

제 2 교시

수학 영역(A형)

짜수형

5지선다형

1. $8^{\frac{2}{3}} \times 9^{\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

2. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $A+2B$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

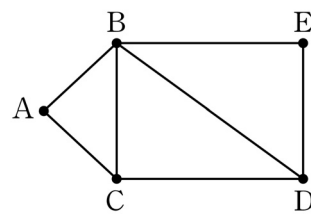
- ① 12 ② 11 ③ 10 ④ 9 ⑤ 8

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 \times 3^{n+1} + 5}{3^n}$ 의 값은? [2점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

4. 그래프와 그 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬이 다음과 같을 때, $a+b+c+d+e$ 의 값은?

[3점]



$$\begin{matrix} & A & B & C & D & E \\ \begin{matrix} A \\ B \\ C \\ D \\ E \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & a \\ 1 & 0 & 1 & b & 1 \\ 1 & 1 & c & 1 & 0 \\ 0 & d & 1 & 0 & 1 \\ e & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 함수 $f(x) = 2x^2 + ax$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = 6$ 일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

7. 두 사건 A, B 가 서로 독립이고 $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{3}$ 일 때, $P(A \cap B^C)$ 의 값은? (단, B^C 은 B 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{8}{27}$ ③ $\frac{7}{27}$ ④ $\frac{2}{9}$ ⑤ $\frac{5}{27}$

6. 첫째항이 6이고 공차가 d 인 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때,

$$\frac{a_8 - a_6}{S_8 - S_6} = 2$$

가 성립한다. d 의 값은? [3점]

- ① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

8. 곡선 $y = x^2 - 4x + 3$ 과 직선 $y = 3$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ① $\frac{34}{3}$ ② 11 ③ $\frac{32}{3}$ ④ $\frac{31}{3}$ ⑤ 10

9. 확률변수 X 가 이항분포 $B(9, p)$ 를 따르고 $\{E(X)\}^2 = V(X)$ 일 때, p 의 값은? (단, $0 < p < 1$) [3점]

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{10}$ ③ $\frac{1}{11}$ ④ $\frac{1}{12}$ ⑤ $\frac{1}{13}$

10. 단면의 반지름의 길이가 $R(R < 1)$ 인 원기둥 모양의 어느 급수관에 물이 가득 차 흐르고 있다. 이 급수관의 단면의 중심에서의 물의 속력을 v_c , 급수관의 벽면으로부터 중심 방향으로 $x(0 < x \leq R)$ 만큼 떨어진 지점에서의 물의 속력을 v 라 하면 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

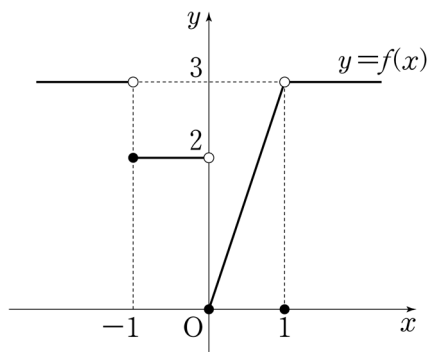
$$\frac{v_c}{v} = 1 - k \log \frac{x}{R}$$

(단, k 는 양의 상수이고, 길이의 단위는 m, 속력의 단위는 m/초이다.)

$R < 1$ 인 이 급수관의 벽면으로부터 중심 방향으로 $R^{\frac{27}{23}}$ 만큼 떨어진 지점에서의 물의 속력이 중심에서의 물의 속력의 $\frac{1}{2}$ 일 때, 급수관의 벽면으로부터 중심 방향으로 R^a 만큼 떨어진 지점에서의 물의 속력이 중심에서의 물의 속력의 $\frac{1}{3}$ 이다. a 의 값은? [3점]

- ① $\frac{31}{23}$ ② $\frac{33}{23}$ ③ $\frac{35}{23}$ ④ $\frac{37}{23}$ ⑤ $\frac{39}{23}$

11. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1-0} f(x) + \lim_{x \rightarrow +0} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

12. 어느 약품 회사가 생산하는 약품 1병의 용량은 평균이 m , 표준편차가 10인 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사가 생산한 약품 중에서 임의로 추출한 25명의 용량의 표본평균이 2000 이상일 확률이 0.9772일 때, m 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, 용량의 단위는 mL이다.) [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938
3.0	0.4987

- ① 2003 ② 2004 ③ 2005 ④ 2006 ⑤ 2007

[13~14] 자연수 n 에 대하여 $f(n)$ 이 다음과 같다.

$$f(n)=\begin{cases} \log_3 n & (n\text{이 홀수}) \\ \log_2 n & (n\text{이 짝수}) \end{cases}$$

13번과 14번의 두 물음에 답하시오.

13. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_n=f(6^n)-f(3^n)$ 일 때, $\sum_{n=1}^{15}a_n$ 의 값은? [3점]

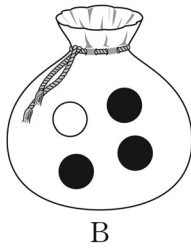
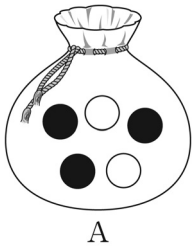
- ① $120(\log_2 3-1)$
- ② $105\log_3 2$
- ③ $105\log_2 3$
- ④ $120\log_2 3$
- ⑤ $120(\log_3 2+1)$

14. 20 이하의 두 자연수 m, n 에 대하여 $f(mn)=f(m)+f(n)$ 을 만족시키는 순서쌍 (m, n) 의 개수는?
[4점]

- ① 220
- ② 230
- ③ 240
- ④ 250
- ⑤ 260

15. 주머니 A에는 흰 공 2개와 검은 공 3개가 들어 있고, 주머니 B에는 흰 공 1개와 검은 공 3개가 들어 있다. 주머니 A에서 임의로 1개의 공을 꺼내어 흰 공이면 흰 공 2개를 주머니 B에 넣고 검은 공이면 검은 공 2개를 주머니 B에 넣은 후, 주머니 B에서 임의로 1개의 공을 꺼낼 때 꺼낸 공이 흰 공일 확률은? [4점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{7}{30}$ ④ $\frac{4}{15}$ ⑤ $\frac{3}{10}$



16. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 10$ 이고

$$(a_{n+1})^n = 10(a_n)^{n+1} \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

주어진 식의 양변에 상용로그를 취하면

$$n \log a_{n+1} = (n+1) \log a_n + 1$$

이다. 양변을 $n(n+1)$ 로 나누면

$$\frac{\log a_{n+1}}{n+1} = \frac{\log a_n}{n} + \boxed{\text{(가)}}$$

이다. $b_n = \frac{\log a_n}{n}$ 이라 하면 $b_1 = 1$ 이고

$$b_{n+1} = b_n + \boxed{\text{(가)}}$$

이다. 수열 $\{b_n\}$ 의 일반항을 구하면

$$b_n = \boxed{\text{(나)}}$$

이므로

$$\log a_n = n \times \boxed{\text{(나)}}$$

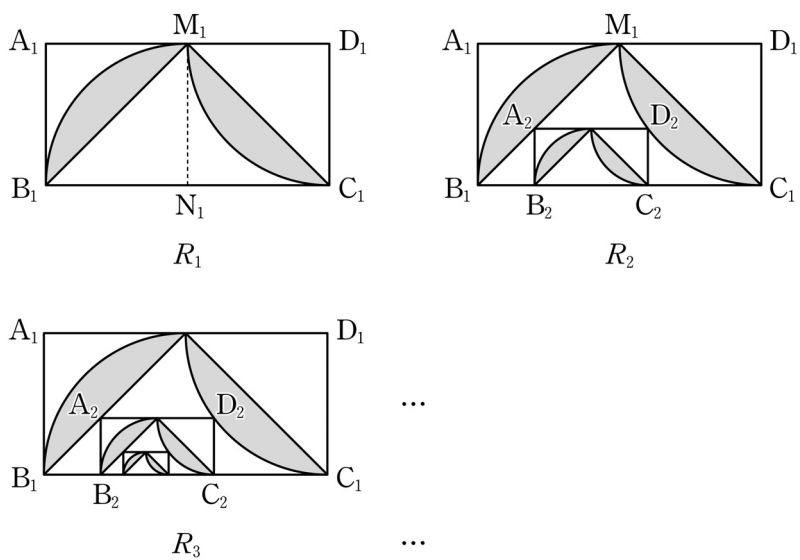
이다. 그러므로 $a_n = 10^{n \times \boxed{\text{(나)}}}$ 이다.

위의 (가)와 (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$ 과 $g(n)$ 이라 할 때,

$\frac{g(10)}{f(4)}$ 의 값은? [4점]

- ① 38 ② 40 ③ 42 ④ 44 ⑤ 46

17. 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 에서 $\overline{A_1B_1}=1$, $\overline{A_1D_1}=2$ 이다. 그림과 같이 선분 A_1D_1 과 선분 B_1C_1 의 중점을 각각 M_1 , N_1 이라 하자. 중심이 N_1 , 반지름의 길이가 $\overline{B_1N_1}$ 이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 $N_1M_1B_1$ 을 그리고, 중심이 D_1 , 반지름의 길이가 $\overline{C_1D_1}$ 이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 $D_1M_1C_1$ 을 그린다. 부채꼴 $N_1M_1B_1$ 의 호 M_1B_1 과 선분 M_1B_1 로 둘러싸인 부분과 부채꼴 $D_1M_1C_1$ 의 호 M_1C_1 과 선분 M_1C_1 로 둘러싸인 부분인  모양에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자. 그림 R_1 에 선분 M_1B_1 위의 점 A_2 , 호 M_1C_1 위의 점 D_2 와 변 B_1C_1 위의 두 점 B_2 , C_2 를 꼭짓점으로 하고 $\overline{A_2B_2}:\overline{A_2D_2}=1:2$ 인 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 를 그리고, 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 에서 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는  모양에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{25}{19}\left(\frac{\pi}{2}-1\right)$ ② $\frac{5}{4}\left(\frac{\pi}{2}-1\right)$ ③ $\frac{25}{21}\left(\frac{\pi}{2}-1\right)$
 ④ $\frac{25}{22}\left(\frac{\pi}{2}-1\right)$ ⑤ $\frac{25}{23}\left(\frac{\pi}{2}-1\right)$

18. 흰색 탁구공 8개와 주황색 탁구공 7개를 3명의 학생에게 남김없이 나누어 주려고 한다. 각 학생이 흰색 탁구공과 주황색 탁구공을 각각 한 개 이상 갖도록 나누어 주는 경우의 수는? [4점]

- ① 295 ② 300 ③ 305 ④ 310 ⑤ 315

19. 두 이차정사각행렬 A, B 가

$$AB + A^2B = E, \quad (A - E)^2 + B^2 = O$$

를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, E 는 단위행렬이고, O 는 영행렬이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. B 의 역행렬이 존재한다.

ㄴ. $AB = BA$

ㄷ. $(A^3 - A)^2 + E = O$

- ① ㄴ

② ㄷ

③ ㄱ, ㄴ

④ ㄱ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 양의 실수 x 에 대하여 $\log x$ 의 지표와 가수를 각각

$f(x), g(x)$ 라 하자. 자연수 n 에 대하여

$f(x) - (n+1)g(x) = n$ 을 만족시키는 모든 x 의 값의 곱을

a_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log a_n}{n^2}$ 의 값은? [4점]

- ① 1

② $\frac{3}{2}$

③ 2

④ $\frac{5}{2}$

⑤ 3

21. 좌표평면에서 삼차함수 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ 와 실수 t 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(t, f(t))$ 에서의 접선이 y 축과 만나는 점을 P 라 할 때, 원점에서 점 P 까지의 거리를 $g(t)$ 라 하자. 함수 $f(x)$ 와 함수 $g(t)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(1) = 2$
(나) 함수 $g(t)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

$f(3)$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

- ① 21 ② 24 ③ 27 ④ 30 ⑤ 33

단답형

22. $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{2x+9}$ 의 값을 구하십시오. [3점]

23. 실수 a 에 대하여 $\int_{-a}^a (3x^2 + 2x) dx = \frac{1}{4}$ 일 때, $50a$ 의 값을 구하십시오. [3점]

24. 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \ a_1 = a_2 + 3$$

$$(나) \ a_{n+1} = -2a_n \ (n \geq 1)$$

a_9 의 값을 구하시오. [3점]

25. 함수 $f(x) = 2x^3 - 12x^2 + ax - 4$ 가 $x = 1$ 에서 극댓값 M 을 가질 때, $a + M$ 의 값을 구하시오. (단, a 는 상수이다.) [3점]

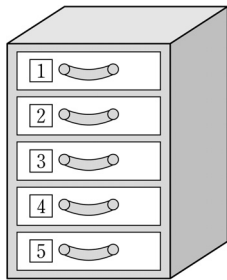
26. x, y 에 대한 연립일차방정식

$$\begin{pmatrix} 5 & a \\ a & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + 5y \\ 6x + y \end{pmatrix}$$

가 $x = 0, y = 0$ 이외의 해를 갖도록 하는 모든 실수 a 의 값의 합을 구하시오. [4점]

27. 1부터 5까지의 자연수가 각각 하나씩 적혀 있는 5개의 서랍이 있다. 5개의 서랍 중 영희에게 임의로 2개를 배정해 주려고 한다. 영희에게 배정되는 서랍에 적혀 있는 자연수 중 작은 수를 확률변수 X 라 할 때, $E(10X)$ 의 값을 구하시오.

[4점]



28. 함수

$$f(x)=\begin{cases} x+1 & (x\leq 0) \\ -\frac{1}{2}x+7 & (x>0) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $f(x)f(x-a)$ 가 $x=a$ 에서 연속이 되도록 하는 모든 실수 a 의 값의 합을 구하시오. [4점]

29. 함수 $f(x) = 3x^2 - ax$ 가

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f\left(\frac{3k}{n}\right) = f(1)$$

을 만족시킬 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [4점]

30. 좌표평면에서 $a > 1$ 인 자연수 a 에 대하여 두 곡선

$y = 4^x$, $y = a^{-x+4}$ 과 직선 $y = 1$ 로 둘러싸인 영역의 내부 또는 그 경계에 포함되고 x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점의 개수가 20 이상 40 이하가 되도록 하는 a 의 개수를 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.