

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $2^{\frac{3}{2}} \times 4^{-\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 2^{-1} ② $2^{-\frac{1}{2}}$ ③ 1 ④ $2^{\frac{1}{2}}$ ⑤ 2

2. 함수 $f(x) = 2x^3 - x - 4$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$ 의 값은?
[2점]

- ① 19 ② 21 ③ 23 ④ 25 ⑤ 27

3. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$a_2 = 2, \quad a_{10} - a_7 = 9$

일 때, a_7 의 값은? [3점]

- ① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} 7x + a & (x \leq 2) \\ x^2 + ax & (x > 2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

5. $\int_0^2 (2x^3 + 6x^2 - x) dx$ 의 값은? [3점]

- ① 22 ② 24 ③ 26 ④ 28 ⑤ 30

7. 함수 $f(x) = 2x^3 + ax^2 - 4ax$ 가 $x = 1$ 에서 극소일 때,
 $f(x)$ 의 극댓값은? (단, a 는 상수이다.) [3점]

- ① 19 ② 20 ③ 21 ④ 22 ⑤ 23

6. 두 양수 a, b 에 대하여 함수 $f(x) = a \sin \frac{x}{b} + 2$ 의
 최댓값이 5이고 주기가 8π 일 때, $a + b$ 의 값은? [3점]

- ① 6 ② $\frac{25}{4}$ ③ $\frac{13}{2}$ ④ $\frac{27}{4}$ ⑤ 7

8. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$\frac{S_3}{a_1 + 2a_2} = \frac{7}{3}$$

일 때, $\frac{a_8}{a_6}$ 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 9 ③ 16 ④ 25 ⑤ 36

9. 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q가 있다. 시각이 $t(t \geq 0)$ 일 때 두 점 P, Q의 위치가 각각

$$x_1 = 4t^3 - t^2 - 11t, \quad x_2 = 2t^2 + 7t + 3$$

이다. 두 점 P, Q의 속도가 같아지는 순간 두 점 P, Q의 가속도를 각각 p, q 라 할 때, $p - q$ 의 값은? [4점]

- ① 30 ② 33 ③ 36 ④ 39 ⑤ 42

10. 상수 $a(a > 1)$ 에 대하여 직선 $y = 7$ 이 두 곡선

$$y = 16a^x, \quad y = \frac{1}{4}a^x$$
과 만나는 점을 각각 A, B라 하자.

$\overline{AB} = 4$ 일 때, a 의 값은? [4점]

- ① $\sqrt{2}$ ② 2 ③ $2\sqrt{2}$ ④ 4 ⑤ $4\sqrt{2}$

11. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_{-1}^x f(t) dt = xf(x) - 2x^3 - 3x^2 + 6$$

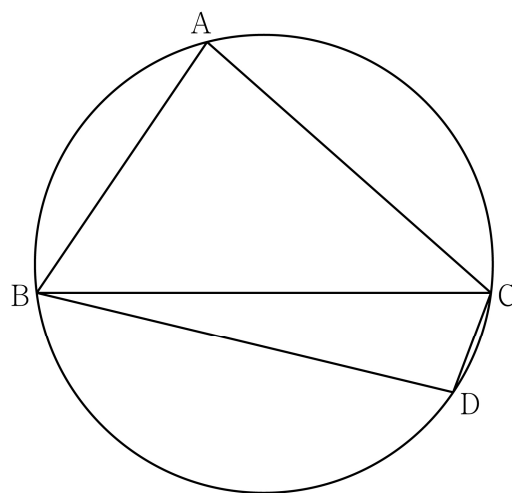
을 만족시킬 때, $f(0)$ 의 값은? [4점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

12. 그림과 같이 $\overline{AB} = 4$, $\overline{AC} = 5$, $\cos(\angle BAC) = \frac{1}{8}$ 인

삼각형 ABC의 외접원에서 점 A를 포함하지 않는 호 BC

위에 점 D가 있다. $\sin(\angle BCD) = \frac{\sqrt{14}}{4}$ 일 때, 선분 BD의 길이는? [4점]



- ① $2\sqrt{7}$ ② $\frac{12\sqrt{5}}{5}$ ③ $\frac{7\sqrt{10}}{4}$
 ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $\frac{9\sqrt{10}}{5}$

13. 최고차항의 계수가 6인 이차함수 $f(x)$ 가

$$f(0) = 0, \quad \int_0^2 f(x) dx = 4$$

를 만족시킨다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?
[4점]

<보 기>

ㄱ. $\int_0^2 |f(x)| dx = 6$

ㄴ. $g(1) = 0$ 인 일차함수 $g(x)$ 에 대하여

$$\int_0^2 (f(x) + g(x)) dx = 4 \text{ 이다.}$$

ㄷ. $k > 6$ 인 각각의 실수 k 에 대하여,

$$\int_0^2 (f(x) + h(x)) dx = 4 \text{ 와 } \int_0^2 |f(x) + h(x)| dx = k$$

를 동시에 만족시키는 일차함수 $h(x)$ 가 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

14. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x) = \begin{cases} 5 & (x \text{가 자연수가 아닌 경우}) \\ \frac{1}{x} & (x \text{가 자연수인 경우}) \end{cases}$$

에 대하여, $\sum_{k=1}^n \frac{f(\sqrt[3]{k})}{5f(k)}$ 의 값이 자연수가 되도록 하는

300 이하의 자연수 n 의 개수는? [4점]

- ① 135 ② 144 ③ 153 ④ 162 ⑤ 171

15. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값은? [4점]

모든 실수 a 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{(2x+1)f(x)}{f(x)+f(x-t)}$$

의 값이 존재하도록 하는 양수 t 의 집합은 $\left\{t \mid t \geq \frac{3}{2}\right\}$ 이다.

- ① $\frac{5}{2}$ ② 5 ③ $\frac{15}{2}$ ④ 10 ⑤ $\frac{25}{2}$

단답형

16. 방정식 $\log_3(x-3) = \log_9(2x-3)$ 을 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

17. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 6x^2 - 2x$ 이고 $f(0) = 10$ 일 때, $f(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 28$ 이고 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} \frac{1}{2}a_n & (a_n \text{이 짝수인 경우}) \\ 2a_n + 12 & (a_n \text{이 홀수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킬 때, a_6 의 값을 구하시오. [3점]

19. 기울기가 8이고 y 절편이 양수인 직선이

곡선 $y = x^3 - 3x^2 - x + 2$ 에 접할 때, 이 직선은 점 $(1, k)$ 를 지난다. k 의 값을 구하시오. [3점]

20. $0 \leq x \leq 2\pi$ 에서 정의된 두 함수

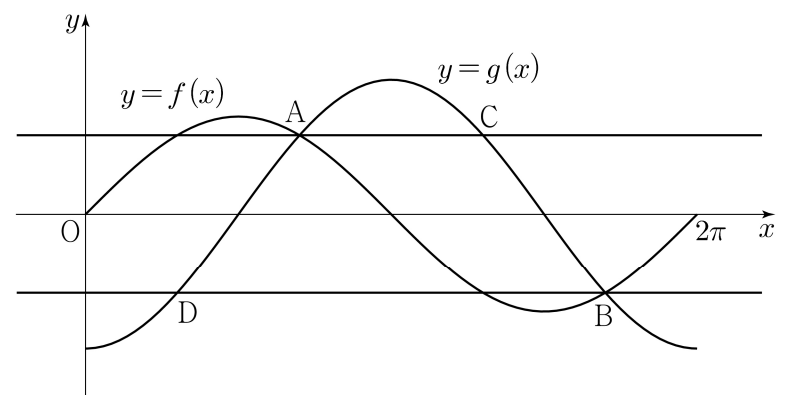
$$f(x) = \sin x, \quad g(x) = -k \cos x \quad (k > 1)$$

이 있다. 두 곡선 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 가 제1사분면에서 만나는 점을 A, 제4사분면에서 만나는 점을 B라 하자. 점 A 를 지나고 x 축에 평행한 직선이 곡선 $y = g(x)$ 와 만나는 점 중 A 가 아닌 점을 C 라 하고, 점 B 를 지나고 x 축에 평행한 직선이 곡선 $y = g(x)$ 와 만나는 점 중 B 가 아닌 점을 D 라 하자. 다음은

$$(\text{삼각형 CDB의 넓이}) : (\text{삼각형 AOD의 넓이}) = 14 : 5$$

일 때, 상수 k 의 값을 구하는 과정의 일부이다.
(단, O 는 원점이다.)

두 곡선 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 는 그림과 같다.



점 A 의 x 좌표를 a 라 하면

두 점 B, D 의 좌표는 다음과 같다.

$$B(\boxed{\text{가}}, -\sin a), \quad D(\boxed{\text{나}}, -\sin a)$$

삼각형 CDB 의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times \overline{DB} \times 2 \sin a$$

이고,

$$(\text{삼각형 AOD의 넓이}) = \frac{5}{14} \times (\text{삼각형 CDB의 넓이})$$

이므로 $a = \boxed{\text{다}}$ 이다. 따라서

$$k = -\tan(\boxed{\text{다}})$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $p(a)$, $q(a)$ 라 하고, (다)에

알맞은 수를 α 라 하자. $3 \times \frac{p(\alpha)}{q(\alpha)}$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(0)$ 의 최댓값과 최솟값의 곱을 구하시오. [4점]

(가) 방정식 $f(x) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.

$$(나) \ g(x) = \begin{cases} -f(x) & (f(x) \geq 0) \\ 7f(x) & (f(x) < 0) \end{cases}$$

일 때, 어떤 실수 a 에 대하여 함수

$$h(x) = g(x) + |(x-1)(x-a)(x-4+a)|$$

가 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

22. 상수 $a(a > 1)$ 과 직사각형 ABCD가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 두 곡선 $y = a^x$, $y = 2x^2 - \frac{7}{2}x + 3$ 은

모두 점 A와 점 B를 지난다.

(나) 두 곡선 $y = \log_a\left(x - \frac{1}{4}\right) - \frac{1}{4}$, $y = 2x^2 - \frac{15}{2}x + \frac{15}{2}$ 는

모두 점 C와 점 D를 지난다.

$a^3 = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\ln(2x+1)}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

24. $\int_0^1 (3x+1)e^x dx$ 의 값은? [3점]

- ① $e+2$ ② $2e$ ③ $e+3$ ④ $2e+1$ ⑤ $2e+2$

25. 정수 k 에 대하여 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항을

$$a_n = \left(\frac{k^2 - 20}{16} \right)^n$$

이라 하자. 수열 $\{a_n\}$ 이 수렴하도록 하는 k 의 개수는? [3점]

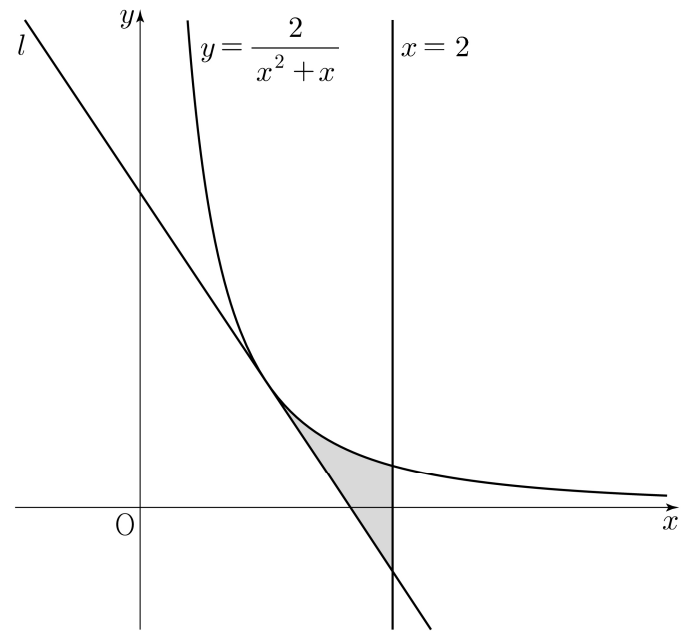
- ① 2 ② 5 ③ 8 ④ 11 ⑤ 14

26. 곡선 $y = \frac{2}{x^2 + x}$ ($x > 0$) 위의 점 $(1, 1)$ 에서의 접선을

l 이라 하자. 곡선 $y = \frac{2}{x^2 + x}$ ($x > 0$)과 직선 l 및

직선 $x = 2$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ① $2\ln\frac{4}{3} - \frac{1}{3}$ ② $2\ln\frac{4}{3} - \frac{1}{4}$ ③ $2\ln\frac{4}{3} - \frac{1}{8}$
 ④ $2\ln\frac{3}{2} - \frac{1}{4}$ ⑤ $2\ln\frac{3}{2} - \frac{1}{8}$



27. 함수 $f(x) = (\ln x)^3 - 3 \ln x$ 에 대하여

$x \geq -2$ 에서 정의된 함수 $g(x)$ 는 $x > -2$ 에서 미분가능하고
 $t \geq e$ 인 모든 실수 t 에 대하여 $g(f(t)) = t^2$ 을 만족시킨다.

$x > \frac{1}{e}$ 에서 정의된 함수 $h(x) = g(f(x))$ 에 대하여 $h'(1)$ 의 값은?

[3점]

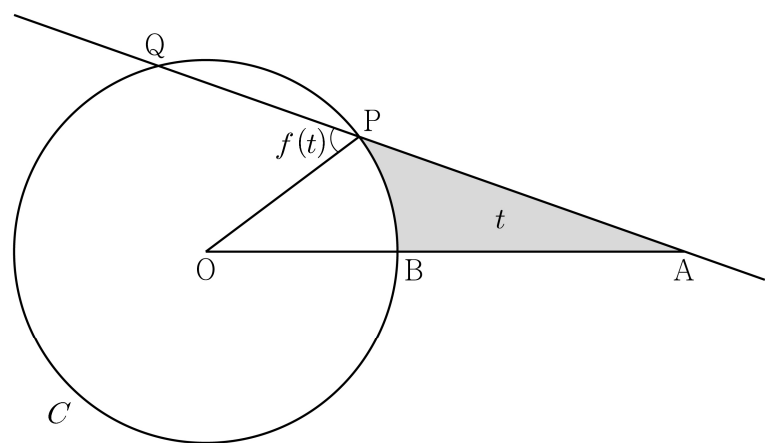
- ① $-\frac{e^{2\sqrt{3}}}{3}$ ② $-\frac{2e^{2\sqrt{3}}}{5}$ ③ $-\frac{e^{2\sqrt{3}}}{2}$
 ④ $-\frac{2e^{2\sqrt{3}}}{3}$ ⑤ $-e^{2\sqrt{3}}$

28. 점 O 를 중심으로 하고 반지름의 길이가 2인 원 C 가 있다.

$\overline{OA} = 5$ 인 점 A 에 대하여 선분 OA 와 원 C 가 만나는 점을
 B 라 하자. 점 A 를 지나고 점 O 를 지나지 않는 직선이
 원 C 와 서로 다른 두 점에서 만날 때, 두 점을
 P, Q ($\overline{AP} < \overline{AQ}$)라 하자. 점 Q 를 포함하지 않는 호 BP 와
 두 선분 AB, AP 로 둘러싸인 도형의 넓이를 t 라 할 때,
 $\angle OPQ = f(t)$ 라 하면 $f(t)$ 는 미분가능한 함수이다.

$\tan f(k) = \frac{3}{2}$ 인 실수 k 에 대하여 $f'(k)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{7}{13}$ ② $\frac{15}{26}$ ③ $\frac{8}{13}$ ④ $\frac{17}{26}$ ⑤ $\frac{9}{13}$



단답형

29. 수열 $\{a_n\}$ 은 등비수열이고, 수열 $\{b_n\}$ 을 모든 자연수 n 에 대하여

$$b_n = \begin{cases} a_n - a_1 & (|a_n| \geq 10) \\ (a_n)^2 & (|a_n| < 10) \end{cases}$$

이라 하자. 수열 $\{b_n\}$ 은 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \quad (b_2)^2 = 36b_3$$

(나) 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 은 수렴하고 그 합은 12이다.

$a_1 > 0$ 이고 $a_2 < 0$ 일 때, $36 \times a_4 \times a_6$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 함수 $f(x) = 2^{2x + \frac{1}{2} \cos \pi x}$ 의 역함수 $g(x)$ 는 양의 실수 전체의 집합에서 연속인 도함수를 갖는다.

$$\frac{1}{4} \int_{f(1)}^{f(3)} g(x) dx + \int_{f(0)}^{f(2)} \frac{2^{4g(x)} g'(x)}{x} dx = \frac{q}{p} \sqrt{2}$$

일 때, $p + q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.