

년도	1996 11월 13일
대상	고3 인문, 예체능 A형

1. $125 - 75^2) \div \{5 + (30 - 50) \div (-4)\}$ 의 값은?

[2점][1997학년도 수능]

- ① 75 ② 125 ③ 900
④ 1000 ⑤ 1225

2. $\alpha = -2 + i$, $\beta = 1 - 2i$ 일 때,

$\alpha\alpha + \bar{\alpha}\beta + \alpha\beta + \beta\bar{\beta}$ 의 값은?

(단, $\bar{\alpha}$, $\bar{\beta}$ 는 α , β 의 켤레복소수이고, $i = \sqrt{-1}$ 이다.)

[2점][1997학년도 수능]

- ① 1 ② 2 ③ 4
④ 10 ⑤ 20

3. 이차방정식 $x^2 - 2\sqrt{3}x + 2 = 0$ 의 두 근을

α , β ($\alpha > \beta$)라고 할 때, $\tan \theta = \frac{\alpha - \beta}{\alpha + \beta}$ 를 만족하는

θ 는? (단, $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$)

[2점][1997학년도 수능]

- ① $\frac{\pi}{6}$ ② $\frac{\pi}{4}$ ③ $\frac{\pi}{3}$
④ $-\frac{\pi}{4}$ ⑤ $-\frac{\pi}{3}$

4. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ 이고 행렬 B 는 $ABA = A$ 를 만족한다. $A + B$ 는?

[3점][1997학년도 수능]

- ① $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$ ② $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}$ ③ $\begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$
④ $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$ ⑤ $\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$

5. 전체집합 U 의 두 부분집합 A , B 에 대하여

$$A * B = (A \cap B) \cup (A \cup B)^c$$

라고 정의할 때, 항상 성립한다고 할 수 없는 것은?

(단, $U = \phi$)

[2점][1997학년도 수능]

- ① $A * U = U$ ② $A * B = B * A$
③ $A * \phi = A^c$ ④ $A * B = A^c * B^c$
⑤ $A * A^c = \phi$

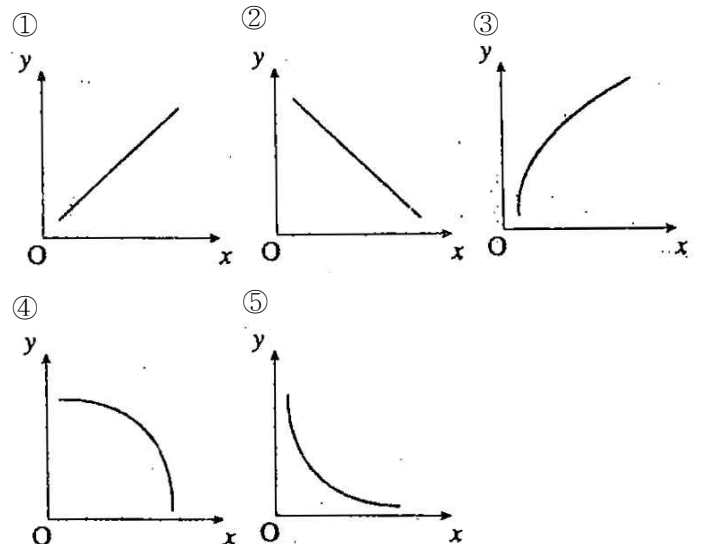
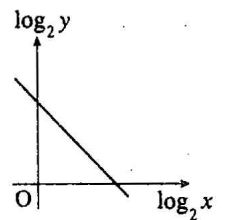
6. $\log_2 x$ 와 $\log_2 y$ 사이의 관계가

오른쪽 그래프와 같은 모양일 때,

x 와 y 사이의 관계를 옳게 나타낸

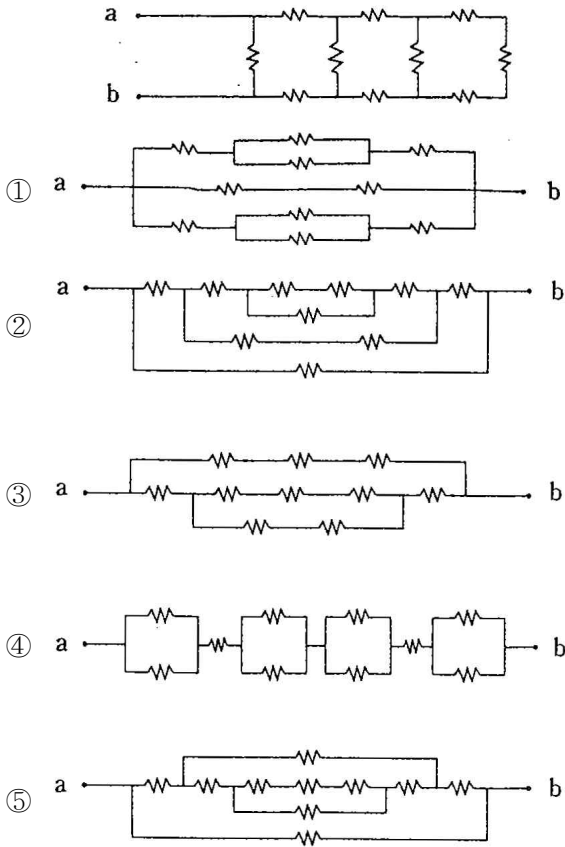
것은?

[2점][1997학년도 수능]



7. 다음 그림은 동일한 저항($\text{---}\text{---}\text{---}$) 0개가 연결된 회로이다. 이 회로와 연결 상태가 같은 것은?

[2점][1997학년도 수능]

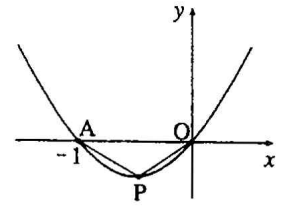


8. 어느 청량 음료 회사의 연간 청량 음료 판매량은 그 해 여름의 평균 기온에 크게 좌우된다. 과거 자료에 따르면, 한 해의 판매 목표액을 달성할 확률은 그 해 여름의 평균 기온이 예년보다 높을 경우에 0.8, 예년과 비슷할 경우에 0.6, 예년보다 낮을 경우에 0.3이다. 일기 예보에 따르면, 내년 여름의 평균 기온이 예년보다 높을 확률이 0.4, 예년과 비슷할 확률이 0.5, 예년보다 낮을 확률이 0.1이라고 한다. 이 회사가 내년에 목표액을 달성할 확률은?

[2점][1997학년도 수능]

- ① 0.55 ② 0.60 ③ 0.65
④ 0.70 ⑤ 0.75

9. 포물선 $y = x(x + 1)$ 위에 점 A $(-1, 0)$ 이 있다. 점 P가 점 A에서 포물선을 따라 원점 O로 한없이 가까이 갈 때, $\angle APO$ 의 크기의 극한값은?



[3점][1997학년도 수능]

- ① 90° ② 120° ③ 135°
④ 150° ⑤ 180°

10. 다항식 (x) 가 다음 항등식을 만족한다.

$$P(P(x) + x) = (P(x) + x) - (P(x) + x) + 1$$

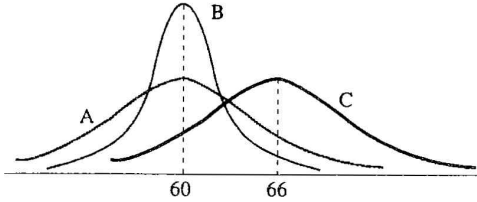
이 때 미분계수 $P'(0)$ 의 값은?

[3점][1997학년도 수능]

- ① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

11. 학년 재학생수가 각각 500명인 같은 지역 A, B, C 세 고등학교 3학년 학생의 수학 성적 분포가 각각 정규분포를 이루고 아래 그림과 같을 때, 다음 <보기> 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

[3점][1997학년도 수능]



[보 기]

- ㄱ. 성적이 우수한 학생이 B고등학교보다 A고등학교에 더 많이 있다.
 ㄴ. B고등학교 학생들은 평균적으로 A고등학교 학생들보다 선적이 더 우수하다.
 ㄷ. C고등학교 학생들보다 B고등학교 학생들의 성적이 더 고른 편이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

12. 어느 해 한국, 미국, 일본의 대졸 신입 사원의 월급은 평균이 각각 80만원, 2000불, 18만엔이고 표준편차가 각각 10만원, 300불, 2만 5천엔인 정규분포를 따른다고 한다. 위 3개국에서 임의로 한 명씩 뽑힌 대졸 신입 사원 A, B, C의 월급이 각각 94만원, 2250불, 21만엔이라고 할 때, 각각 자국내에서 상대적으로 월급을 많이 받는 사람부터 순서대로 적은 것은?

[2점][1997학년도 수능]

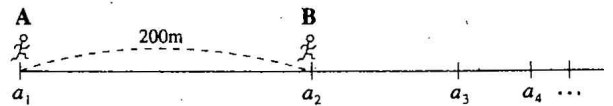
- ① A, B, C ② A, C, B ③ B, A, C
 ④ C, A, B ⑤ C, B, A

13. 다음 그림과 같이 A와 B가 직선 위를 따라 같은 방향으로 움직인다. B는 A보다 200m앞에서 A와 동시에 출발한다. A의 출발점을 a , B의 출발점을 a_2 , A가 a_2 에 도달했을 때 B의 위치를 a_3 , A가 a_3 에 도달했을 때 B의 위치를 a_4 라고 하자.

이와 같은 방법을 계속하여 점 a_n ($n=1, 2, 3, \dots$)을 정한다.

A의 속도가 B의 속도의 2배이면, A와 B 사이의 거리가 1m 이내가 되기 시작할 때 A의 위치는?

[3점][1997학년도 수능]



- ① a_4 와 a_5 사이 ② a_6 와 a_7 사이
 ③ a_8 와 a_9 사이 ④ a_{10} 와 a_{11} 사이
 ⑤ a_{12} 와 a_{13} 사이

14. 모든 실수에 대하여 정의된 함수 $f(x)$ 는

$f(x) = x^2$ ($-1 \leq x \leq 1$)과 $f(x+2) = f(x)$ 를 만족하는 주기함수이다. 좌표평면 위에서 각 자연수 n 에 대하여 직선 $y = \frac{1}{2n}x + \frac{1}{4n}$ 과 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와

의 교점의 개수를 a_n 이라고 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n}$ 의 값은?

[2점][1997학년도 수능]

- ① 0 ② 1 ③ 2
 ④ 3 ⑤ 4

15. 포물선 $y = (x-a) + b$ 위의 두 점

$(s+a, s^2+b)$ 와 $Q(t+a, t^2+b)$ 에서 각각 그은 이 포물선의 접선은 서로 수직이다. 이 두 접선과 위 포물선으로 둘러싸인 도형의 면적을 A 라고 하자. 다음 <보기> 중 옳은 것을 모두 고르면? (단, $s < 0 < t$)

[2점][1997학년도 수능]

[보 기]

- ㄱ. s 가 증가하면 t 도 증가한다.
 ㄴ. a 가 증가하면 면적 A 도 증가한다.
 ㄷ. b 가 변하면 면적 A 도 변한다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

16. '12진법 모임'의 회원들은 자연수를 다음 표와 같이 대응하여 적는다고 한다.

10진법	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	...
12진법	1	2	3	4	5	6	7	8	9	x	y	10	11	...

12진법 덧셈의 예를 들면, $1+9=x$, $x+y=19$ 이다. 12진법의 두 수 xxx 와 yyy 의 합 $xxx+yyy$ 의 값을 12진법으로 표기한 것은?

[3점][1997학년도 수능]

- ① 1779 ② 2331 ③ $1xx9$
 ④ $1yy9$ ⑤ $1yyx$

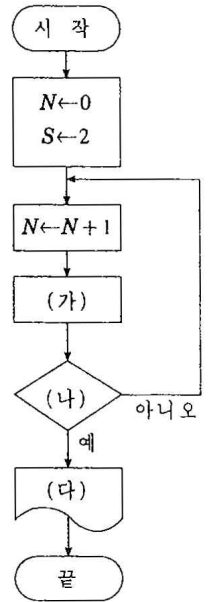
17. 오른쪽 순서도는 부등식

$2^{n+1} < 9n^4$ 이 성립하지 않는 가장 작은 자연수 n 을 찾기 위하여 작성하였다.

오른쪽 순서도에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것을 순서대로 적은 것은?

[2점][1997학년도 수능]

- ① $S < -S+2$, $S \geq 9N^4$, $N+1$ 을 인쇄
 ② $S < -S \times 2$, $S < 9N^4$, N 을 인쇄
 ③ $S < -S \times 2$, $S < 9N^4$, $N+1$ 을 인쇄
 ④ $S < -S \times 2$, $S \geq 9N^4$, N 을 인쇄
 ⑤ $S < -S \times 2$, $S \geq 9N^4$, $N+1$ 을 인쇄



18. 다음은 명제 「 $x^2 + y^2 + z^2 = 1111$ 을 만족하는

$\square$ 」에 대한 증명에서 중간 부분을 적은 것이다.

[증 명]

...(생략)...
 정수 x, y, z 를 각각 8로 나누면 나머지가 각각 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 중 하나이다.
 따라서 x^2, y^2, z^2 을 각각 8로 나누면 나머지가 0, 1, 4 중 하나이다.
 그러므로 $x^2 + y^2 + z^2$ 을 8로 나누었을 때 나머지는 각각 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 중 하나이다.
 그런데, 1111을 8로 나누면 나머지는 7이다.
 ...(생략)...

다음 중 위의 $\square$ 에 알맞은 것은?

[2점][1997학년도 수능]

- ① x, y, z 중 적어도 하나는 정수이다.
 ② x, y, z 중 어느 것도 정수가 아니다.
 ③ x, y, z 가 모두 정수인 해가 적어도 하나 있다.
 ④ x, y, z 가 모두 정수인 해가 오직 하나 있다.
 ⑤ x, y, z 가 모두 정수인 해는 없다.

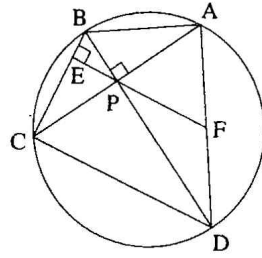
19. 오른쪽 그림에서 사각형

ABCD는 원에 내접하고 두 대각선 AC와 BD는 점 P에서 만나며 서로 수직이다.

또, 점 P에서 변 BC에 내린 수선의 발을 E라 하고,

직선 PE와 변 AD가 만나는 점을 F라고 하자.

다음 중 여기에서 증명될 수 없는 것은?



[3점][1997학년도 수능]

- ① $\angle CBP = \angle PAD$ ② $\angle APF = \angle PAF$
 ③ $\angle FPD = \angle FDP$ ④ $AF = \overline{FD}$
 ⑤ $AP = \overline{AF}$

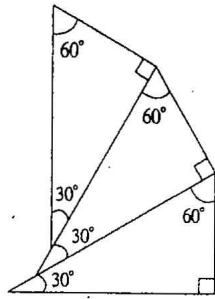
20. 세 내각이 30° , 60° , 90° 이고

서로 합동인 삼각형들이 있다.

평면 위에 오른쪽 그림과 같이 이들 삼각형을 내각이 직각인 꼭지점과 60° 인 꼭지점이 일치되고 겹치지 않도록 빗변에 붙여 간다.

어느 삼각형도 서로 겹쳐지지 않을 때까지 되도록 많이 붙이려고 한다.

가장 많이 붙였을 때 이들 삼각형의 수는?



[3점][1997학년도 수능]

- ① 6 ② 8 ③ 10
 ④ 12 ⑤ 14

21. 2525년 여름쯤 2526년 1월의 계획을 세우려고

하는데, 그 해(2525년) 1월부터 12월까지의 달력은 있으나 새해(2526년) 1월의 달력이 없다.

이 때, 2526년 1월의 달력과 요일 및 날짜가 같게 구성된 달을 2525년 달력 중에서 찾으려면?

[3점][1997학년도 수능]

- ① 3월 ② 5월 ③ 7월
 ④ 8월 ⑤ 없다.

22. 어떤 원자의 전자들은 에너지의 증감에 따라 세

가지 상태 a , b , c 로 바뀐다. 이 때, 다음 규칙이 적용된다고 하자.

규칙 1 : 에너지가 증가하면 b 상태의 전자는 c 상태로 올라가고, a 상태의 전자 중 일부는 b 상태로, 나머지는 c 상태로 올라간다.

규칙 2 : 에너지가 감소하면 b 상태의 전자는 a 상태로 내려가고, c 상태의 전자 중 일부는 b 상태로, 나머지는 a 상태로 내려간다.

<단계 1>에서 전자는 a 상태에 있다.

에너지가 증가하여 <단계 2>가 되면 이 전자는 b 상태 또는 c 상태가 된다. 이 때, 이 전자가 취할 수 있는 변화의 경로는 $a \rightarrow b$ 와 $a \rightarrow c$ 의 2가지이다.

다시 에너지가 감소하여 <단계 3>이 되면, 이때까지의 가능한 변화 경로는 $a \rightarrow b \rightarrow a$, $a \rightarrow c \rightarrow b$, $a \rightarrow c \rightarrow a$ 의 3가지이다.

이와 같이 에너지의 증가와 감소가 교대로 계속될 때, <단계 1>부터 <단계 7>까지 이 전자의 가능한 변화 경로의 수는?

[3점][1997학년도 수능]

- ① 18 ② 19 ③ 20
 ④ 21 ⑤ 22

23. 어느 공장에서 제품

A, B를 각각 1개씩 만드는 데 필요한 원료(kg)와 전력량(kw·h)은 오른쪽 표와 같다.

제품	원료(kg)	전력량(kw·h)
A	1	2
B	2	1

사용할 수 있는 원료의 양은 40kg이고, 전력량은 60kw·h를 초과하여 쓸 수 없다. 제품 A, B를 1개씩 만들어 팔 때의 이익은 각각 4만원, 3만원이다.

이 공장에서 제품 A, B를 여러 개 만들어 이를 팔아 얻을 수 있는 최대이익은? (단, 완제품만 판매한다.)

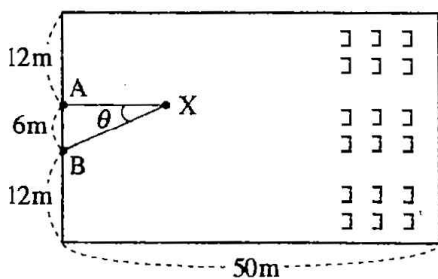
[4점][1997학년도 수능]

- ① 122만원 ② 124만원 ③ 126만원
④ 128만원 ⑤ 136만원

24. 직사각형 모양의 어느 극장에서 무대를 잘 볼 수

있는 좌석을 구별하려고 한다. 아래 그림은 그 극장의 평면도이다. 중앙 무대의 폭이 6m이고, 무대 좌우 양 끝 점 A, B와 객석 내의 한 점 X가 이루는 각 $\angle AXB = \theta$ 라고 하자. 이 때, 이 각 θ 가 30° 이상 되는 영역에는 특별석, 15° 이상 30° 이하가 되는 영역에는 일등석을 놓으려고 한다. 일등석을 놓으려고 하는 영역의 넓이는? (단위는 m)

[4점][1997학년도 수능]

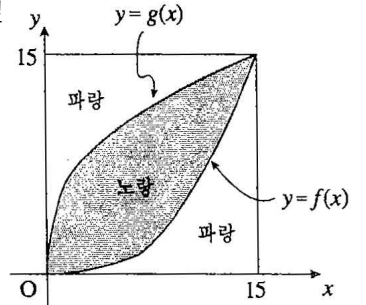


- ① $3\pi(12 + 11\sqrt{3}) + 18$
② $3\pi(24 - 11\sqrt{3}) + 18$
③ $10(24 - 11\sqrt{3}) + 18$
④ $9(14 + 11\sqrt{3})$
⑤ $9(26 - 11\sqrt{3})$

주관식 문항(25 ~ 30)

25. 정사각형 모양의 타일

이 좌표평면에 오른쪽 그림과 같이 가로, 세로가 각각 x 축, y 축과 일치되게 놓여 있다. 이 타일에 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 그래프를 경계로 하여 파랑색과 노랑색을 칠하려고 한다. 파랑색과 노랑색이 칠해지는 부분의 면적의



비가 2 : 3일 때, $\int_0^{15} f(x) dx$ 의 값을 구하여라.

(단, 함수 $g(x)$ 는 함수 $f(x)$ 의 역함수이다.)

[2점][1997학년도 수능]

26. 함수 $f(x) = \begin{cases} 71 - \frac{19}{15}x & (x < 12) \\ 1 - 2\log_3(x - 9) & (x \geq 12) \end{cases}$ 의

역함수를 $g(x)$ 라고 할 때, $(g \circ g \circ g \circ g)(x) = -3$ 을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

(단, $(g \circ g)(x) = g\{g(x)\}$ 이다.)

[3점][1997학년도 수능]

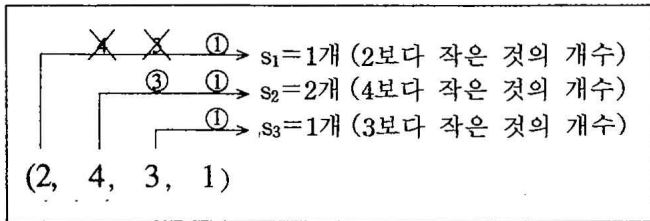
27. , b 는 양수이고 $\alpha + \beta + \gamma = \pi$ 이다.

$a + b^2 = 3ab \cos \gamma$ 일 때, $9 \sin^2(\pi + \alpha + \beta) + 9 \cos \gamma$ 의 최대값을 구하여라.

[3점][1997학년도 수능]

28. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 의 네 원소를 배열하여

만든 순열 (a_1, a_2, a_3, a_4) 에 대하여 각 숫자 a_k 의 오른쪽에 있는 수 중에서 a_k 보다 작은 것들의 개수를 s_k ($k=1, 2, 3$)이라고 하고, 이들의 합 $s_1 + s_2 + s_3$ 을 $|a_1, a_2, a_3, a_4|$ 로 나타내자.



예를 들면 $|2, 4, 3, 1| = s_1 + s_2 + s_3 = 1 + 2 + 1 = 4$ 이다. 집합 A 에 대한 24개의 모든 순열 (i_1, i_2, i_3, i_4) 마다 각각 정해지는 $|i_1, i_2, i_3, i_4|$ 의 총합을 구하여라.

[4점][1997학년도 수능]

29. 두 방정식 $P(x) = 0, Q(x) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 각각 7개, 9개이고, 집합 $A = \{(x, y) | P(x)Q(y) = 0 \text{ 고 } Q(x)P(y) = 0, x \text{와 } y \text{는 실수}\}$

는 무한집합이다. 집합 A 의 부분집합 $B = \{(x, y) | (x, y) \in A \text{ 이고 } x = y\}$ 의 원소의 개수를 $n(B)$ 라고 하면 이것은 $P(x), Q(x)$ 에 따라 변한다. $n(B)$ 의 최대값을 구하라.

[4점][1997학년도 수능]

30. $\log_{10} 275$ 의 값을 $\log_{10} 2 = 0.301, \log_{10} 11 = 1.041$ 로 계산한 다음, 소수 셋째 자리에서 반올림하여 소수 둘째 자리까지 구하여라.

[2점][1997학년도 수능]

정답과 해설

1) 정답 ④

$$25 - 75^2 = (125 + 75)(125 - 75) = 200 \times 50 = 10000$$

$$5 + (30 - 50) \div (-4) = 10$$

주어진 식 = $10000 \div 10 = 1000$

2) 정답 ②

$$\alpha\alpha + \bar{\alpha}\beta + \alpha\beta + \beta\bar{\beta}$$

$$= \alpha(\bar{\alpha} + \bar{\beta}) + \beta(\bar{\alpha} + \bar{\beta}) = (\alpha + \beta)(\alpha + \beta)$$

$$= (\alpha + \beta)(\bar{\alpha} + \bar{\beta}) = (-1 - i)(-1 + i) = 2$$

3) 정답 ①

근과 계수와의 관계에서

$$\alpha + \beta = 2 - 3i, \alpha\beta = 2$$

$$\therefore (\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta = 12 - 8 = 4$$

$$\alpha > \beta \text{ 이므로 } \alpha - \beta = 2$$

$$\therefore \tan\theta = \frac{2}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2} \text{ 에서 } \theta = \frac{\pi}{6}$$

4) 정답 ⑤

A^{-1} 가 존재하므로 $ABA = A$ 의 오른쪽에 A^{-1} 을 곱하여 정리하면

$$AB = AA^{-1} = E, BA = A^{-1}A = E$$

$$\therefore B = A^{-1}$$

$$A + B = A + A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$$

5) 정답 ①

$$\textcircled{1} A^*U = (A \cap U) \cup (A \cup U)^c = A \cup \phi = A$$

$$\textcircled{2} B^*A = (B \cap A) \cup (B \cup A)^c \text{ 이므로 } A^*B = B^*A$$

$$\textcircled{3} A^*\phi = (A \cap \phi) \cup (A \cup \phi)^c = \phi \cup A^c = A^c$$

$$\textcircled{4} A^c * B^c = (A^c \cap B^c) \cup (A^c \cup B^c)^c$$

$$= (A \cup B)^c \cup (A \cap B) = A^*B$$

$$\textcircled{5} A^*A^c = (A \cap A^c) \cup (A \cup A^c)^c = \phi \cup U^c = \phi$$

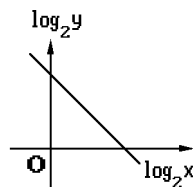
6) 정답 ⑤

$$\log_2 y = -a \log_2 x + b \text{ (단, } a > 0, b > 0 \text{인 상수)라 하면}$$

$$\log_2 y = \log_2 \frac{2^b}{x^a}$$

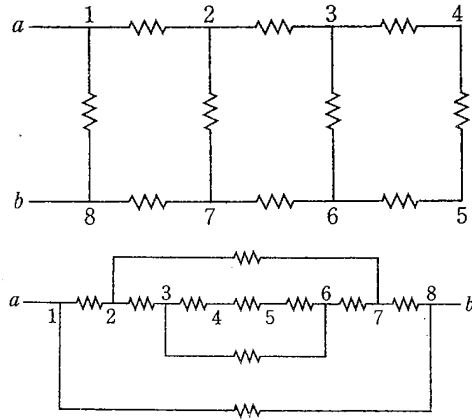
$$\therefore y = \frac{k}{x^a} \text{ (단, } k > 0 \text{이고 } k = 2^b)$$

따라서 그래프는 x^a 과 y 가 반비례한다.

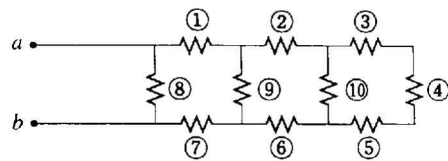


7) 정답 ⑤

주어진 회로를 일렬로 펼친 것을 찾으면 된다.



[별해]

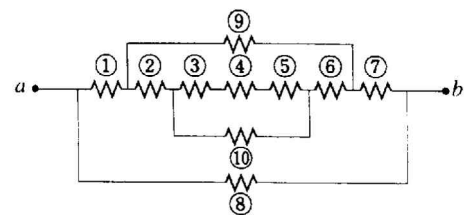


우선 ⑧, ⑨, ⑩이 없다고 가정하고 회로를 구성하면



여기서 위 그림을 보면

⑧은 a와 ① 사이의 점과 b와 ⑦ 사이의 점을
 ⑨은 ①과 ② 사이의 점과 ⑦과 ⑥ 사이의 점을
 ⑩은 ②와 ③ 사이의 점과 ⑥과 ⑤ 사이의 점을 이으면 된다.



따라서 연결상태가 같은 회로는 ⑤이다.

8) 정답 ③

이 회사가 각 경우에 내년에 판매 목표액을 달성할 확률은

i) 내년 여름의 평균 기온이 예년보다 높을 때

$$p_1 = 0.4 \times 0.8 = 0.32$$

ii) 내년 여름의 평균 기온이 예년과 비슷할 때

$$p_2 = 0.5 \times 0.6 = 0.3$$

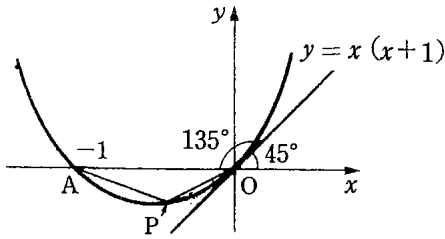
iii) 내년 여름의 평균 기온이 예년보다 낮을 때

$$p_3 = 0.1 \times 0.3 = 0.03$$

i), ii), iii)에서 이 회사가 내년에 판매 목표액을 달성할 확률은

$$p = p_1 + p_2 + p_3 = 0.32 + 0.3 + 0.03 = 0.65$$

9) 정답 ③



점 O에서의 접선의 기울기는 $y' = 0 = 1$ 이므로
접선이 x축의 양의 방향과 이루는 각은 45° 이다.
그러므로 점 P가 A에서 O로 가까이 갈 때
 $\angle APO$ 의 극한값은 135° 이다.

[별해]

점 P의 좌표를 $P(a, a^2+a)$, $\angle APO = \theta$ 라 하면
 $AP = \sqrt{(a+1)^2 + (a^2+a)^2} = (a+1)\sqrt{1+a^2}$
 $OP = \sqrt{a^2 + (a^2+a)^2} = a\sqrt{2+2a+a^2}$
(단, $-1 < a < 0$)

$$\begin{aligned} \therefore \cos \theta &= \frac{(a+1)^2(1+a^2) + a^2(2+2a+a^2) - 1}{2(a+1)\sqrt{1+a^2}(-a)\sqrt{2+2a+a^2}} \\ &= \frac{2a(a^3+2a^2+3a+1)}{-2a(a+1)\sqrt{1+a^2}\sqrt{2+2a+a^2}} \end{aligned}$$

이고 $P \rightarrow 0$ 일 때 $a \rightarrow 0$

$$\lim_{a \rightarrow 0} \cos \theta = -\frac{1}{2} \text{에서 } \theta = 135^\circ$$

10) 정답 ②

$t = P(x) + x$ 라 하면 $P(t) = t^2 + t + 1$
 $\therefore P'(t) = 2t + 1$ 에서 $P'(0) = 1$

11) 정답 ④

평균과 비교하여 상위 성적의 표준편차가
B 고등학교보다 A 고등학교가 더 크다.
A 고등학교와 B 고등학교는 평균이 같다.
C 고등학교보다 B 고등학교가 표준편차가 작으므로
B 고등학교 학생들의 성적이 더 고른 편이다.
따라서, 옳은 것은 I, III이다.

12) 정답 ②

$$A : Z = \frac{94-80}{10} = 1.4$$

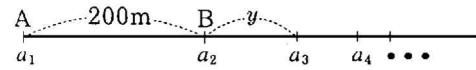
$$B : Z = \frac{2250-2000}{300} = \frac{5}{6} = 0.833 \dots$$

$$C : Z = \frac{210000-180000}{25000} = \frac{6}{5} = 1.2$$

따라서, 월급을 많이 받는 순서는 A, C, B

13) 정답 ③

B의 속도를 x라 하면 A의 속도는 2x

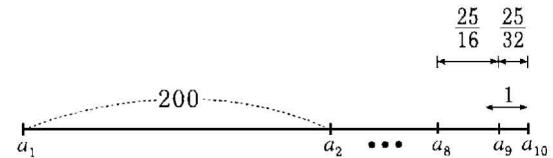


a_2 에서 a_3 까지의 거리를 y라 하면 $\frac{y}{x} = \frac{200}{2x}$

$$\therefore y = 100$$

수열 $\{P_n\}$ 은 200, 100, 50, 25, ..., P_n , ...

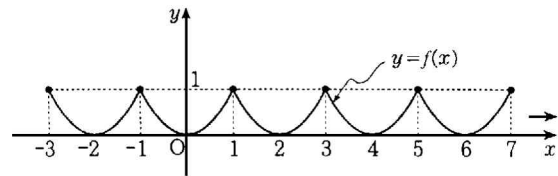
$$P_n = 200 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$



따라서, A의 위치는 a_8 과 a_9 사이이다.

14) 정답 ③

모든 실수 x에 대하여 $f(x+2) = f(x)$ 이므로
함수 $y = f(x)$ 는 주기가 2인 함수이다.
따라서, $f(x)$ 의 그래프는 아래 그림과 같다.



직선 $y = \frac{1}{2n}x + \frac{1}{4n}$ 과 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와의
교점의 개수는 a_n

$$n=1 \text{일 때, } y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} \text{이므로 } a_1 = 3$$

$$n=2 \text{일 때, } y = \frac{1}{4}x + \frac{1}{8} \text{이므로 } a_2 = 5$$

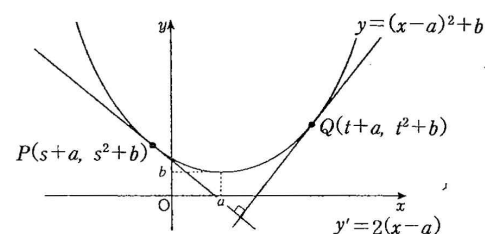
$$n=3 \text{일 때, } y = \frac{1}{6}x + \frac{1}{12} \text{이므로 } a_3 = 7$$

$$a_1 = 3, a_2 = 5, a_3 = 7, \dots \text{이므로}$$

$$\text{일반항은 } a_n = 2n + 1$$

$$\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{n} = 2$$

15) 정답 ①



두 점 P, Q에서 포물선 $y = (x-a)^2 + b$ 에 그은

접선의 기울기는 각각

$$y'_{x=s+a} = 2s, \quad y'_{x=t+a} = 2t \text{ 이므로}$$

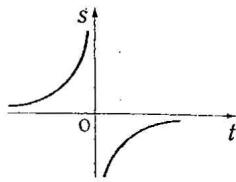
서로 수직이려면

$$2s \cdot 2t = 4st = -1 \text{ 이다.}$$

$$\therefore st = -\frac{1}{4}$$

따라서 s 가 증가하면 t 도 증가한다.

그리고 a, b 의 값에 관계없이 넓이 는 변하지 않는다.

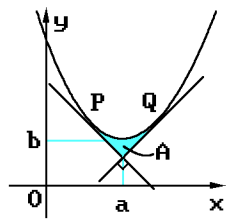


[별해]

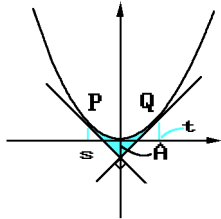
$y = (x-a)^2 + b$ 위의 두 점 $P(s+a, s^2+b)$ 와

$Q(t+a, t^2+b)$ 를 점 (a, b) 가 원점에 오도록 평행이동을 시켜도 같은 구조가 되며,

넓이 A 도 변하지 않으므로 ([그림 1], [그림 2] 참조)



[그림 1]



[그림 2]

포물선 $y = x^2$ 과 두 점 $P'(s, s^2), Q'(t, t^2)$ 에서 생각하면 된다.

따라서 a, b 가 변하면 A 도 변한다는 (ㄴ), (ㄷ)은 옳지 않다. 또, s 가 증가하면, 두 접선이 수직이므로 t 도 증가하게 되므로 (ㄱ)만 옳은 답이다.

16) 정답 ③

문제의 표와 12진법 덧셈의 예에서

$$1 + 9 = x, \quad x + y = 19 \text{ 이다.}$$

$xxx + yyy$ 를 세로 방법으로 하면

$$\begin{array}{r} xxx \quad \text{2째 자리 } 1+x+y=1x \\ yyy \quad \text{3째 자리 } 1+x+y=1x \\ \hline 1x9 \end{array}$$

17) 정답 ④

$$\text{부등식 } 2^{n+1} < 9n^4$$

$$N=0, S=2, N=1, S=2^2, S=2^3 \text{ 이므로}$$

(가) $[S \leftarrow S \times 2]$ 가 되어야 한다

문제에서 $2^{n+1} < 9n^4$ 이 성립하지 않는 가장 작은 자연수이므로

(나) $[S \geq 9N^4]$ 이 되어야 한다.

이 때, (다) $[N \text{ 인채}]$ 라고 하여야 한다.

18) 정답 ⑤

x, y, z 가 정수일 때 $x^2 + y^2 + z^2 = 1111$ 에서

$x^2 + y^2 + z^2$ 을 8로 나누었을 때의 나머지는

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6중 하나이고 1111을 8로 나누면 나머지가 7이므로

주어진 명제의 등식이 성립하지 않는다.

따라서 주어진 x, y, z 가 모두 정수인 해는 없다.

19) 정답 ⑤

① $\angle CBP$ 와 $\angle PAD$ 는 CD 에 대한 원주각이므로 같다.

② $\triangle EBP$ 와 $\triangle EPC$ 는 서로 닮음이므로

$$\angle EBP = \angle EPC \dots\dots ㉑$$

또한 ①에 의하여 $\angle EBP = \angle PAF \dots\dots ㉒$

$$\angle EPC = \angle APF (\because \text{맞꼭지각})$$

㉑, ㉒에 의하여 $\angle EPC = \angle PAF \dots\dots ㉓$

㉓, ㉓에 의하여 $\angle APF = \angle PAF \dots\dots ㉔$

③ $\angle BCP = \angle FDP (\because \widehat{AB}$ 에 대한 원주각) $\dots\dots ㉕$

$$\angle BCP = \angle EPC = 90^\circ$$

$$\angle APF + \angle FPD = 90^\circ$$

$$\angle EPC = \angle APF$$

$$\therefore \angle BCP = \angle FDP \dots\dots ㉖$$

㉑, ㉒에 의하여 $\angle FPD = \angle FDP$

④ ②에 의하여 $\triangle PAF$ 는 이등변삼각형이므로

$$AF = PF$$

$$\text{③에 의하여 } \overline{PF} = \overline{FD} \quad \therefore \overline{AF} = \overline{FD}$$

⑤ <거짓>

20) 정답 ④

오른쪽 그림에서 붙여 나가는

직각삼각형의 빗변이 선분 AB

와 이루는 각의 크기가 차례로

$30^\circ, 30^\circ \times 2, 30^\circ \times 3, \dots$ 이

되므로, 직각삼각형을 n 개 붙였

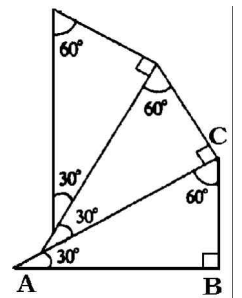
을 때 n 번째의 빗변과

선분 AB 가 이루는 각의 크기는

$$30^\circ \times n \leq 360^\circ$$

$$\therefore n \leq 12$$

따라서 12개까지 붙일 수 있다.



21) 정답 ②

2526년 1월의 달력과 요일 및 날짜의 구성이 같으려면

어떤 주어진 달의 1일부터 그 해 12월 31일까지의

날짜 수가 7의 배수이어야 한다.

3월 1일~12월 31일의 날짜의 수 : 306일

5월 1일~12월 31일의 날짜의 수 : 245일

9월 1일~12월 31일의 날짜의 수 : 184일

8월 1일~12월 31일의 날짜의 수 : 153일

따라서 날짜 수가 7의 배수인 것은 5월이다.

[별해]

526년 1월 1일은 2525년 1월 1일에서 366일 째 되는 날이다. ($366 = 7 \times 52 + 2$)
다시 말해서 7로 나누어 나머지가 2일 째 되는 날이다.
3월 1일 : $31 + 28 + 1 = 60 = 7 \times 8 + 4$
5월 1일 : $60 + 31 + 30 = 121 = 7 \times 17 + 2$
7월 1일 : $121 + 31 + 30 = 182 = 7 \times 26$
8월 1일 : $182 + 31 = 213 = 7 \times 30 + 3$
따라서 5월이 2526년 1월의 달력과 같다.

22) 정답 ④

에너지 증가시 : $a \rightarrow b, c$ (2 지), $b \rightarrow c$ (1가지)
에너지 감소시 : $b \rightarrow a$ (1가지), $c \rightarrow a, b$ (2가지)

단계1 a

단계2 <증가> $a \rightarrow b$ 또는 c (각각 1가지)

단계3 <감소> $b \rightarrow a$

$c \rightarrow b$ 또는 a (각각 1가지)

즉, a (2), b (1)

단계4 <증가> $a \rightarrow b$ 또는 c (각각 2가지)

$b \rightarrow c$ (1가지)

즉, b (2), c (3)

단계5 <감소> $b \rightarrow a$ (2가지)

$c \rightarrow b$ 또는 a (각각 3가지)

즉, a (5), b (3)

단계6 <증가> $a \rightarrow b$ 또는 c (각각 5가지)

$b \rightarrow c$ (3가지)

즉, b (5), c (8)

단계7 <감소> $b \rightarrow a$ (5가지)

$c \rightarrow b$ 또는 a (각각 8가지)

즉, a (13), b (8)

따라서, 가능한 변화 경로의 수는 21가지이다.

23) 정답 ③

제품 B를 각각 x개 y개 만든다고 하고 ㉠, ㉡, ㉢을 좌표평면 위에 나타내면

오른쪽 그림과 같고 ㉠, ㉡의

교점은 $(\frac{80}{3}, \frac{20}{3})$ 이다.

$4x + 3y = k$ 라 하면 x, y는

자연수이므로

점 $(\frac{80}{3}, \frac{20}{3})$ 의 근방의

점 (24, 8), (26, 7), (27, 6)에서 k의 값을 조사해 보면 $x = 27, y = 6$ 일 때 최대이므로

최대 이익은 $4 \times 27 + 3 \times 6 = 126$ (만원)

24) 정답 ①

일등선은 위의 그림과 같이 현 AB에 대한 중심각이

60인 원 C_1 과 30° 인 원 C_2 사이의 부분이다.

원 C_1 의 반지름의 길이는

6이고, 원 C_2 의 반지름의 길이를 r라 하면

를 r라 하면

제이코사인법칙에 의하여

$$r^2 + r^2 - 2r^2 \cos 60^\circ = 6^2$$

$$\therefore r = \frac{36}{2 - 3} = 36(2 + \sqrt{3})$$

원 C_1 의 활꼴의 넓이 S_1 은

$$S_1 = \frac{1}{2} \cdot 6^2 \cdot \frac{5}{3} \pi + \frac{1}{2} \cdot 6^2 \cdot \sin 60^\circ = 30\pi + 9\sqrt{3}$$

원 C_2 의 활꼴의 넓이 S_2 는

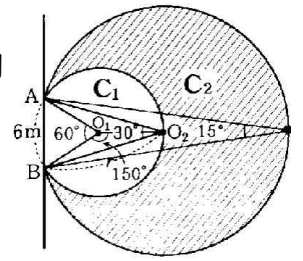
$$S_2 = \frac{1}{2} r^2 \cdot \frac{11}{6} \pi + \frac{1}{2} r^2 \cdot \sin 30^\circ$$

$$= 33(2 + \sqrt{3}) + 9(2 + \sqrt{3})$$

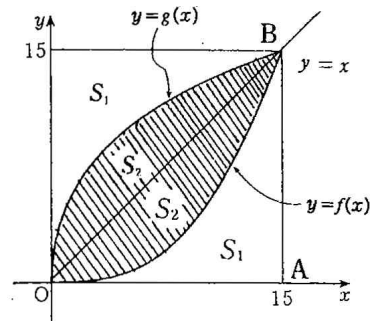
따라서, 구하는 넓이는

$$S_2 - S_1 = 33(2 + \sqrt{3})\pi + 9(2 + \sqrt{3}) - (30\pi + 9\sqrt{3})$$

$$= 3\pi(12 + 11\sqrt{3}) + 18$$



25) 정답 45



함수 $y = g(x)$ 가 함수 $y = f(x)$ 의 역함수이므로 영역은 위의 그림과 같이 분할되고

$$\int_0^{15} f(x) dx = S_1 \text{이다.}$$

주어진 조건에서 $2S_1 : 2S_2 = 2 : 3$ 이므로

$S_1 : S_2 = 2 : 3$ 이다.

그러므로 S_1 은 $\triangle OAB$ 의 넓이의 $\frac{2}{5}$ 이다.

(사각형 OABC 넓이의 $\frac{1}{5}$ 이다.)

$$\therefore S_1 = 15 \times 15 \times \frac{1}{5} = 45$$

26) 정답 18

$$f^{-1}(x) = g(x) \text{이므로 } g^{-1}(x) = f(x)$$

$$(g \circ g \circ g \circ g \circ g)(x) = -3 \text{에서}$$

$$x = (g^{-1} \circ g^{-1} \circ g^{-1} \circ g^{-1} \circ g^{-1})(-3)$$

$$= (f \circ f \circ f \circ f \circ f)(-3)$$

$$= (f \circ f \circ f \circ f)(18)$$

$$= (f \circ f \circ f)(-3) = (f \circ f)(18) = f(-3) = 18$$

27) 정답 1

$a + b^2 = 3ab \cos \gamma$ 의 양변을 ab 로 나누면

$$3 \cos \gamma = \frac{a}{b} + \frac{b}{a}$$

a, b 는 양수이므로 $\frac{a}{b}, \frac{b}{a}$ 도 양수이다.

따라서, 산술-기하평균에 의하여

$$3 \cos \gamma = \frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2 \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 2$$

$$\therefore \cos \gamma \geq \frac{2}{3}$$

$$\therefore \frac{2}{3} \leq \cos \gamma \leq 1$$

또, $\alpha + \beta = \pi - \gamma$ 이므로

$$\sin(\pi + \alpha + \beta) = \sin(2\pi - \gamma) = -\sin \gamma$$

$$\text{준식} = 9 \sin^2 \gamma + 9 \cos \gamma = 9(1 - \cos^2 \gamma) + 9 \cos \gamma$$

$$= -9(\cos^2 \gamma - \cos \gamma) + 9 = -9 \left(\cos \gamma - \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{45}{4}$$

그런데 $\frac{2}{3} \leq \cos \gamma \leq 1$ 이므로

$\cos \gamma = \frac{2}{3}$ 일 때 최대값 11을 갖는다.

28) 정답 72

문제의 정의에서 각 숫자 a_k 의 왼쪽에 있는 수 중에서 a_k 보다 작은 것들의 개수를 t_k ($k=1, 2, 3$)이라 하면

언제나 $s_1 + s_2 + s_3 + t_1 + t_2 + t_3 = 6$ 이 성립하며,

전체적으로 볼 때, 의 각 원소가 배열되는 순서나 위치는 동일한 조건이 된다.

따라서 24개의 $s_1 + s_2 + s_3$ 의 총합과

24개의 $t_1 + t_2 + t_3$ 의 총합은 서로 같다.

$$\therefore s_1 + s_2 + s_3 \quad \text{총합} = \frac{24 \times 6}{2} = 72$$

$$\therefore |(i_1, i_2, i_3, i_4)| \text{의 총합} = 72$$

29) 정답 15

$P = \{x | P(x) = 0\}$, $Q = \{x | Q(x) = 0\}$ 라 하면

$$B = \{(x, y) | (x, y) \in A \text{이고 } x = y\}$$

$$= \{(x, y) | P(x)Q(x) = 0\}$$

$$\therefore n(B) = n(P \cup Q) = n(P) + n(Q) - n(P \cap Q) \\ = 7 + 9 - n(P \cap Q) = 16 - n(P \cap Q) \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

그런데 $n(P \cap Q) = 0$

즉, $P \cap Q = \phi$ 이면 $A = \phi$ 이므로 $n(P \cap Q) \geq 1$

따라서, $\textcircled{1}$ 에서 $n(P \cap Q) = 1$ 일 때,

$n(B)$ 의 최대값은 15이다.

30) 정답 2.44

$$\begin{aligned} \log_{10} 275 &= \log_{10} (11 \times 25) = \log_{10} 11 + \log_{10} \frac{100}{4} \\ &= \log_{10} 11 + 2 - 2 \log_{10} 2 = 1.041 + 2 - (2 \times 0.301) \\ &= 3.041 - 0.602 = 2.439 \approx 2.44 \end{aligned}$$