + \frac{1}{2}b$$

$$c = \frac{1}{2}a - \frac{\sqrt{3}}{2}b \text{ 에서}$$

$b = 0$ 일 때 a 가 유리수이므로 c 는 유리수가 되고,

$b \neq 0$ 일 때 $\frac{\sqrt{3}}{2}b$ 는 무리수이고 $\frac{1}{2}a$ 는 유리수이므로
 c 는 무리수가 된다.

$$d = \frac{\sqrt{3}}{2}a + \frac{1}{2}b \text{ 에서}$$

$b = 0$ 이면 $d = \frac{\sqrt{3}}{2}a$ 이고 a 는 0이 아닌 유리수이므로
 d 는 무리수가 된다.

$\therefore [(다)] = \text{무리수}$

19) 정답 ③

$$\begin{aligned} \beta &= \int_p^q \log_b x \, dx = \frac{1}{\ln b} \int_p^q \ln x \, dx = \frac{1}{\ln b} [x \ln x - x]_p^q \\ &= \frac{1}{\ln b} (q \ln q - q - p \ln p + p) \\ \alpha &= \int_p^q \log_a x \, dx - \beta = \frac{1}{\ln b} \int_p^q \ln x \, dx - \beta \\ &= \frac{1}{\ln b} [x \ln x - x]_p^q - \beta \\ &= \frac{1}{\ln a} (q \ln q - q - p \ln p + p) - \frac{1}{\ln b} (q \ln q - q - p \ln p + p) \\ &= \left(\frac{1}{\ln a} - \frac{1}{\ln b} \right) (q \ln q - q - p \ln p + p) \\ \therefore \frac{\alpha}{\beta} &= \frac{\left(\frac{1}{\ln a} - \frac{1}{\ln b} \right)}{\frac{1}{\ln b}} = \frac{\ln b}{\ln a} - 1 = \log_a b - 1 \end{aligned}$$

20) 정답 ①

$$\begin{aligned} a_{n+1} &= a_{n+1} + a_n \Rightarrow a_n = a_{n+2} - a_{n+1} \text{에서} \\ \frac{a_n}{a_{n+1}a_{n+2}} &= \frac{a_{n+2} - a_{n+1}}{a_{n+1}a_{n+2}} = \frac{1}{a_{n+1}} - \frac{1}{a_{n+2}} \text{이므로} \\ \sum_{n=1}^n \frac{a_k}{a_{k+1}a_{k+2}} &= \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{a_{k+1}} - \frac{1}{a_{k+2}} \right) \\ &= \left(\frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_3} \right) + \left(\frac{1}{a_3} - \frac{1}{a_4} \right) + \left(\frac{1}{a_4} - \frac{1}{a_5} \right) + \dots \\ &\quad + \left(\frac{1}{a_{n+1}} - \frac{1}{a_{n+2}} \right) \\ &= \frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_{n+2}} = \frac{1}{2} - \frac{1}{a_{n+2}} \end{aligned}$$

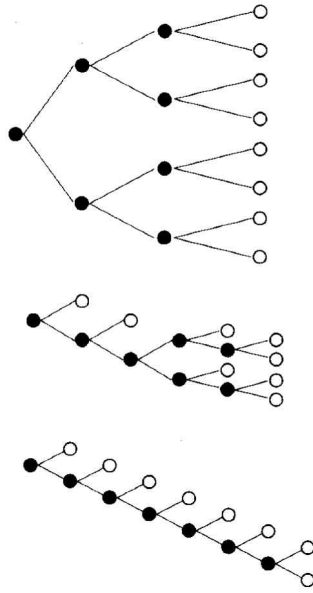
수열 $\{a_n\}$ 은 $a_{n+1} = a_{n+1} + a_n$ 을 만족하므로
 증가하는 수열이고

따라서 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{a_n} = 0$ 이다.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{a_{n+1}a_{n+2}} = \frac{1}{2}$$

21) 정답 ②

불안정한 핵 : ● 안정한 핵 : ○



위의 경우와 같이 개의 안정한 핵이 남기 위해서는 불안정한 핵이 7번의 분열을 해야 하므로 핵분열과정에서 생성되는 총 에너지는 $7 \times 100\text{MeV} = 700\text{MeV}$

22) 정답 ①

지난 달의 유색 생물의 수를 Y , 무색 생물의 수를

$$X \text{ 라 하면 } \frac{Y}{X+Y} \times 100 = 10$$

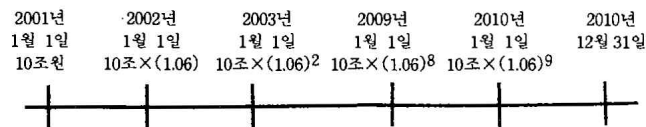
따라서, $\frac{Y}{X+Y} = \frac{1}{10}$ 에서 $X = 9Y$

한편, 이달의 유색 생물의 수는 $2X$, 무색 생물의 수는 $3Y$ 이므로

이번 달의 생물학적 지표는

$$\frac{3Y}{2X+3Y} \times 100 = \frac{3Y}{2 \cdot 9Y + 3Y} \times 100 = \frac{1}{7} \times 100 \approx 14.3\%$$

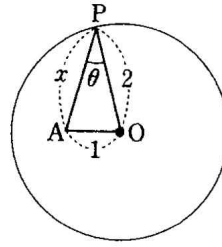
23) 정답 ③



적립된 금액의 원리합계는

$$\begin{aligned} & 10 \times (1.06)^0 + 10 \times (1.06)^1 + \dots \\ & + \{10 \times (1.06)^2\} \times (1.06)^8 + \dots \\ & + \{10 \times (1.06)^{10}\} \times (1.06)^1 \\ & = \{10 \times (1.06)^{10}\} \times 10 \\ & = 10 \times 1.8 \times 10 = 180 \text{ (조원)} \end{aligned}$$

24) 정답 ②



$\triangle APO$ 에서 사인법칙을 쓰면

$$\frac{2}{\sin A} = \frac{1}{\sin \theta} \quad \therefore \sin \theta = \frac{\sin A}{2}$$

따라서, $\sin A = 1$ 일 때 $\sin \theta$ 는 최대값 $\frac{1}{2}$ 을 가진다.

$$\text{그러므로 최대값} = 20 \cdot \frac{1}{2} = 10$$

[별해]

$AP = x(\text{km})$ 라 하면 $\triangle AOP$ 에서

$$\cos \theta = \frac{2^2 + x^2 - 1^2}{2 \cdot 2x} = \frac{x}{4} + \frac{3}{4x} \geq 2 \quad \frac{x}{4} \cdot \frac{3}{4x} = \frac{3}{2}$$

θ 가 예각이므로 $\theta \leq \frac{\pi}{6}$

$$\therefore 20 \sin \theta \leq 20 \sin \frac{\pi}{6} = 10$$

따라서, 구하는 최대값은 $10(\text{m/s})$

25) 정답 22

$$A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 6 & 11 \end{pmatrix}$$

$$\therefore 2 + 3 + 6 + 11 = 22$$

26) 정답 13

$\triangle ABC$ 에서 제이코사인 법칙에 따라

$$\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc \cos A = 8^2 + 7^2 - 2 \times 8 \times 7 \times \cos 120^\circ \\ &= 64 + 49 - 2 \times 56 \times -\frac{1}{2} = 169 \end{aligned}$$

$$\therefore a = 13$$

27) 정답 36

구 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ 위의 점 $\left(\frac{4}{5}, \frac{3}{5}, 0\right)$ 에서

구에 접하는 평면 α 의 방정식은 $\frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y = 1$

$$\therefore 4x + 3y = 5$$

점 $\left(0, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$ 에서 구에 접하는 평면의 방정식은

$$\frac{3}{5}y + \frac{4}{5}z = 1 \quad \therefore 3y + 4z = 5$$

평면 α, β 의 법선벡터를 각각 $\vec{a}, \vec{b}$ 라 하면

$$\vec{a} = (4, 3, 0), \vec{b} = (0, 3, 4)$$

평면 α 와 평면 β 가 이루는 각을 θ 라 하면

$$\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{4 \cdot 0 + 3 \cdot 3 + 0 \cdot 4}{4 + 3^2 \sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{9}{5 \times 5} = \frac{9}{25}$$

' = $S \cos \theta$ 에서 $S = 100$, $\cos \theta = \frac{9}{25}$ 이므로

$$S' = 100 \times \frac{9}{25} = 36$$

따라서, 구하는 정사영의 넓이는 36이다.

28) 정답 16

i) 한 섬에 다리를 1개 또는 2개를 건설하는 경우는

$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$,

$A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow B$,

...

$D \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$,

$B \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow A$, ...

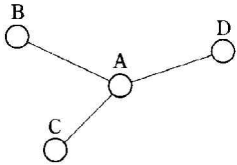
$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ (지)

$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$ 와 $D \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$,

$A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow B$ 와 $B \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow A$ 와 같은 것이

2가지씩 있으므로 $\frac{24}{2} = 12$ (가지)

ii) 아래의 그림과 같이 한 섬에 세 개의 다리를 건설하는 경우는 4가지이다.



$\therefore 12 + 4 = 16$ (가지)

29) 정답 13

$(-\infty, \infty)$ 에서 미분가능하려면 $x = 0, 1$ 에서 연속이고 미분가능이어야 한다.

함수 $y = ax^3 + bx^2 + cx + 1$ 는 점 $(0, 6)$ 을 지나므로 $x = 0$ 에서 연속이다.

$x = 1$ 에서 연속이려면 $0 = a + b + c + 1$

$\therefore a + b + c = -1$

$$y' = 3ax^2 + 2bx + c$$

i) $x = 0$ 에서 미분가능하려면 $0 = c$

ii) $x = 1$ 에서 미분가능하려면 $3a + 2b + c = 0$

$$\therefore \begin{cases} a + b = -1 \\ 3a + 2b = 0 \end{cases}$$

$\therefore a = 2, b = -3$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 13$$

따라서 $a^2 + b^2 = 13$

30) 정답 53.33

$$x_{n+1} = \frac{x_n + x_{n+1}}{2}, \quad x_{n+1} = \frac{1}{2}x_{n+1} + \frac{1}{2}x_n$$

$x_{n+2} - \alpha x_n = \beta(x_{n+1} - \alpha x_n)$ 에서

$$x_{n+2} - x_{n+1} = -\frac{1}{2}(x_{n+1} - x_n)$$

$$x_n = x_1 + \sum_{k=1}^n 80 - \left(\frac{1}{2}\right)^{k-1} = 0 + 80 \frac{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}}{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)}$$

$$= \frac{160}{3} \left\{ 1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1} \right\}$$

$$\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \frac{160}{3} \approx 53.33$$