

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $2^{\frac{3}{2}} \times 4^{-\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 2^{-1} ② $2^{-\frac{1}{2}}$ ③ 1 ④ $2^{\frac{1}{2}}$ ⑤ 2

2. 함수 $f(x) = 2x^3 - x - 4$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$ 의 값은?
[2점]

- ① 19 ② 21 ③ 23 ④ 25 ⑤ 27

3. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$a_2 = 2, \quad a_{10} - a_7 = 9$

일 때, a_7 의 값은? [3점]

- ① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} 7x + a & (x \leq 2) \\ x^2 + ax & (x > 2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

5. $\int_0^2 (2x^3 + 6x^2 - x) dx$ 의 값은? [3점]

- ① 22 ② 24 ③ 26 ④ 28 ⑤ 30

7. 함수 $f(x) = 2x^3 + ax^2 - 4ax$ 가 $x = 1$ 에서 극소일 때,
 $f(x)$ 의 극댓값은? (단, a 는 상수이다.) [3점]

- ① 19 ② 20 ③ 21 ④ 22 ⑤ 23

6. 두 양수 a, b 에 대하여 함수 $f(x) = a \sin \frac{x}{b} + 2$ 의
 최댓값이 5이고 주기가 8π 일 때, $a + b$ 의 값은? [3점]

- ① 6 ② $\frac{25}{4}$ ③ $\frac{13}{2}$ ④ $\frac{27}{4}$ ⑤ 7

8. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$\frac{S_3}{a_1 + 2a_2} = \frac{7}{3}$$

일 때, $\frac{a_8}{a_6}$ 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 9 ③ 16 ④ 25 ⑤ 36

9. 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q가 있다. 시각이 $t(t \geq 0)$ 일 때 두 점 P, Q의 위치가 각각

$$x_1 = 4t^3 - t^2 - 11t, \quad x_2 = 2t^2 + 7t + 3$$

이다. 두 점 P, Q의 속도가 같아지는 순간 두 점 P, Q의 가속도를 각각 p, q 라 할 때, $p - q$ 의 값은? [4점]

- ① 30 ② 33 ③ 36 ④ 39 ⑤ 42

10. 상수 $a(a > 1)$ 에 대하여 직선 $y = 7$ 이 두 곡선

$$y = 16a^x, \quad y = \frac{1}{4}a^x$$
과 만나는 점을 각각 A, B라 하자.

$\overline{AB} = 4$ 일 때, a 의 값은? [4점]

- ① $\sqrt{2}$ ② 2 ③ $2\sqrt{2}$ ④ 4 ⑤ $4\sqrt{2}$

11. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

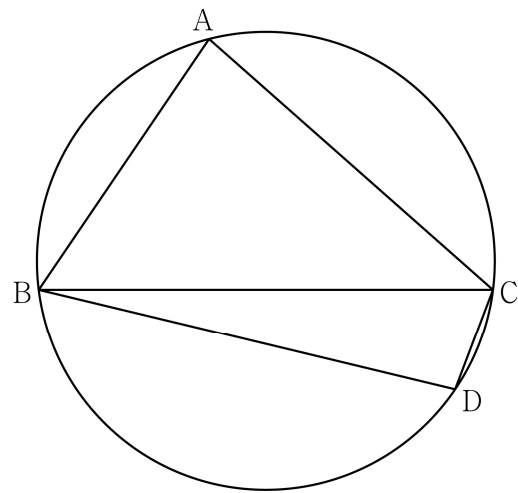
$$\int_{-1}^x f(t) dt = xf(x) - 2x^3 - 3x^2 + 6$$

을 만족시킬 때, $f(0)$ 의 값은? [4점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

12. 그림과 같이 $\overline{AB} = 4$, $\overline{AC} = 5$, $\cos(\angle BAC) = \frac{1}{8}$ 인

삼각형 ABC의 외접원에서 점 A를 포함하지 않는 호 BC 위에 점 D가 있다. $\sin(\angle BCD) = \frac{\sqrt{14}}{4}$ 일 때, 선분 BD의 길이는? [4점]



- ① $2\sqrt{7}$ ② $\frac{12\sqrt{5}}{5}$ ③ $\frac{7\sqrt{10}}{4}$
 ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $\frac{9\sqrt{10}}{5}$

13. 최고차항의 계수가 6인 이차함수 $f(x)$ 가

$$f(0) = 0, \quad \int_0^2 f(x) dx = 4$$

를 만족시킨다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?
[4점]

<보 기>

ㄱ. $\int_0^2 |f(x)| dx = 6$

ㄴ. $g(1) = 0$ 인 일차함수 $g(x)$ 에 대하여

$$\int_0^2 (f(x) + g(x)) dx = 4 \text{ 이다.}$$

ㄷ. $k > 6$ 인 각각의 실수 k 에 대하여,

$$\int_0^2 (f(x) + h(x)) dx = 4 \text{ 와 } \int_0^2 |f(x) + h(x)| dx = k$$

를 동시에 만족시키는 일차함수 $h(x)$ 가 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

14. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x) = \begin{cases} 5 & (x \text{가 자연수가 아닌 경우}) \\ \frac{1}{x} & (x \text{가 자연수인 경우}) \end{cases}$$

에 대하여, $\sum_{k=1}^n \frac{f(\sqrt[3]{k})}{5f(k)}$ 의 값이 자연수가 되도록 하는

300 이하의 자연수 n 의 개수는? [4점]

- ① 135 ② 144 ③ 153 ④ 162 ⑤ 171

15. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값은? [4점]

모든 실수 a 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{(2x+1)f(x)}{f(x)+f(x-t)}$$

의 값이 존재하도록 하는 양수 t 의 집합은 $\left\{t \mid t \geq \frac{3}{2}\right\}$ 이다.

- ① $\frac{5}{2}$ ② 5 ③ $\frac{15}{2}$ ④ 10 ⑤ $\frac{25}{2}$

단답형

16. 방정식 $\log_3(x-3) = \log_9(2x-3)$ 을 만족시키는 실수 x 의 값을 구하십시오. [3점]

17. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 6x^2 - 2x$ 이고 $f(0) = 10$ 일 때, $f(1)$ 의 값을 구하십시오. [3점]

18. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 28$ 이고 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} \frac{1}{2}a_n & (a_n \text{이 짝수인 경우}) \\ 2a_n + 12 & (a_n \text{이 홀수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킬 때, a_6 의 값을 구하시오. [3점]

19. 기울기가 8이고 y 절편이 양수인 직선이

곡선 $y = x^3 - 3x^2 - x + 2$ 에 접할 때, 이 직선은 점 $(1, k)$ 를 지난다. k 의 값을 구하시오. [3점]

20. $0 \leq x \leq 2\pi$ 에서 정의된 두 함수

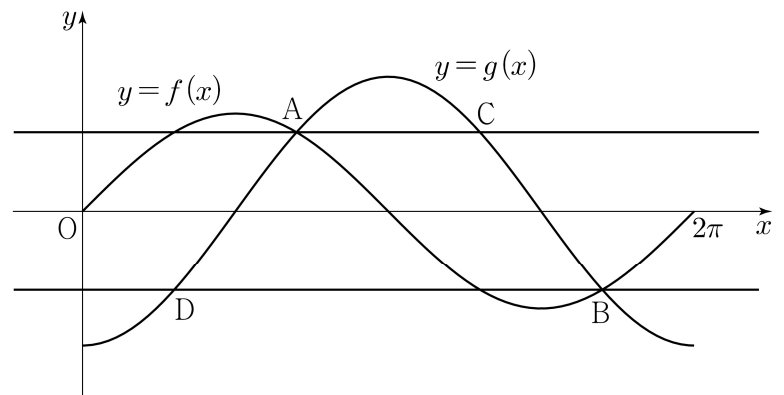
$$f(x) = \sin x, \quad g(x) = -k \cos x \quad (k > 1)$$

이 있다. 두 곡선 $y=f(x)$ 와 $y=g(x)$ 가 제1사분면에서 만나는 점을 A, 제4사분면에서 만나는 점을 B라 하자. 점 A를 지나고 x 축에 평행한 직선이 곡선 $y=g(x)$ 와 만나는 점 중 A가 아닌 점을 C라 하고, 점 B를 지나고 x 축에 평행한 직선이 곡선 $y=g(x)$ 와 만나는 점 중 B가 아닌 점을 D라 하자. 다음은

$$(\text{삼각형 CDB의 넓이}) : (\text{삼각형 AOD의 넓이}) = 14 : 5$$

일 때, 상수 k 의 값을 구하는 과정의 일부이다.
(단, O는 원점이다.)

두 곡선 $y=f(x)$ 와 $y=g(x)$ 는 그림과 같다.



점 A의 x 좌표를 a 라 하면

두 점 B, D의 좌표는 다음과 같다.

$$B(\boxed{\text{가}}, -\sin a), \quad D(\boxed{\text{나}}, -\sin a)$$

삼각형 CDB의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times \overline{DB} \times 2 \sin a$$

이고,

$$(\text{삼각형 AOD의 넓이}) = \frac{5}{14} \times (\text{삼각형 CDB의 넓이})$$

이므로 $a = \boxed{\text{다}}$ 이다. 따라서

$$k = -\tan(\boxed{\text{다}})$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $p(a)$, $q(a)$ 라 하고, (다)에

알맞은 수를 α 라 하자. $3 \times \frac{p(\alpha)}{q(\alpha)}$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(0)$ 의 최댓값과 최솟값의 곱을 구하시오. [4점]

(가) 방정식 $f(x) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.

$$(나) \ g(x) = \begin{cases} -f(x) & (f(x) \geq 0) \\ 7f(x) & (f(x) < 0) \end{cases}$$

일 때, 어떤 실수 a 에 대하여 함수

$$h(x) = g(x) + |(x-1)(x-a)(x-4+a)|$$

가 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

22. 상수 $a(a > 1)$ 과 직사각형 ABCD가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 두 곡선 $y = a^x$, $y = 2x^2 - \frac{7}{2}x + 3$ 은

모두 점 A와 점 B를 지난다.

(나) 두 곡선 $y = \log_a\left(x - \frac{1}{4}\right) - \frac{1}{4}$, $y = 2x^2 - \frac{15}{2}x + \frac{15}{2}$ 는

모두 점 C와 점 D를 지난다.

$a^3 = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(기하)

5지선다형

23. 두 벡터 $\vec{a} = (k, 2)$, $\vec{b} = (k, 3)$ 에 대하여 $2\vec{a} + \vec{b}$ 의 모든
성분의 합이 10일 때, k 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

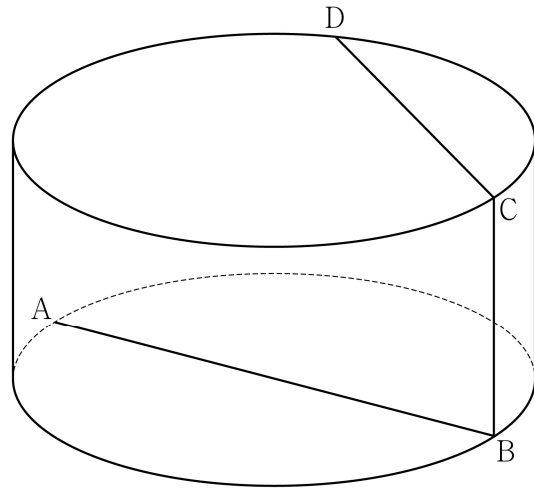
24. 좌표공간의 두 점 $A(a, -4, 0)$, $B(6, b, 5)$ 에 대하여
선분 AB 를 3 : 2로 내분하는 점의 좌표가 $(4, -1, 3)$ 일 때,
 $a + b$ 의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

25. 두 초점이 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$)이고 단축의 길이가 6인 타원이 점 $(4, \sqrt{5})$ 를 지날 때, 선분 FF' 의 길이는? [3점]

- ① $4\sqrt{2}$ ② $4\sqrt{3}$ ③ $6\sqrt{2}$ ④ $6\sqrt{3}$ ⑤ $8\sqrt{2}$

26. 그림과 같이 밑면의 지름의 길이가 6, 높이가 3인 원기둥이 있다. 선분 AB 는 이 원기둥의 한 밑면의 지름이고, C, D 는 다른 밑면의 둘레 위의 서로 다른 두 점이다. $\overline{BC} = 3$, $\overline{CD} = 2\sqrt{6}$ 일 때, 삼각형 ABD 의 넓이는? [3점]



- ① $3\sqrt{13}$ ② $3\sqrt{14}$ ③ $3\sqrt{15}$ ④ 12 ⑤ $3\sqrt{17}$

27. 양수 p 에 대하여 포물선 $y^2 = 4px$ 위에 있는 제1사분면 위의 점 중 초점까지의 거리가 $3p$ 인 점을 A 라 하자. 포물선 위의 점 A 에서의 접선을 l 이라 할 때, 직선 l 이 y 축과 만나는 점을 B , 직선 l 과 수직이고 점 A 를 지나는 직선이 y 축과 만나는 점을 C 라 하자. 삼각형 ACB 의 넓이가 $16\sqrt{2}$ 일 때, p 의 값은? [3점]

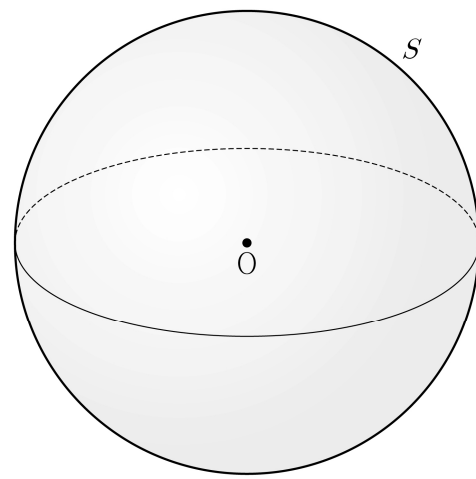
- ① $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ② $\sqrt{3}$ ③ $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ ④ $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $2\sqrt{3}$

28. 좌표공간에 점 O 를 중심으로 하고 반지름의 길이가 3인 구 S 위의 서로 다른 네 점 A, B, C, D 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 직선 OD 와 평면 ABC 는 서로 평행하다.
 (나) $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{BC} = \overline{BD} = \overline{CD}$

삼각형 OAB 의 평면 OAC 위로의 정사영의 넓이는? [4점]

- ① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ ③ $\sqrt{2}$ ④ $\frac{5\sqrt{2}}{4}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{2}}{2}$



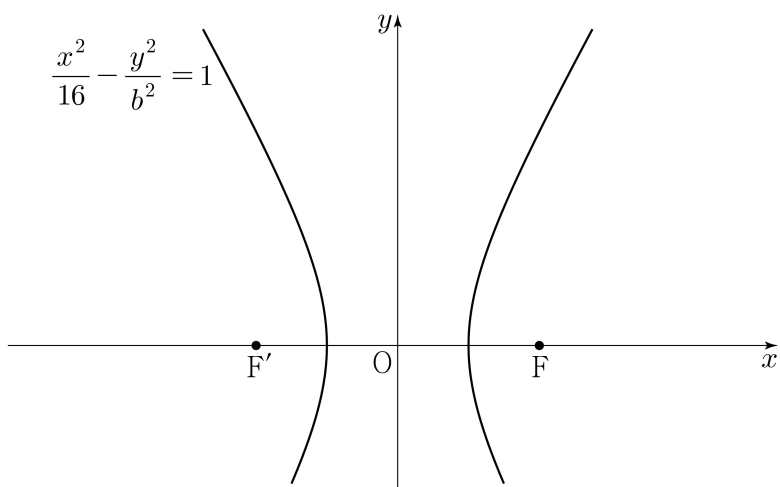
단답형

29. 두 초점이 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$)인 쌍곡선

$$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (b > 0)$$

이 있다. 점 $P(0, p)$ ($p > 0$)에 대하여

이 쌍곡선과 두 선분 PF , PF' 이 만나는 점을 각각 A , B 라 할 때, 두 초점이 A , B 인 타원이 두 점 F , P 를 지난다. 점 P 를 지나고 x 축에 평행한 직선이 직선 AF' 과 만나는 점을 C 라 하자. $\angle APF' = \angle APC$ 일 때, 삼각형 ACP 의 둘레의 길이를 구하시오. [4점]



30. 평면 α 위에 있는 사다리꼴 $ABCD$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \quad \overline{AB} = 24, \quad \overline{AD} = \overline{BC} = 13\sqrt{2}, \quad \angle ABC = \angle BAD < \frac{\pi}{2}$$

$$(나) \quad \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC}$$

$\overrightarrow{XA} \cdot \overrightarrow{XD} = \overrightarrow{XB} \cdot \overrightarrow{XC} = 0$ 을 만족시키는 평면 α 위의 모든 점 X 에 대하여 $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AX}$ 의 값의 합을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.