

년도	1996 11월 13일
대상	고3 자연계 A형

1. $125 - 75^2) \div \{5 + (30 - 50) \div (-4)\}$ 의 값은?

[2점][1997학년도 수능]

- ① 75 ② 125 ③ 900
④ 1000 ⑤ 1225

2. $\alpha = -2 + i$, $\beta = 1 - 2i$ 일 때,

$\alpha\alpha + \bar{\alpha}\beta + \alpha\beta + \beta\bar{\beta}$ 의 값은?

(단, $\bar{\alpha}$, $\bar{\beta}$ 는 α , β 의 켈레복소수이고, $i = \sqrt{-1}$ 이다.)

[2점][1997학년도 수능]

- ① 1 ② 2 ③ 4
④ 10 ⑤ 20

3. 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 가 이루는 각이 60° 이다. $\vec{b}$ 의 크기는 1이고, $\vec{a} - 3\vec{b}$ 의 크기가 $\sqrt{13}$ 일 때, $\vec{a}$ 의 크기는?

[2점][1997학년도 수능]

- ① 1 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 7

4. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin(3x^3 + 5x^2 + 4x)}{2x^3 + 2x^2 + x}$ 의 값은?

[3점][1997학년도 수능]

- ① 4 ② 3 ③ $\frac{3}{2}$
④ 1 ⑤ $\frac{\sin 3}{2}$

5. 전체집합 U 의 두 부분집합 A , B 에 대하여

$$A * B = (A \cap B) \cup (A \cup B)^c$$

라고 정의할 때, 항상 성립한다고 할 수 없는 것은?

(단, $U = \phi$)

[2점][1997학년도 수능]

- ① $A * U = U$ ② $A * B = B * A$
③ $A * \phi = A^c$ ④ $A * B = A^c * B^c$
⑤ $A * A^c = \phi$

6. 어떤 일차변환은 점 $P(2, 0)$ 을 점 $Q\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

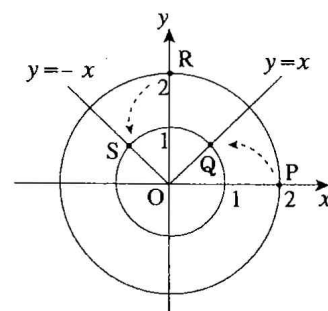
로, 점 $R(0, 2)$ 를 점 $S\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ 로 옮긴다.

이 일차변환을 나타내는 행렬을 A 라고 하자.

$A^4 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ 일 때, $\frac{a + bi}{1 + i}$ 의 값은?

(단, $i = \sqrt{-1}$)

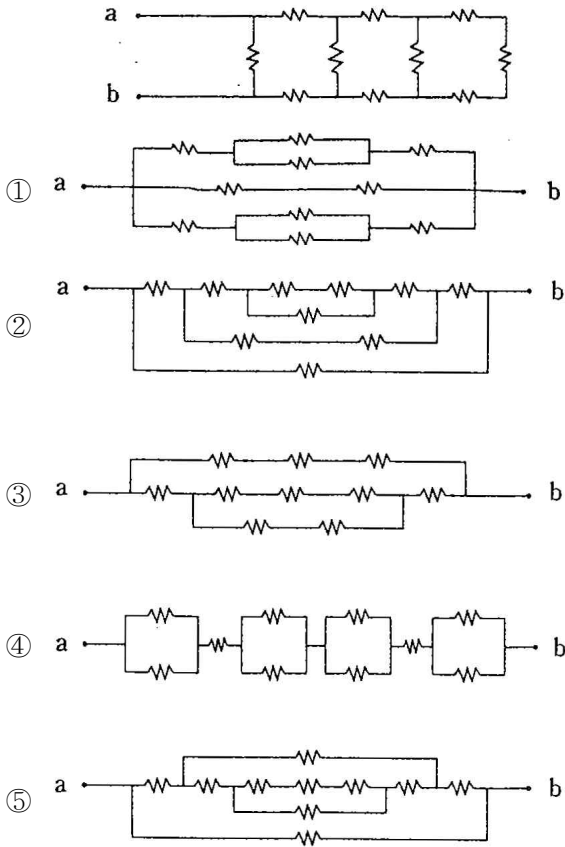
[2점][1997학년도 수능]



- ① $-\frac{1}{16}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{8}$ ③ $\frac{1}{16}i$
④ $\frac{\sqrt{2} + i}{8}$ ⑤ $\frac{-1 + \sqrt{2}}{16}$

7. 다음 그림은 동일한 저항($\text{---}\text{---}\text{---}$) 0개가 연결된 회로이다. 이 회로와 연결 상태가 같은 것은?

[2점][1997학년도 수능]

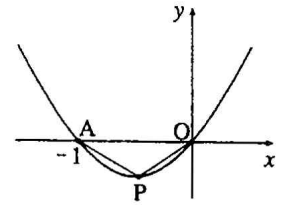


8. 어느 청량 음료 회사의 연간 청량 음료 판매량은 그 해 여름의 평균 기온에 크게 좌우된다. 과거 자료에 따르면, 한 해의 판매 목표액을 달성할 확률은 그 해 여름의 평균 기온이 예년보다 높을 경우에 0.8, 예년과 비슷할 경우에 0.6, 예년보다 낮을 경우에 0.3이다. 일기 예보에 따르면, 내년 여름의 평균 기온이 예년보다 높을 확률이 0.4, 예년과 비슷할 확률이 0.5, 예년보다 낮을 확률이 0.1이라고 한다. 이 회사가 내년에 목표액을 달성할 확률은?

[2점][1997학년도 수능]

- ① 0.55 ② 0.60 ③ 0.65
④ 0.70 ⑤ 0.75

9. 포물선 $y = x(x+1)$ 위에 점 A(-1, 0)이 있다. 점 P가 점 A에서 포물선을 따라 원점 O로 한없이 가까이 갈 때, $\angle APO$ 의 크기의 극한값은?



[3점][1997학년도 수능]

- ① 90° ② 120° ③ 135°
④ 150° ⑤ 180°

10. 다항식 (x) 가 다음 항등식을 만족한다.

$$P(P(x)+x) = (P(x)+x) - (P(x)+x)+1$$

이 때 미분계수 $P'(0)$ 의 값은?

[3점][1997학년도 수능]

- ① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

11. 모든 실수 x 에 대하여 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족한다.

$$f(1-x) = 1-f(x)$$

다음 중 항상 성립한다고 할 수 없는 것은?

[3점][1997학년도 수능]

- ① $f(0)+f(1)=1$ ② $f'(0)=f'(1)$
③ $\int_0^1 f(x) dx = \frac{1}{2}$ ④ $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$
⑤ $f(0)=0$

12. 연속확률변수 X 가 평균

m , 표준편차 σ 인 정규분포를 따를 때, X 의 확률밀도함수는

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-m)^2}$$

$(-\infty < x < \infty)$ 이다.

오른쪽 표준정규분포표를 이용

$$\int_4^{6.6} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}x^2} dx$$

의 근사값을 구하면?

$(0 < Z \leq z)$	
0.1	0.0398
0.2	0.0793
0.3	0.1179
0.4	0.1554
0.5	0.1915
0.6	0.2257
0.7	0.2580
0.8	0.2881
0.9	0.3159
1.0	0.3413

[2점][1997학년도 수능]

- ① 0.1199 ② 0.3864 ③ 0.6826
④ 0.9505 ⑤ 1.9184

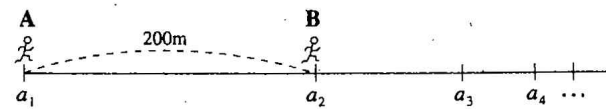
13. 다음 그림과 같이 A와 B가 직선 위를 따라 같은

방향으로 움직인다. B는 A보다 200m앞에서 A와 동시에 출발한다. A의 출발점을 a_1 , B의 출발점을 a_2 , A가 a_2 에 도달했을 때 B의 위치를 a_3 , A가 a_3 에 도달했을 때 B의 위치를 a_4 라고 하자.

이와 같은 방법을 계속하여 점 a_n ($n = 1, 2, 3, \dots$)을 정한다.

A의 속도가 B의 속도의 2배이면, A와 B 사이의 거리가 1m 이내가 되기 시작할 때 A의 위치는?

[3점][1997학년도 수능]



- ① a_4 와 a_5 사이 ② a_6 와 a_7 사이
③ a_8 와 a_9 사이 ④ a_{10} 와 a_{11} 사이
⑤ a_{12} 와 a_{13} 사이

14. 모든 실수에 대하여 정의된 함수 $f(x)$ 는

$f(x) = x^2$ ($-1 \leq x \leq 1$)과 $f(x+2) = f(x)$ 를 만족하는 주기함수이다. 좌표평면 위에서 각 자연수 n 에 대하여

직선 $y = \frac{1}{2n}x + \frac{1}{4n}$ 과 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와

의 교점의 개수를 a_n 이라고 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n}$ 의 값은?

[2점][1997학년도 수능]

- ① 0 ② 1 ③ 2
④ 3 ⑤ 4

15. 포물선 $y = (x-a)^2 + b$ 위의 두 점

$P(s+a, s^2+b)$ 와 $Q(t+a, t^2+b)$ 에서 각각 그은 이 포물선의 접선은 서로 수직이다. 이 두 접선과 위 포물선으로 둘러싸인 도형의 면적을 A 라고 하자.

다음 <보기> 중 옳은 것을 모두 고르면?

(단, $s < 0 < t$)

[2점][1997학년도 수능]

[보 기]

- ㄱ. s 가 증가하면 t 도 증가한다.
ㄴ. a 가 증가하면 면적 A 도 증가한다.
ㄷ. b 가 변하면 면적 A 도 변한다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

16. '12진법 모임'의 회원들은 자연수를 다음 표와 같이 대응하여 적는다고 한다.

0진법	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	...
12진법	1	2	3	4	5	6	7	8	9	x	y	10	11	...

12진법 덧셈의 예를 들면, $1+9=x$, $x+y=19$ 이다.
12진법의 두 수 xxx 와 yyy 의 합 $xxx+yyy$ 의 값을 12진법으로 표기한 것은?

[3점][1997학년도 수능]

- ① 1779 ② 2331 ③ $1xx9$
④ $1yy9$ ⑤ $1yyx$

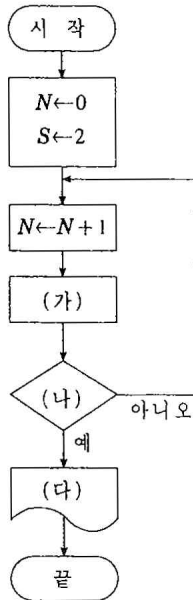
17. 오른쪽 순서도는 부등식

$2^{N+1} < 9N^4$ 이 성립하지 않는 가장 작은 자연수 n 을 찾기 위하여 작성하였다.

오른쪽 순서도에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것을 순서대로 적은 것은?

[2점][1997학년도 수능]

- ① $2^{N+1} < 9N^4$, $S \geq 9N^4$,
 $N+1$ 을 인쇄
② $2^{N+1} < 9N^4$, $S < 9N^4$,
 N 을 인쇄
③ $2^{N+1} < 9N^4$, $S < 9N^4$,
 $N+1$ 을 인쇄
④ $2^{N+1} < 9N^4$, $S \geq 9N^4$,
 N 을 인쇄
⑤ $2^{N+1} < 9N^4$, $S \geq 9N^4$,
 $N+1$ 을 인쇄



18. 다음은 명제 「 $x^2 + y^2 + z^2 = 1111$ 을 만족하는

□에 대한 증명에서 중간 부분을 적은 것이다.

[증명]

...(생략)...

정수 x, y, z 를 각각 8로 나누면 나머지가 각각 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 중 하나이다.

따라서 x^2, y^2, z^2 을 각각 8로 나누면 나머지가 0, 1, 4 중 하나이다.

그러므로 $x^2 + y^2 + z^2$ 을 8로 나누었을 때 나머지는 각각 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 중 하나이다.

그런데, 1111을 8로 나누면 나머지는 7이다.

...(생략)...

다음 중 위의 □에 알맞은 것은?

[2점][1997학년도 수능]

- ① x, y, z 중 적어도 하나는 정수이다.
② x, y, z 중 어느 것도 정수가 아니다.
③ x, y, z 가 모두 정수인 해가 적어도 하나 있다.
④ x, y, z 가 모두 정수인 해가 오직 하나 있다.
⑤ x, y, z 가 모두 정수인 해는 없다.

19. 오른쪽 그림에서 사각형

ABCD는 원에 내접하고 두 대각선 AC와 BD는 점 P에서 만나며 서로 수직이다.

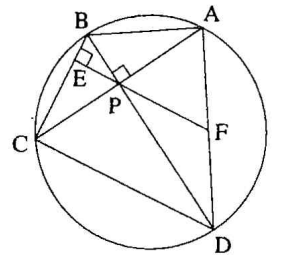
또, 점 P에서 변 BC에 내린 수선의 발을 E라 하고,

직선 PE와 변 AD가 만나는 점을 F라고 하자.

다음 중 여기에서 증명될 수 없는 것은?

[3점][1997학년도 수능]

- ① $\angle CBP = \angle PAD$ ② $\angle APF = \angle PAF$
③ $\angle FPD = \angle FDP$ ④ $AF = \overline{FD}$
⑤ $AP = \overline{AF}$



20. 구 $x-1) + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 1$ 위의 점에서
평면 $x+y+z=10$ 에 이르는 거리의 최소값은?
[3점][1997학년도 수능]

- ① $\frac{3}{3}$ ② $\frac{4\sqrt{3}-3}{3}$ ③ $\frac{3\sqrt{3}+2}{3}$
④ $\frac{2\sqrt{3}+5}{3}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{3}+5}{3}$

21. 2525년 여름쯤 2526년 1월의 계획을 세우려고
하는데, 그 해(2525년) 1월부터 12월까지의 달력은 있
으나 새해(2526년) 1월의 달력이 없다.
이 때, 2526년 1월의 달력과 요일 및 날짜가 같게 구성
된 달을 2525년 달력 중에서 찾으면?

[3점][1997학년도 수능]

- ① 3월 ② 5월 ③ 7월
④ 8월 ⑤ 없다.

22. 어떤 원자의 전자들은 에너지의 증감에 따라 세
가지 상태 a, b, c 로 바뀐다. 이 때, 다음 규칙이 적용
된다고 하자.

규칙 1 : 에너지가 증가하면 b 상태의 전자는
 c 상태로 올라가고, a 상태의 전자 중
일부는 b 상태로, 나머지는 c 상태로 올라
간다.

규칙 2 : 에너지가 감소하면 b 상태의 전자는
 a 상태로 내려가고, c 상태의 전자 중
일부는 b 상태로, 나머지는 a 상태로
내려간다.

<단계 1>에서 전자는 a 상태에 있다.

에너지가 증가하여 <단계 2>가 되면 이 전자는 b 상태
또는 c 상태가 된다. 이 때, 이 전자가 취할 수 있는
변화의 경로는 $a \rightarrow b$ 와 $a \rightarrow c$ 의 2가지이다.

다시 에너지가 감소하여 <단계 3>이 되면, 이때까지
의 가능한 변화 경로는 $a \rightarrow b \rightarrow a$, $a \rightarrow c \rightarrow b$,
 $a \rightarrow c \rightarrow a$ 의 3가지이다.

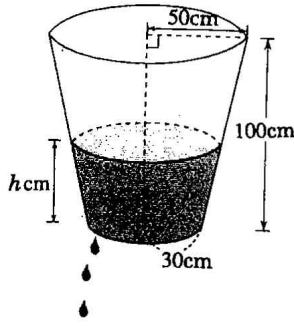
이와 같이 에너지의 증가와 감소가 교대로 계속될 때,
<단계 1>부터 <단계 7>까지 이 전자의 가능한 변화
경로의 수는?

[3점][1997학년도 수능]

- ① 18 ② 19 ③ 20
④ 21 ⑤ 22

23. 그림과 같이 높이가

100cm이고 윗면은 반지름이 50cm, 아랫면은 반지름이 30cm인 원으로 된 원뿔대 모양의 물통에 물이 가득 차 있었다. 이 물통의 바닥에 구멍이 나서 바닥에서부터 수면까지의 높이가 h cm 일 때 매초 $4h$ cm의 양으로 물이 새어 나가고 있다. $h=50$ 일 때 높이의 순간 변화율은? (단위는 cm/sec)

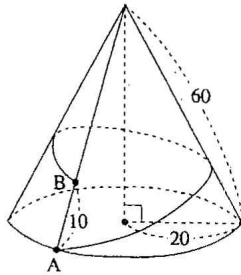


[4점][1997학년도 수능]

- ① $-\frac{20\sqrt{2}}{\pi} \times 10^{-2}$ ② $-\frac{5\sqrt{2}}{\pi} \times 10^{-2}$
 ③ $-\frac{20\sqrt{2}}{9\pi} \times 10^{-2}$ ④ $-\frac{5\sqrt{2}}{4\pi} \times 10^{-2}$
 ⑤ $-\frac{4\sqrt{2}}{5\pi} \times 10^{-2}$

24. 오른쪽 그림과 같은 직원뿔

모양의 산이 있다. A 지점을 출발하여 산을 한 바퀴 돌아 B 지점으로 가는 관광 열차의 궤도를 최단 거리로 놓으면, 이 궤도는 처음에는 오르막길이지만 나중에는 내리막길이 된다. 이 내리막길의 길이는?



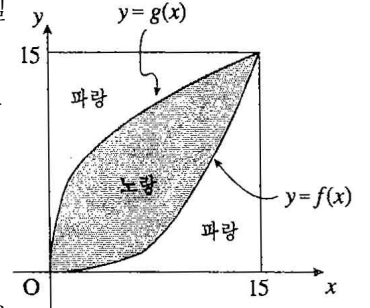
[4점][1997학년도 수능]

- ① $\frac{200}{\sqrt{19}}$ ② $\frac{300}{\sqrt{30}}$ ③ $\frac{300}{\sqrt{91}}$
 ④ $\frac{400}{\sqrt{91}}$ ⑤ $\frac{300}{\sqrt{91}}$

주관식 문항 (25 ~ 30)

25. 정사각형 모양의 타일

이 좌표평면에 오른쪽 그림과 같이 가로, 세로가 각각 x 축, y 축과 일치되게 놓여 있다. 이 타일에 $y=f(x)$ 와 $y=g(x)$ 의 그래프를 경계로 하여 파랑색과 노랑색을 칠하려고 한다. 파랑색과 노랑색이 칠해지는 부분의 넓이의 비가 2 : 3일 때, $\int_0^{15} f(x) dx$ 의 값을 구하여라. (단, 함수 $g(x)$ 는 함수 $f(x)$ 의 역함수이다.)



[2점][1997학년도 수능]

26. 함수 $f(x) = \begin{cases} 71 - \frac{19}{15}x & (x < 12) \\ 1 - 2\log_3(x - 9) & (x \geq 12) \end{cases}$ 의

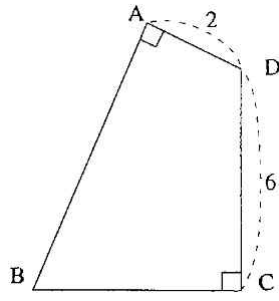
역함수를 $g(x)$ 라고 할 때, $(g \circ g \circ g \circ g \circ g)(x) = -3$ 을 만족하는 x 의 값을 구하여라. (단, $(g \circ g)(x) = g\{g(x)\}$ 이다.)

[3점][1997학년도 수능]

27. 오른쪽 그림에서

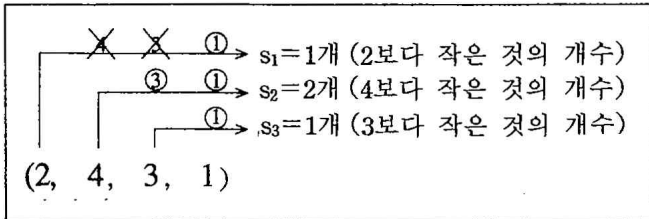
ABCD의 각 변의 길이는 정수이고 $AD = 2$, $CD = 6$, $\angle A = \angle C = 90^\circ$ 이다. 이 사각형 둘레의 최대 길이를 구하라.

[3점][1997학년도 수능]



28. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 의 네 원소를 배열하여

만든 순열 (a_1, a_2, a_3, a_4) 에 대하여 각 숫자 a_k 의 오른쪽에 있는 수 중에서 a_k 보다 작은 것들의 개수를 s_k ($k=1, 2, 3$)이라고 하고, 이들의 합 $s_1 + s_2 + s_3$ 을 $|a_1, a_2, a_3, a_4|$ 로 나타내자.



예를 들면 $|(2, 4, 3, 1)| = s_1 + s_2 + s_3 = 1 + 2 + 1 = 4$ 이다. 집합 A 에 대한 24개의 모든 순열 (i_1, i_2, i_3, i_4) 마다 각각 정해지는 $|(i_1, i_2, i_3, i_4)|$ 의 총합을 구하라.

[4점][1997학년도 수능]

29. 두 방정식 $P(x) = 0$, $Q(x) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 각각 7개, 9개이고, 집합 $A = \{(x, y) | P(x)Q(y) = 0 \text{ 이고 } Q(x)P(y) = 0, x \text{와 } y \text{는 실수}\}$

는 무한집합이다. 집합 A 의 부분집합

$B = \{(x, y) | (x, y) \in A \text{ 이고 } x = y\}$ 의 원소의 개수를 $n(B)$ 라고 하면 이것은 $P(x)$, $Q(x)$ 에 따라 변한다. $n(B)$ 의 최대값을 구하라.

[4점][1997학년도 수능]

30. $\log_{10} 275$ 의 값을 $\log_{10} 2 = 0.301$, $\log_{10} 11 = 1.041$

로 계산한 다음, 소수 셋째 자리에서 반올림하여 소수 둘째 자리까지 구하여라.

[2점][1997학년도 수능]

정답과 해설

1) 정답 ④

$$25 - 75^2 = (125 + 75)(125 - 75) = 200 \times 50 = 10000$$

$$5 + (30 - 50) \div (-4) = 10$$

$$\text{주어진 식} = 10000 \div 10 = 1000$$

2) 정답 ②

$$\alpha\alpha + \bar{\alpha}\beta + \alpha\beta + \beta\bar{\beta}$$

$$= \alpha(\bar{\alpha} + \bar{\beta}) + \beta(\bar{\alpha} + \bar{\beta}) = (\alpha + \beta)(\alpha + \beta)$$

$$= (\alpha + \beta)(\bar{\alpha} + \bar{\beta}) = (-1 - i)(-1 + i) = 2$$

3) 정답 ③

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos 60^\circ = |\vec{a}| \cdot \frac{1}{2}$$

$$\vec{a} - 3\vec{b} = 13 \Rightarrow |\vec{a} - 3\vec{b}|^2 = 13$$

$$(\vec{a} - 3\vec{b})(\vec{a} - 3\vec{b}) = 13 \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{a} - 6\vec{a} \cdot \vec{b} + 9\vec{b} \cdot \vec{b} = 13$$

$$\Rightarrow |\vec{a}|^2 - 3|\vec{a}| + 9 = 0 \Rightarrow |\vec{a}|^2 - 3|\vec{a}| - 4 = 0$$

$$\Rightarrow (|\vec{a}| - 4)(|\vec{a}| + 1) = 0$$

$$\therefore |\vec{a}| = 4$$

4) 정답 ①

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3x^3 + 5x^2 + 4x)}{3x^3 + 5x^2 + 4x} \times \frac{3x^3 + 5x^2 + 4x}{2x^3 + 2x^2 + x}$$

$$= 1 \times \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 + 5x + 4}{2x^2 + 2x + 1} = 4$$

5) 정답 ①

$$\textcircled{1} \quad *U = (A \cap U) \cup (A \cup U)^c = A \cup \phi = A$$

$$\textcircled{2} \quad B^*A = (B \cap A) \cup (B \cup A)^c \text{이므로 } A^*B = B^*A$$

$$\textcircled{3} \quad A^*\phi = (A \cap \phi) \cup (A \cup \phi)^c = \phi \cup A^c = A^c$$

$$\textcircled{4} \quad A^c * B^c = (A^c \cap B^c) \cup (A^c \cup B^c)^c$$

$$= (A \cup B)^c \cup (A \cap B) = A^*B$$

$$\textcircled{5} \quad A^*A^c = (A \cap A^c) \cup (A \cup A^c)^c = \phi \cup U^c = \phi$$

6) 정답 ①

주어진 일차변환은 원점을 중심으로 45° 회전 이동한 다음, 원점을 중심으로 $\frac{1}{2}$ 배로 축소하는 일차변환이다.

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos 45^\circ & -\sin 45^\circ \\ \sin 45^\circ & \cos 45^\circ \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \cos 45^\circ & -\sin 45^\circ \\ \sin 45^\circ & \cos 45^\circ \end{pmatrix}$$

$$A^4 = \left(\frac{1}{2}\right)^4 \begin{pmatrix} \cos 180^\circ & -\sin 180^\circ \\ \sin 180^\circ & \cos 180^\circ \end{pmatrix} = \frac{1}{16} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

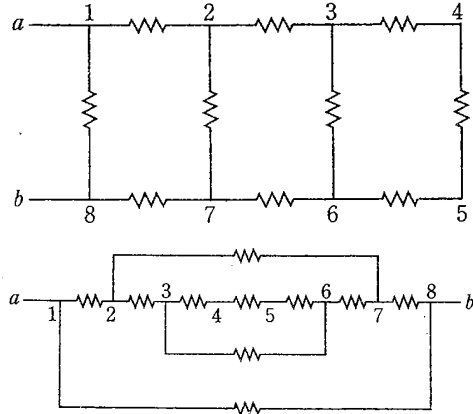
$$\therefore A^4 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{16} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{16} \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

$$\therefore a = -\frac{1}{16}, b = -\frac{1}{16}$$

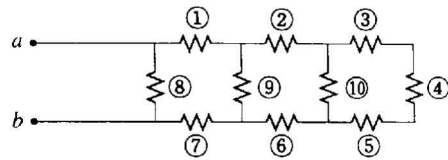
$$\therefore \frac{a+bi}{1+i} = -\frac{1}{16} \times \frac{1+i}{1+i} = -\frac{1}{16}$$

7) 정답 ⑤

주어진 회로를 일렬로 펼친 것을 찾으면 된다.



[별해]

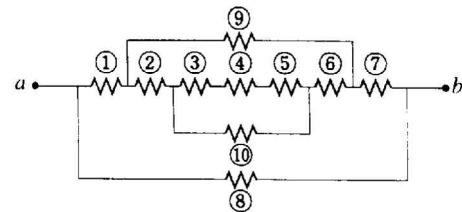


우선 ⑧, ⑨, ⑩이 없다고 가정하고 회로를 구성하면



여기서 위 그림을 보면

⑧은 a와 ① 사이의 점과 b와 ⑦ 사이의 점을
 ⑨은 ①과 ② 사이의 점과 ⑦과 ⑥ 사이의 점을
 ⑩은 ②와 ③ 사이의 점과 ⑥과 ⑤ 사이의 점을 이으면 된다.



따라서 연결상태가 같은 회로는 ⑤이다.

8) 정답 ③

이 회사가 각 경우에 내년에 판매 목표액을 달성할 확률은

i) 내년 여름의 평균 기온이 예년보다 높을 때

$$p_1 = 0.4 \times 0.8 = 0.32$$

ii) 내년 여름의 평균 기온이 예년과 비슷할 때

$$= 0.5 \times 0.6 = 0.3$$

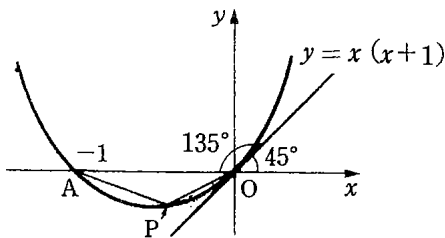
iii) 내년 여름의 평균 기온이 예년보다 낮을 때

$$p_3 = 0.1 \times 0.3 = 0.03$$

i), ii), iii)에서 이 회사가 내년에 판매 목표액을 달성할 확률은

$$p = p_1 + p_2 + p_3 = 0.32 + 0.3 + 0.03 = 0.65$$

9) 정답 ③



점 O에서의 접선의 기울기는 $y'_{x=0} = 1$ 이므로
접선이 x축의 양의 방향과 이루는 각은 45° 이다.
그러므로 점 P가 A에서 O로 가까이 갈 때
 $\angle APO$ 의 극한값은 135° 이다.

[별해]

점 P의 좌표를 $P(a, a^2 + a)$, $\angle APO = \theta$ 라 하면

$$AP = (a+1)^2 + (a^2 + a)^2 = (a+1)\sqrt{1+a^2}$$

$$OP = \sqrt{a^2 + (a^2 + a)^2} = -a\sqrt{2+2a+a^2}$$

(단, $-1 < a < 0$)

$$\therefore \cos \theta = \frac{(a+1)^2(1+a^2) + a^2(2+2a+a^2) - 1}{2(a+1)\sqrt{1+a^2}(-a)\sqrt{2+2a+a^2}}$$

$$= \frac{2a(a^3 + 2a^2 + 3a + 1)}{-2a(a+1)\sqrt{1+a^2}\sqrt{2+2a+a^2}}$$

이고 $P \rightarrow 0$ 일 때 $a \rightarrow 0$

$$\lim_{a \rightarrow 0} \cos \theta = -\frac{1}{2} \text{ 에서 } \theta = 135^\circ$$

10) 정답 ②

$$t = P(x) + x \text{ 라 하면 } P(t) = t^2 + t + 1$$

$$\therefore P'(t) = 2t - 1 \text{ 에서 } P'(0) = -1$$

11) 정답 ⑤

$$f(1-x) = 1 - f(x) \dots\dots$$

x에 대하여 미분하면

$$f'(1-x) = -f'(x) \dots\dots \textcircled{A}$$

$$\textcircled{1} \ x=0 \text{ 을 } \textcircled{A} \text{ 에 대입하면 } f(0) + f'(1) = 1$$

$$\textcircled{2} \ x=1 \text{ 을 } \textcircled{A} \text{ 에 대입하면 } f'(0) + f'(1) = 0$$

$$\textcircled{4} \ x = \frac{1}{2} \text{ 을 } \textcircled{A} \text{ 에 대입하면 } f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$$

③ ①의 양변을 정적분하면

$$\int_0^1 f(1-x) dx = \int_0^1 1 dx - \int_0^1 f(x) dx$$

$$\int_0^1 f(1-x) dx = \int_0^1 f(x) dx \text{ 이므로}$$

$$\therefore \int_0^1 f(x) dx = \frac{1}{2}$$

[참고]

$$\int_0^1 f(1-x) dx \text{ 에서}$$

$1-x=t$ 로 치환하고 t 에 관하여 미분하면 $-dx=dt$

$$\therefore \int_0^1 f(1-x) dx = \int_1^0 f(t) (-dt)$$

$$= \int_0^1 f(t) dt = \int_0^1 f(x) dx$$

[별해]

주어진 함수는 점 $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ 에 대하여 대칭인 연속함수이다.

$$\textcircled{1} \ x=0 \text{ 을 대입하면 } f(1-0) = 1 - f(0)$$

$$\therefore f(1) + f(0) = 1$$

$$\textcircled{2} \ -f'(1-x) = -f'(x), f'(1-0) = -f'(0)$$

$$\therefore f'(1) = f'(0)$$

그림 없음

③ 위의 그림에서

$$\int_0^1 f(x) dx = (f(0) + f(1)) \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\textcircled{4} \ f\left(1 - \frac{1}{2}\right) = 1 - f\left(\frac{1}{2}\right) \Rightarrow 2f\left(\frac{1}{2}\right) = 1$$

$$\therefore f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$$

⑤ 위의 그림에서 $f(0) = 0$ 이라고 반드시 말할 수는 없다.

12) 정답 ⑤

평균이 5, 표준편차가 2인 정규분포를 따르는 연속확률변수 X 의 확률밀도함수는

$$f(x) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-5)^2}{8}}$$

$$\int_4^{6.6} \frac{2}{\pi} e^{-\frac{(x-5)^2}{8}} dx = \int_4^{6.6} f(x) dx$$

$$= 4P(4 \leq X \leq 6.6)$$

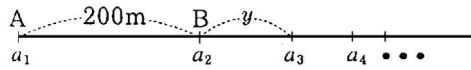
$$= 4P(-0.5 \leq Z \leq 0.8)$$

$$= 4\{P(0 \leq Z \leq 0.5) + P(0 \leq Z \leq 0.8)\}$$

$$= 4(0.1915 + 0.2881) = 1.9184$$

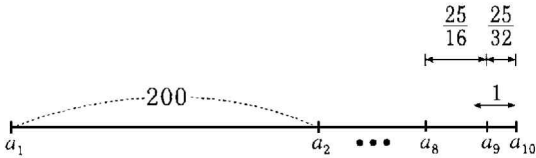
13) 정답 ③

B 의 속도를 x 라 하면 A 의 속도는 $2x$



에서 a_3 까지의 거리를 y 라 하면 $\frac{y}{x} = \frac{200}{2x}$
 $\therefore y = 100$

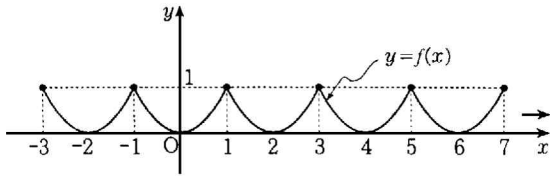
수열 $\{a_n\}$ 은 200, 100, 50, 25, ..., P_n , ...
 $P_n = 200 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$



따라서, A 의 위치는 a_8 과 a_9 사이이다.

14) 정답 ③

모든 실수 x 에 대하여 $f(x+2) = f(x)$ 이므로
 함수 $y = f(x)$ 는 주기가 2인 함수이다.
 따라서, $f(x)$ 의 그래프는 아래 그림과 같다.



직선 $y = \frac{1}{2n}x + \frac{1}{4n}$ 과 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와의
 교점의 개수는 a_n

$n = 1$ 일 때, $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}$ 이므로 $a_1 = 3$

$n = 2$ 일 때, $y = \frac{1}{4}x + \frac{1}{8}$ 이므로 $a_2 = 5$

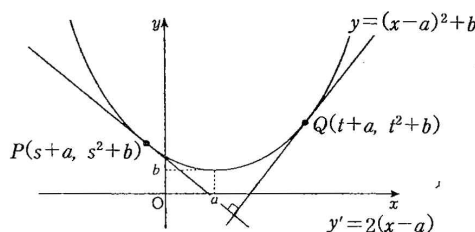
$n = 3$ 일 때, $y = \frac{1}{6}x + \frac{1}{12}$ 이므로 $a_3 = 7$

$a_1 = 3, a_2 = 5, a_3 = 7, \dots$ 이므로

일반항은 $a_n = 2n + 1$

$\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{n} = 2$

15) 정답 ①



두 점 P, Q 에서 포물선 $y = (x-a)^2 + b$ 에 그은

접선의 기울기는 각각

$y'_x = s+a = 2s, y'_x = t+a = 2t$ 이므로

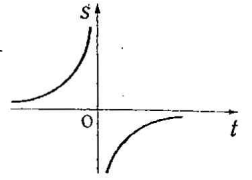
서로 수직이려면

$2s \cdot 2t = 4st = -1$ 이다.

$\therefore st = -\frac{1}{4}$

따라서 s 가 증가하면 t 도 증가한다.

그리고 a, b 의 값에 관계없이 넓이 A 는 변하지 않는다.

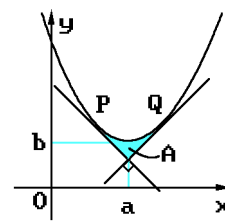


[별해]

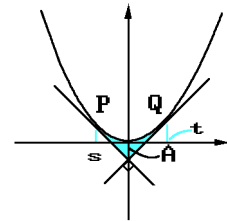
$y = (x-a)^2 + b$ 위의 두 점 $P(s+a, s^2+b)$ 와

$Q(t+a, t^2+b)$ 를 점 (a, b) 가 원점에 오도록 평행이동
 을 시켜도 같은 구조가 되며,

넓이 A 도 변하지 않으므로 ([그림 1], [그림 2] 참조)



[그림 1]



[그림 2]

포물선 $y = x^2$ 과 두 점 $P'(s, s^2), Q'(t, t^2)$ 에서 생각
 하면 된다.

따라서 a, b 가 변하면 A 도 변한다는 (ㄴ), (ㄷ)은
 옳지 않다. 또, s 가 증가하면, 두 접선이 수직이므로
 t 도 증가하게 되므로 (ㄱ)만 옳은 답이다.

16) 정답 ③

문제의 표와 12진법 덧셈의 예에서

$1+9=x, x+y=19$ 이다.

$xxx+yyy$ 를 세로 방법으로 하면

$$\begin{array}{r} xxx \quad \text{2째 자리 } 1+x+y=1x \\ yyy \quad \text{3째 자리 } 1+x+y=1x \\ \hline 1xx9 \end{array}$$

17) 정답 ④

부등식 $2^{n+1} < 9n^4$

$N=0, S=2, N=1, S=2^2, S=2^3$ 이므로

(가) $[S \leftarrow S \times 2]$ 가 되어야 한다

문제에서 $2^{n+1} < 9n^4$ 이 성립하지 않는
 가장 작은 자연수이므로

(나) $[S \geq 9N^4]$ 이 되어야 한다.

이 때, (다) $[N \text{ 인채}]$ 라고 하여야 한다.

18) 정답 ⑤

x, y, z 가 정수일 때 $x^2 + y^2 + z^2 = 1111$ 에서

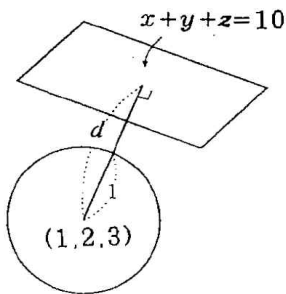
$x^2 + y^2 + z^2$ 을 8로 나누었을 때의 나머지는

, 1, 2, 3, 4, 5, 6중 하나이고 1111을 8로 나누면 나머지가 7이므로
주어진 명제의 등식이 성립하지 않는다.
따라서 주어진 x, y, z 가 모두 정수인 해는 없다.

19) 정답 ⑤

- ① $\angle BCP$ 와 $\angle PAD$ 는 CD 에 대한 원주각이므로 같다.
② $\triangle EBP$ 와 $\triangle EPC$ 는 서로 닮음이므로
 $\angle EBP = \angle EPC \dots\dots$
또한 ①에 의하여 $\angle EBP = \angle PAF \dots\dots$ ㉠
 $\angle EPC = \angle APF (\because \text{맞꼭지각})$
㉠, ㉠에 의하여 $\angle EPC = \angle PAF \dots\dots$ ㉡
㉡, ㉡에 의하여 $\angle APF = \angle PAF \dots\dots$ ㉢
③ $\angle BCP = \angle FDP (\because \widehat{AB}$ 에 대한 원주각) $\dots\dots$ ㉣
 $\angle BCP = \angle EPC = 90^\circ$
 $\angle APF + \angle FPD = 90^\circ$
 $\angle EPC = \angle APF$
 $\therefore \angle BCP = \angle FDP \dots\dots$ ㉤
㉣, ㉤에 의하여 $\angle FPD = \angle FDP$
④ ②에 의하여 $\triangle PAF$ 는 이등변삼각형이므로
 $AF = PF$
③에 의하여 $\overline{PF} = \overline{FD} \quad \therefore \overline{AF} = \overline{FD}$
⑤ <거짓>

20) 정답 ②



주어진 구는 중심이 (1, 2, 3)이고 반지름의 길이가 1인 구이다.

따라서, 중심 (1, 2, 3)으로부터
평면 $x+y+z=10$ 까지의 거리는

$$h = \frac{|1+2+3-10|}{1+1^2+1^2} = \frac{4}{3}$$

그러므로 구의 점에서 평면까지의 거리의 최소값은

$$\frac{4}{\sqrt{3}} - 1 = \frac{4 - \sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3} - 3}{3}$$

21) 정답 ②

2526년 1월의 달력과 요일 및 날짜의 구성이 같으려면
어떤 주어진 달의 1일부터 그 해 12월 31일까지의
날짜 수가 7의 배수이어야 한다.

3월 1일~12월 31일의 날짜의 수 : 306일
5월 1일~12월 31일의 날짜의 수 : 245일
9월 1일~12월 31일의 날짜의 수 : 184일
8월 1일~12월 31일의 날짜의 수 : 153일
따라서 날짜 수가 7의 배수인 것은 5월이다.

[별해]

2526년 1월 1일은 2525년 1월 1일에서 366일 째 되는
날이다. ($366 = 7 \times 52 + 2$)
다시 말해서 7로 나누어 나머지가 2일 째 되는 날이다.
3월 1일 : $31 + 28 + 1 = 60 = 7 \times 8 + 4$
5월 1일 : $60 + 31 + 30 = 121 = 7 \times 17 + 2$
7월 1일 : $121 + 31 + 30 = 182 = 7 \times 26$
8월 1일 : $182 + 31 = 213 = 7 \times 30 + 3$
따라서 5월이 2526년 1월의 달력과 같다.

22) 정답 ④

에너지 증가시 : $a \rightarrow b, c$ (2가지), $b \rightarrow c$ (1가지)

에너지 감소시 : $b \rightarrow a$ (1가지), $c \rightarrow a, b$ (2가지)

단계1 a

단계2 <증가> $a \rightarrow b$ 또는 c (각각 1가지)

단계3 <감소> $b \rightarrow a$

$c \rightarrow b$ 또는 a (각각 1가지)

즉, a (2), b (1)

단계4 <증가> $a \rightarrow b$ 또는 c (각각 2가지)

$b \rightarrow c$ (1가지)

즉, b (2), c (3)

단계5 <감소> $b \rightarrow a$ (2가지)

$c \rightarrow b$ 또는 a (각각 3가지)

즉, a (5), b (3)

단계6 <증가> $a \rightarrow b$ 또는 c (각각 5가지)

$b \rightarrow c$ (3가지)

즉, b (5), c (8)

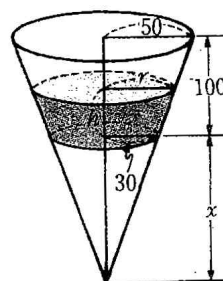
단계7 <감소> $b \rightarrow a$ (5가지)

$c \rightarrow b$ 또는 a (각각 8가지)

즉, a (13), b (8)

따라서, 가능한 변화 경로의 수는 21가지이다.

23) 정답 ④

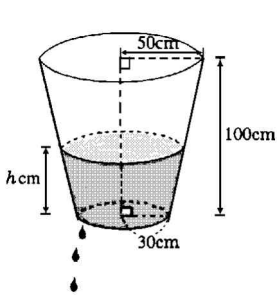


높이가 h 일 때 수면의 반지름을 r , 부피를 V 라 하자.

오른쪽 그림에서 $50 : 30 = (100 + x) : x$

$$\begin{aligned}
 x &= 150 \\
 r : (h + 150) &= 50 : 250 \\
 \therefore r &= \frac{1}{5}(h + 150) \\
 &= \frac{1}{3}\pi \cdot \frac{1}{25}(h + 150) - \frac{1}{3}\pi \cdot 30^2 \cdot 150 \\
 \frac{dV}{dt} &= \frac{1}{25}\pi(h + 150)^2 \cdot \frac{dh}{dt} \\
 -4 &= \frac{1}{25}\pi(h + 150)^2 \cdot \frac{dh}{dt} \\
 \therefore \frac{dh}{dt} &= \frac{-100\sqrt{h}}{\pi(h + 150)^2} \\
 \therefore \left. \frac{dh}{dt} \right|_{h=50} &= \frac{-100\sqrt{50}}{\pi \cdot 200^2} = -\frac{5\sqrt{2}}{4\pi} \times 10^{-2}
 \end{aligned}$$

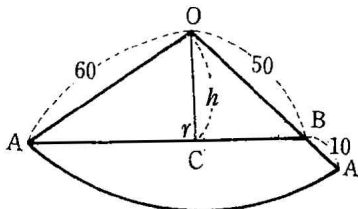
[별해]



$$\begin{aligned}
 30 : 150 &= r : (150 + h) \quad \therefore r = 30 + \frac{h}{5} \\
 V &= \frac{\pi}{3} \left(30 + \frac{h}{5} \right)^2 (h + 150) - 30^2 \times 150 \\
 \frac{dV}{dt} &= \frac{\pi}{3} \left\{ 2 \left(30 + \frac{h}{5} \right) \times \frac{1}{5} (h + 150) + \left(30 + \frac{h}{5} \right)^2 \right\} \frac{dh}{dt} \\
 h = 50 \text{ 일 때, } -4\sqrt{50} &= \frac{\pi}{3} \times 4800 \times \frac{dh}{dt} \\
 \therefore \frac{dh}{dt} &= -\frac{1}{\pi} \times \frac{4 \times 5 \times \sqrt{2}}{1600} = -\frac{5\sqrt{2}}{4\pi} \times 10^{-2}
 \end{aligned}$$

24) 정답 ④

직원뿔을 펼치면 다음 그림과 같다.



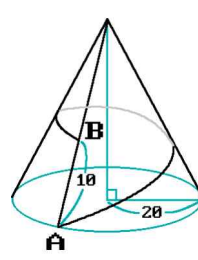
$$\begin{aligned}
 \angle AOB &= \frac{40\pi}{60} = \frac{2}{3}\pi \\
 \text{코사인제이법칙에 의하여} \\
 AB^2 &= 60^2 + 50^2 - 2 \cdot 60 \cdot 50 \cdot \cos \frac{2}{3}\pi = 9100 \\
 \therefore AB &= 10\sqrt{91}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \triangle OAB &= \frac{1}{2} \cdot 10\sqrt{91} \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 60 \cdot 50 \cdot \sin \frac{2}{3}\pi \\
 \therefore h &= \frac{150\sqrt{3}}{\sqrt{91}}
 \end{aligned}$$

$$CB^2 = 50^2 - \left(\frac{150\sqrt{3}}{\sqrt{91}} \right)^2 = \frac{2500 \times 64}{91}$$

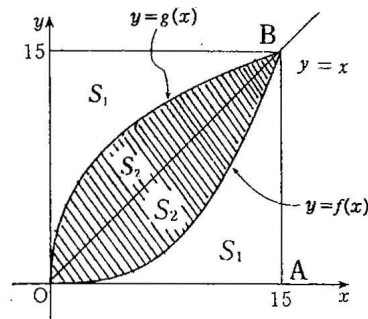
$$\text{따라서 내리막길의 길이} = CB = \frac{400}{\sqrt{91}}$$

[별해]



$$\begin{aligned}
 l = r\theta \text{ 에서 } 40\pi &= 60\theta \quad \therefore \theta = \frac{2}{3}\pi \\
 \text{위의 그림과 같은 원뿔의 전개도에서} \\
 A \text{ 와 } B \text{ 의 최단 거리는 } \overline{AB} \text{ 이다.} \\
 C \text{ 에서 } \overline{AB} \text{ 에 가장 가까운 지점을 } D \text{ 라 하면} \\
 A \text{ 에서 } D \text{ 까지는 오르막길,} \\
 D \text{ 에서 } B \text{ 까지는 내리막길이 된다.} \\
 \triangle ACB \text{ 에서 제 코사인법칙에 의하여} \\
 AB^2 &= 60^2 + 50^2 - 2 \cdot 60 \cdot 50 \cdot \cos 120^\circ = 9100 \\
 \therefore \overline{AB} &= \sqrt{9100} = 10\sqrt{91} \\
 \triangle ACB \text{ 의 넓이를 } S \text{ 라 하면} \\
 S &= \frac{1}{2} \times 60 \times 50 \times \sin 120^\circ = 750\sqrt{3} \\
 \text{한편, } S &= \frac{1}{2} \overline{AB} \cdot \overline{CD} = \frac{1}{2} \cdot 10\sqrt{91} \cdot \overline{CD} = 750\sqrt{3} \\
 \therefore \overline{CD} &= \frac{150\sqrt{3}}{\sqrt{91}} \\
 \triangle CBD \text{ 에서} \\
 \overline{BD}^2 &= \overline{BC}^2 - \overline{CD}^2 = 50^2 - \left(\frac{150\sqrt{3}}{\sqrt{91}} \right)^2 = \frac{400^2}{91} \\
 \therefore \overline{BD} &= \frac{400}{\sqrt{91}}
 \end{aligned}$$

25) 정답 45



함수 $y = g(x)$ 가 함수 $y = f(x)$ 의 역함수이므로
영역은 위의 그림과 같이 분할되고

$$\int_{-1}^{15} f(x)dx = 1 \text{이다.}$$

주어진 조건에서 $2S_1 : 2S_2 = 2 : 3$ 이므로
 $S_1 : S_2 = 2 : 3$ 이다.

그러므로 S_1 은 $\triangle OAB$ 의 넓이의 $\frac{2}{5}$ 이다.

(사각형 $OABC$ 넓이의 $\frac{1}{5}$ 이다.)

$$\therefore S_1 = 15 \times 15 \times \frac{1}{5} = 45$$

26) 정답 18

$$f^{-1}(x) = g(x) \text{이므로 } g^{-1}(x) = f(x)$$

$$(g \circ g \circ g \circ g \circ g)(x) = -3 \text{에서}$$

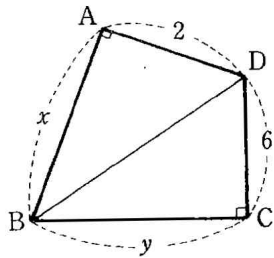
$$x = (g^{-1} \circ g^{-1} \circ g^{-1} \circ g^{-1} \circ g^{-1})(-3)$$

$$= (f \circ f \circ f \circ f \circ f)(-3)$$

$$= (f \circ f \circ f \circ f)(18)$$

$$= (f \circ f \circ f)(-3) = (f \circ f)(18) = f(-3) = 18$$

27) 정답 24



위의 그림에서

$$BD^2 = y^2 + 4 = x^2 + 36, \quad y^2 - x^2 = 32$$

$$(y+x)(y-x) = 16 \times 2 = 8 \times 4 = 32 \times 1$$

$$\begin{cases} y+x=16 \\ y-x=2 \end{cases} \text{에서 } (x, y) = (7, 9)$$

$$\begin{cases} y+x=8 \\ y-x=4 \end{cases} \text{에서 } (x, y) = (2, 6)$$

$$\begin{cases} y+x=32 \\ y-x=1 \end{cases} \text{에서 모순}$$

$$x+y \leq 16$$

따라서, (둘레의 길이) ≤ 24

즉, 최대 길이는 24이다.

28) 정답 72

문제의 정의에서 각 숫자 a_k 의 왼쪽에 있는 수 중에서

a_k 보다 작은 것들의 개수를 t_k ($k=1, 2, 3$)이라 하면

언제나 $s_1 + s_2 + s_3 + t_1 + t_2 + t_3 = 6$ 이 성립하며,

전체적으로 볼 때, A 의 각 원소가 배열되는 순서나

위치는 동일한 조건이 된다.

따라서 24개의 $s_1 + s_2 + s_3$ 의 총합과

24개의 $t_1 + t_2 + t_3$ 의 총합은 서로 같다.

$$\therefore s_1 + s_2 + s_3 \text{ 총합} = \frac{24 \times 6}{2} = 72$$

$$\therefore |(i_1, i_2, i_3, i_4)| \text{의 총합} = 72$$

29) 정답 15

$P = \{x | P(x) = 0\}$, $Q = \{x | Q(x) = 0\}$ 라 하면

$$B = \{(x, y) | (x, y) \in A \text{이고 } x = y\}$$

$$= \{(x, y) | P(x)Q(x) = 0\}$$

$$\therefore n(B) = n(P \cup Q) = n(P) + n(Q) - n(P \cap Q)$$

$$= 7 + 9 - n(P \cap Q) = 16 - n(P \cap Q) \dots\dots \textcircled{1}$$

그런데 $n(P \cap Q) = 0$

즉, $P \cap Q = \phi$ 이면 $A = \phi$ 이므로 $n(P \cap Q) \geq 1$

따라서, $\textcircled{1}$ 에서 $n(P \cap Q) = 1$ 일 때,

$n(B)$ 의 최대값은 15이다.

30) 정답 2.44

$$\log_{10} 275 = \log_{10} (11 \times 25) = \log_{10} 11 + \log_{10} \frac{100}{4}$$

$$= \log_{10} 11 + 2 - 2\log_{10} 2 = 1.041 + 2 - (2 \times 0.301)$$

$$= 3.041 - 0.602 = 2.439 \approx 2.44$$