

(홀수형)

2008학년도 대학수학능력시험 (수리영역-가형) 정답 및 해설

1.

$$\begin{aligned} & 8^{\frac{2}{3}} + \log_2 8 \\ &= (2^3)^{\frac{2}{3}} + \log_2 2^3 \\ &= 2^2 + 3 \\ &= 7 \end{aligned}$$

답 ③

2.

$$\begin{aligned} X &= 2B - A \\ &= \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

답 ①

3.

$f(x)$ 는 $x=3$ 에서 연속이므로
 $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = f(3)$ 이어야 한다.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 3} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{x - 3} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+4)}{x-3} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} (x+4) \\ &= 7 \\ \therefore f(3) &= a = 7 \end{aligned}$$

답 ④

4.

$$f(x) = A(x+3), g(x) = B(x+3)$$

(A, B 는 서로소인 두 일차식)으로 놓으면

$$L = AB(x+3) = x(x+3)(x-4) \text{ 에서}$$

$$A = x, B = x-4$$

$$\text{또는 } A = x-4, B = x$$

$$\frac{1}{f(x)} + \frac{1}{g(x)} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{B+A}{L} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+x-4}{x(x+3)(x-4)} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow 2(x-2)x(x+3)(x-4) \leq 0,$$

$$x \neq -3, x \neq 0, x \neq 4$$

$$\Leftrightarrow -3 < x < 0, 2 \leq x < 4$$

따라서, 정수 x 는 $-2, -1, 2, 3$ 의 4개이다.

답 ④

5.

$y = \log_2(x+a) + b$ 의 점근선은

$$x = -a,$$

포물선 $y^2 = x$ 의 준선은

$$x = -\frac{1}{4} \text{ 이므로}$$

$$a = \frac{1}{4}$$

$$y = \log_2(x+a) + b \text{ 가}$$

$y^2 = x$ 의 초점 $(\frac{1}{4}, 0)$ 을 지나므로

$$0 = \log_2\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\right) + b$$

$$= \log_2 \frac{1}{2} + b$$

$$= -1 + b$$

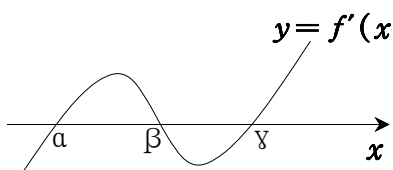
$$\therefore b = 1$$

$$\therefore a+b=\frac{5}{4}$$

답 ①

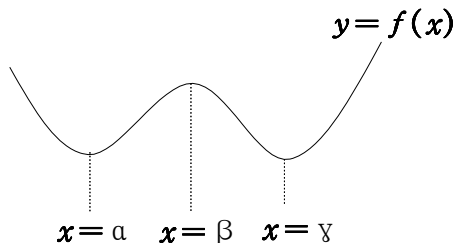
6.

ㄱ. $f'(x)=0$ 은 최고차항의 계수가 양수인 삼차방정식이므로, 서로 다른 세 실근을 가지므로 $y=f'(x)$ 의 그래프의 개형은 다음과 같다.



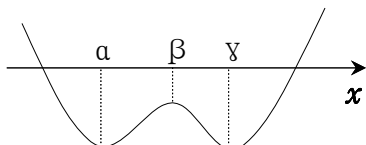
$x=\beta$ 의 좌우에서 $f'(x)$ 의 부호가 양에서 음으로 바뀌므로 $f(x)$ 는 $x=\beta$ 에서 극대값을 갖는다. (참)

ㄴ. 사차함수 $y=f(x)$ 의 그래프의 개형은 다음과 같다.

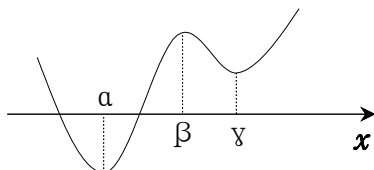


따라서, $f(a)f(\beta)f(\gamma)<0$ 인 경우는 다음과 같다.

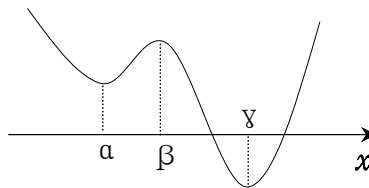
$$(i) f(a)<0, f(\beta)<0, f(\gamma)<0$$



$$(ii) f(a)<0, f(\beta)>0, f(\gamma)>0$$



$$(iii) f(a)>0, f(\beta)>0, f(\gamma)<0$$



그러므로 방정식 $f(x)=0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다. (참)

ㄷ. ㄴ의 (iii)에서 방정식 $f(x)=0$ 의 두 실근은 모두 β 보다 크다. (거짓)

따라서, 보기 중 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

답 ③

7.

점 P 의 좌표를 $(3, t, 1)$ (t 는 실수)로 놓으면

$$\begin{aligned}\overline{OP} &= \sqrt{3^2 + t^2 + 1^2} \\ &= \sqrt{t^2 + 10}\end{aligned}$$

이므로

$t=0$ 일 때, $\overline{OP}$ 의 최소값은 $\sqrt{10}$ 이다.

답 ②

8.

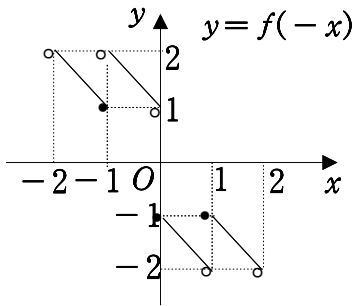
$$\text{ㄱ. } \lim_{x \rightarrow -0} f(x) = -1, \lim_{x \rightarrow +0} f(x) = 1 \text{ 이므로}$$

$\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 는 존재하지 않는다. (거짓)

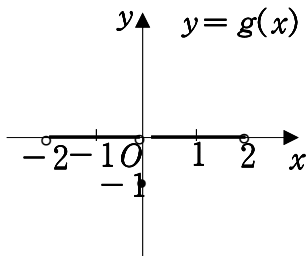
ㄴ. $y=f(-x)$ 의 그래프는 $y=f(x)$ 의 그래프를 y 축에 대하여 대칭이동한 것이므로 다음과 같다.

(홀수형)

2008학년도 대학수학능력시험 (수리영역-가형) 정답 및 해설



따라서, $g(x) = f(x) + f(-x)$ 의 그래프는 다음과 같다.



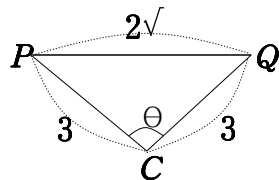
$$\lim_{x \rightarrow -0} g(x) = \lim_{x \rightarrow +0} g(x) = 0 \text{ 이므로}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 0 \text{ (참)}$$

ㄷ, ㄴ에서 $g(x)$ 는 $x = 1$ 에서 연속이다.

(참)

따라서, 보기 중 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.



답 ⑤

9.

구 $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 9$ 의 반지름의 길이가 3이므로

$$|\overrightarrow{CP}| = |\overrightarrow{CQ}| = 3$$

두 벡터 $\overrightarrow{CP}$, $\overrightarrow{CQ}$ 가 이루는 각의 크기를 θ 라 하면

$$\overrightarrow{CP} \cdot \overrightarrow{CQ} = |\overrightarrow{CP}| |\overrightarrow{CQ}| \cos \theta$$

$$= 9 \cos \theta$$

이므로 $\cos \theta$ 의 값이 최소일 때, $\overrightarrow{CP} \cdot \overrightarrow{CQ}$ 의 값도 최소값을 갖는다.

또한, $0 \leq \theta < \pi$ 일 때 θ 의 값이 클수록 $\cos \theta$ 의 값이 작아지므로 구와 평면의 교선인 원 S 위의 점 P, Q 가 지름의 양끝점일 때 $\cos \theta$ 는 최소값을 갖는다.

구의 중심 $C(1, 1, 1)$ 에서 평면 $x + y + z = 6$ 에 이르는 거리는

$$\frac{|1+1+1-6|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}} = \sqrt{3}$$

이고, 구의 반지름의 길이가 3이므로 원 S 의 반지름의 길이를 r 라 하면

$$r = \sqrt{3^2 - (\sqrt{3})^2} = \sqrt{6}$$

삼각형 CPQ 에서

제이코사인법칙에 의하여

$$\begin{aligned} \cos \theta &= \frac{3^2 + 3^2 + (2\sqrt{6})^2}{2 \cdot 3 \cdot 3} \\ &= -\frac{1}{3} \end{aligned}$$

이므로 구하는 $\overrightarrow{CP} \cdot \overrightarrow{CQ}$ 의 최소값은

$$\begin{aligned} 9 \cos \theta &= 9 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) \\ &= -3 \end{aligned}$$

답 ①

10.

$f(x)$ 의 그래프와 그 역함수의 그래프의 교점은 $f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = x$ 의 교점과 같고, 두 교점의 x 좌표가 1, 3이므로 교점의 좌표는 $(1, 1)$, $(3, 3)$ 이다.

$$f(1) = 1 \text{ 에서 } a^{1-m} = 1 \text{ 이므로 } 1 - m = 0$$

$$\therefore m = 1$$

$f(3)=3$ 에서 $a^{3-m}=3$ 이므로 $a^2=3$

$a>0$ 이므로 $a=\sqrt{3}$

$$\therefore a+m=1+\sqrt{3}$$

답 ③

11.

$$(1^2+1) \cdot 1! + (2^2+1) \cdot 2! + \dots$$

$$\begin{aligned} &+ (k^2+1) \cdot k! + \{(k+1)^2+1\} \cdot (k+1)! \\ &= [k \cdot (k+1)!] + \{(k+1)^2+1\} \cdot (k+1)! \\ &= \{k + (k+1)^2+1\} \cdot (k+1)! \\ &= ([k^2+3k^2+2]) \cdot (k+1)! \\ &= (k+1)(k+2)(k+1)! \\ &= (k+1) \cdot [(k+2)!] \end{aligned}$$

답 ②

12.

2장의 카드에 적혀있는 두 수의 합이 홀수인 사건을 E 라 하고, 주머니 A, B에서 꺼낸 카드에 적혀있는 수가 짝수인 사건을 각각 A, B 라 하면 구하는 확률은 $P(A|E)$ 이다.

$$\begin{aligned} \therefore P(A|E) &= \frac{P(A \cap E)}{P(E)} \\ &= \frac{P(A \cap E)}{P(A \cap E) + P(B \cap E)} \\ &= \frac{\frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5}}{\frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} + \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5}} \\ &= \frac{4}{13} \end{aligned}$$

답 ②

13.

신입사원의 키를 확률변수 X 라고 하면 X 는 정규분포 $N(m, 10^2)$ 을 따른다.

$$\begin{aligned} P(X \geq 177) &= P\left(Z \geq \frac{177-m}{10}\right) \\ &= 0.242 \\ P\left(0 \leq Z \leq \frac{177-m}{10}\right) &= 0.5 - 0.242 \\ &= 0.258 \end{aligned}$$

이므로

$$\frac{177-m}{10} = 0.7 \text{에서}$$

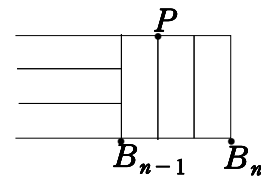
$$m=170$$

$$\begin{aligned} \therefore P(X \geq 180) &= P\left(Z \geq \frac{180-170}{10}\right) \\ &= P(Z \geq 1) \\ &= 0.5 - P(0 \leq Z \leq 1) \\ &= 0.5 - 0.3413 \\ &= 0.1587 \end{aligned}$$

답 ①

14.

(i) n 이 짝수일 때,



B_n 에 이르는 최단경로는

$$A \rightarrow B_{n-1} \rightarrow B_n$$

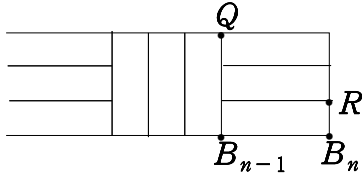
$$\text{또는 } A \rightarrow P \rightarrow B_n$$

$$\begin{aligned} \therefore a_n &= a_{n-1} \times 1 + 1 \times \frac{3!}{2!1!} \\ &= a_{n-1} + 3 \end{aligned}$$

(ii) n 이 홀수일 때,

(홀수형)

2008학년도 대학수학능력시험 (수리영역-가형) 정답 및 해설



B_n 에 이르는 최단경로는

$$A \rightarrow B_{n-1} \rightarrow B_n$$

또는 $A \rightarrow Q \rightarrow R \rightarrow B_n$

$$\begin{aligned} \therefore a_n &= a_{n-1} \times 1 + 1 \times \frac{3!}{2!1!} \times 1 \\ &= a_{n-1} + 3 \end{aligned}$$

(i), (ii)에서

$$a_n = a_{n-1} + 3 \quad (n = 2, 3, 4, \dots)$$

이므로 수열 $\{a_n\}$ 은 공차가 3인 등차수열이다.

$$a_1 = \frac{4!}{3!1!} = 4 \text{ 이므로}$$

$$a_3 = 4 + 2 \times 3 = 10,$$

$$a_7 = 4 + 6 \times 3 = 22$$

$$\therefore a_3 + a_7 = 32$$

답 ④

15.

$\neg$. $a = b$ 이면

$$AB = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix}$$

$$= aE \quad (E \text{는 단위행렬})$$

이므로

$$A \cdot \left(\frac{1}{a} B \right) = E$$

$$\therefore A^{-1} = \frac{1}{a} B \quad (\text{참})$$

$\neg$. $\neg$ 에서 $A^{-1} = \frac{1}{a} B$ 이므로

$$\begin{aligned} A \cdot \frac{1}{a} B &= \frac{1}{a} B \cdot A \\ &= E \end{aligned}$$

$\therefore AB = BA$ (참)

$\square$. $AB = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} B = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}$ 이므로

$$\begin{aligned} B &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} a & 0 \\ -a & b \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} BA &= \begin{pmatrix} a & 0 \\ -a & b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} a & 0 \\ -a+b & b \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$a \neq b$ 이므로

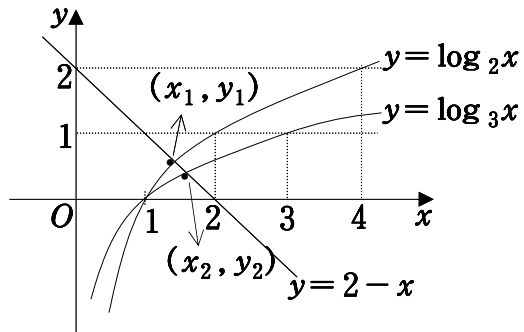
$$-a + b \neq 0$$

$\therefore AB \neq BA$ (거짓)

따라서, 보기 중 옳은 것은 $\neg$, $\square$ 이다.

답 ③

16.



$\neg$. $x_1 > 1$, $y_2 < 1$ 이므로

$$x_1 > y_2 \quad (\text{참})$$

ㄴ. $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ 는 직선 $y=2-x$ 위의 점이므로

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = -1$$

$$\begin{aligned} \therefore x_2 - x_1 &= -(y_2 - y_1) \\ &= y_1 - y_2 \quad (\text{참}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ㄷ. } x_1 y_1 - x_2 y_2 &= x_1(2 - x_1) - x_2(2 - x_2) \\ &= (x_2^2 - x_1^2) - 2(x_2 - x_1) \\ &= (x_2 - x_1)(x_2 + x_1 - 2) \end{aligned}$$

$x_2 - x_1 > 0$ 이고,

$x_1 > 1, x_2 > 1$ 에서 $x_1 + x_2 > 2$ 이므로

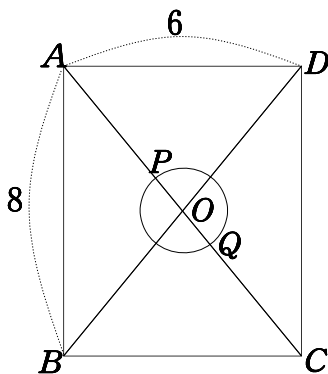
$$x_1 y_1 - x_2 y_2 > 0$$

$$\therefore x_1 y_1 > x_2 y_2 \quad (\text{참})$$

따라서, 보기 중 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

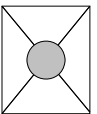
답 ⑤

17.



$$\overline{AC} = 10, \overline{PQ} = 2 \text{ 이므로}$$

$$\overline{AP} = \frac{1}{2}(10 - 2) = 4$$

따라서,  모양의 닮은 도형들을 크기순으로 나열할 때, 인접하는 두 도형의 닮음비

는

$$10 : 4 = 5 : 2$$

이고, 넓이의 비는 $25 : 4$ 이다.

R_1 에 있는 원의 넓이는 π 이고, 닮은꼴의 원의 개수는 크기순으로

$$1, 4, 4^2, 4^3, \dots$$

이므로

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} S_n &= \pi + 4 \times \frac{4}{25} \pi + 4^2 \times \left(\frac{4}{25}\right)^2 \pi \\ &\quad + 4^3 \times \left(\frac{4}{25}\right)^3 \pi + \dots \end{aligned}$$

$$= \frac{\pi}{1 - \frac{16}{25}}$$

$$= \frac{25}{9} \pi$$

답 ⑤

18.

$$f'(x) = 3x^2 - 12$$

$$= 3(x+2)(x-2) = 0 \text{ 에서}$$

$$x = -2, 2$$

따라서, $f(x)$ 는 $x = -2$ 일 때 극대값을 갖고, 극대값은

$$f(-2) = -8 + 24 = 16$$

$$\therefore a = -2, b = 16$$

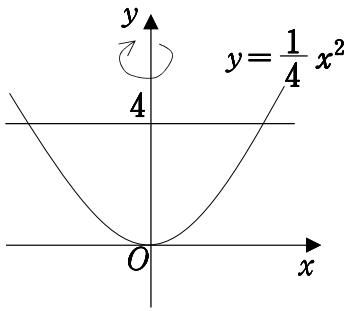
$$\therefore a + b = 14$$

답 14

19.

(홀수형)

2008학년도 대학수학능력시험 (수리영역-가형) 정답 및 해설



$y = \frac{1}{4}x^2$ 에서 $x^2 = 4y$ 이므로
구하는 회전체의 부피는

$$\begin{aligned} V &= \int_0^4 \pi x^2 dy \\ &= \int_0^4 4\pi y dy \\ &= [2\pi y^2]_0^4 \\ &= 32\pi \\ \therefore k &= 32 \end{aligned}$$

답 32

20.

$$\begin{aligned} &\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f\left(1 + \frac{2k}{n}\right) \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f\left(1 + \frac{2k}{n}\right) \cdot \frac{2}{n} \cdot \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{2} \int_1^3 f(x) dx \\ &= \frac{1}{2} \int_1^3 (x^3 + x) dx \\ &= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 \right]_1^3 \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{81}{4} + \frac{9}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{2} \right) \\ &= \frac{1}{2} (20 + 4) \\ &= 12 \end{aligned}$$

답 12

21.

쌍곡선 $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ 의 주축의 길이는

$$2 \times 4 = 8$$

이므로 쌍곡선의 정의에 의하여

$$\overline{PF'} - \overline{PF} = \overline{QF} - \overline{QF'} = 8$$

$$\therefore \overline{PF'} = \overline{PF} + 8 \quad \cdots \textcircled{㉠}$$

$$\overline{QF'} = \overline{QF} - 8 \quad \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠-㉡에서

$$\overline{PF'} - \overline{QF'} = \overline{PF} - \overline{QF} + 16$$

$$\overline{PF'} - \overline{QF'} = 3 \text{ 이므로}$$

$$\overline{QF} - \overline{PF} = 16 - 3 = 13$$

답 13

22.

$M=4$ 일 때, $N=64$ 이므로

$$\log 64 = a - 0.9 \times 4$$

$$\begin{aligned} \therefore a &= 3.6 + \log 64 = 3.6 + 6 \log 2 \\ &= 3.6 + 6 \times 0.3 = 5.4 \end{aligned}$$

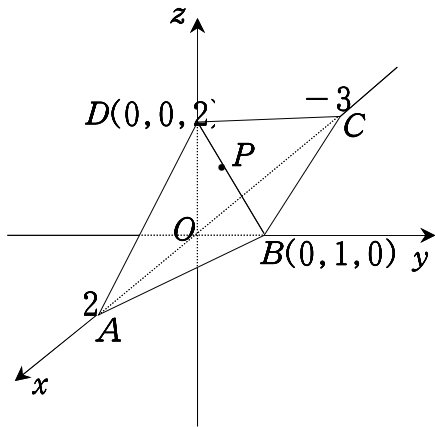
$M=x$ 일 때, $N=1$ 이므로

$$\log 1 = a - 0.9x \text{에서 } 0.9x = a = 5.4$$

$$\therefore 9x = 54$$

답 54

23.



직선 BD 의 방정식은

$$\frac{y}{1} = \frac{z-2}{-2}, x=0$$

이고, 직선 위의 임의의 점 P 의 좌표를 $(0, t, -2t+2)$

로 놓으면

$$\overline{PA}^2 + \overline{PC}^2 = 2^2 + (-t)^2 + (2t-2)^2$$

$$\begin{aligned} &+ (-3)^2 + (-t)^2 + (2t-2)^2 \\ &= 10t^2 - 16t + 21 \\ &= 10\left(t - \frac{4}{5}\right)^2 + \frac{73}{5} \end{aligned}$$

$t = \frac{4}{5}$ 일 때, $\overline{PA}^2 + \overline{PC}^2$ 의 값은 최소이

고, 점 P 의 좌표는 $\left(0, \frac{4}{5}, \frac{2}{5}\right)$ 이므로 점 P

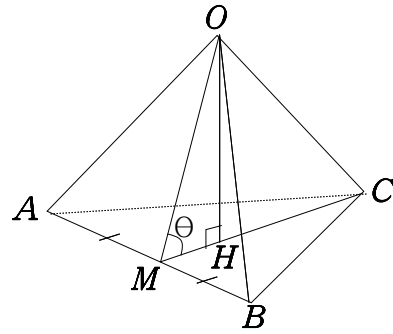
는 선분 BD 위에 있다.

$$\therefore a+b+c = 0 + \frac{4}{5} + \frac{2}{5} = \frac{6}{5}$$

$$\therefore p+q = 5+6 = 11$$

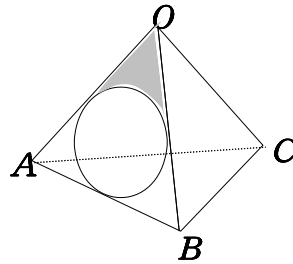
답 11

24.



두 평면 OAB, ABC 가 이루는 각을 θ 라 하면

$$\begin{aligned} \cos \theta &= \frac{\overline{MH}}{\overline{AM}} \\ &= \frac{\overline{MH}}{\overline{CM}} = \frac{1}{3} \end{aligned}$$



위의 그림과 같이 $\triangle OAB$ 에서 어두운 부분을 평면 ABC 위로 정사영시키고, $\triangle OBC$, $\triangle OCA$ 에서도 같은 방법으로 정사영시키면 이들은 서로 겹치지 않고 S_1, S_2, S_3 로 둘러싸인 부분과 일치한다.

$\triangle OAB$ 에서 내접원의 반지름의 길이를 r 라고 하면

$$\frac{1}{2} r(6+6+6) = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2$$

$$\therefore r = \sqrt{3}$$

따라서, 어두운 부분의 넓이는

$$\frac{1}{3} \left(\frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 - 3\pi \right) = 3\sqrt{3} - \pi$$

이므로 구하는 넓이 S 는

$$S = (3\sqrt{3} - \pi) \times \cos \theta \times 3$$

(홀수형)

2008학년도 대학수학능력시험 (수리영역-가형) 정답 및 해설

$$= (3\sqrt{3} - \pi) \times \frac{1}{3} \times 3$$

$$= 3\sqrt{3} - \pi$$

$$\therefore (S + \pi)^2 = (3\sqrt{3})^2 = 27$$

답 27

25.

체험 프로그램을 1, 2, 3, 4, 5라 하자.

A, B가 함께 1을 선택하는 경우

2, 3, 4, 5 중 각각 1개씩을 선택하는 경우의 수는

$${}_4P_2 = 12 \text{ (가지)}$$

A, B가 함께 2, 3, 4, 5를 선택하는 경우도 마찬가지로 구하는 경우의 수는

$$5 \times {}_4P_2 = 60 \text{ (가지)}$$

답 60

미분과 적분

26.

$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha = 1 - 2 \times \left(\frac{3}{4}\right)^2$$

$$= 1 - \frac{9}{8} = -\frac{1}{8}$$

답 ③

27.

$$\neg. f(x) = x + \sin x \text{에서}$$

$$f'(x) = 1 + \cos x, \quad f''(x) = -\sin x$$

$$0 < x < \pi \text{에서} \quad 0 < \sin x < 1$$

$$\therefore -1 < f''(x) < 0$$

따라서, $f(x)$ 는 $0 < x < \pi$ 에서 위로 볼록하다. (참)

$$\neg. g'(x) = f'(f(x))f'(x)$$

$$= (1 + \cos f(x))(1 + \cos x)$$

$$0 < x < \pi \text{에서}$$

$$-1 < \cos x < 1,$$

$$\cos f(x) > 0$$

이므로

$$1 + \cos f(x) > 0, \quad 1 + \cos x > 0$$

$$\therefore g'(x) > 0$$

따라서, $g(x)$ 는 $0 < x < \pi$ 에서 증가한다. (참)

$$\neg. g(0) = f(f(0)) = f(0) = 0$$

$$g(\pi) = f(f(\pi)) = f(\pi) = \pi$$

$g(x)$ 가 $[0, \pi]$ 에서 연속이고, $(0, \pi)$ 에서 미분가능하므로

$$f'(x) = \frac{g(\pi) - g(0)}{\pi - 0} = 1 \text{인 } x$$

$$(0 < x < \pi)$$

(평균값

가 적어도 하나 존재한다.

정리)

(참)

따라서, 옳은 것은 $\neg$, $\neg$, $\neg$ 이다.

답 ⑤

28.

사각형 AODE에서

$$\angle DAE = \pi - 2\theta, \quad \angle ADO = \angle AEO = 90^\circ$$

$$\text{이므로 } \angle DOE = 2\theta$$

한편, O에서 선분 BC에 내린 수선의 발을 H라 하고, 내접원의 반지름의 길이를 r 라 하면

$$\tan \frac{\theta}{2} = \frac{\overline{OH}}{\overline{CH}} = \frac{r}{1} = r$$

$$\therefore S(\theta) = \triangle OED = \frac{1}{2} r^2 \sin 2\theta$$

$$= \frac{1}{2} \tan^2 \frac{\theta}{2} \sin 2\theta = \sin \theta \cos \theta \tan^2 \frac{\theta}{2}$$

∴

$$\begin{aligned}\lim_{\Theta \rightarrow +0} \frac{S(\Theta)}{\Theta^3} &= \lim_{\Theta \rightarrow +0} \frac{\sin \Theta \cos \Theta \tan^2 \frac{\Theta}{2}}{\Theta^3} \\ &= \lim_{\Theta \rightarrow +0} \cos \Theta \cdot \frac{\sin \Theta}{\Theta} \cdot \frac{\tan^2 \frac{\Theta}{2}}{4(\frac{\Theta}{2})^2} \\ &= \frac{1}{4}\end{aligned}$$

답 ②

29.

어두운 부분의 넓이를 $S(t)$ 라 하면

(i) $0 \leq t \leq 1$ 일 때

$$(\text{호 AP의 길이}) = \frac{\pi}{2} t, \quad \angle AOP = \frac{\pi}{2} t,$$

$$\overline{OQ} = 1 - t$$

이므로

$$S(t) = \frac{\pi}{4} t - \frac{1}{2} (1 - t) \sin \frac{\pi}{2} t$$

$$\lim_{h \rightarrow -0} \frac{S(1+h) - S(1)}{h} = \lim_{h \rightarrow -0} \frac{\frac{\pi}{4} (1+h) + \frac{1}{2} h \cos \frac{\pi}{2} h - \frac{\pi}{4}}{h}$$

$$\begin{aligned}&= \lim_{h \rightarrow -0} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \cos \frac{\pi}{2} \right) \\ &= \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}\end{aligned}$$

(ii) $1 < t \leq 2$ 일 때

$$(\text{호 AP의 길이}) = \frac{\pi}{2} t, \quad \angle AOP = \frac{\pi}{2} t,$$

$$\overline{OQ} = t - 1$$

$$\text{이므로} \quad S(t) = \frac{\pi}{4} t + \frac{1}{2} (t - 1) \sin \frac{\pi}{2} t$$

$$\begin{aligned}\lim_{h \rightarrow +0} \frac{S(1+h) - S(1)}{h} &= \lim_{h \rightarrow +0} \frac{\frac{\pi}{4} (1+h) + \frac{1}{2} h \cos \frac{\pi}{2} h - \frac{\pi}{4}}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow -0} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \cos \frac{\pi}{2} \right) \\ &= \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}\end{aligned}$$

(i), (ii)에서

$$S'(1) = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}$$

답 ④

30.

$f(x) = \frac{1}{3} (x^2 + 2)^{\frac{3}{2}}$ 라 하면 구하는 길이는

$$\int_0^6 \sqrt{1 + \{f'(x)\}^2} dx$$

$$= \int_0^6 \sqrt{1 + \left\{ \frac{1}{2} (x^2 + 2)^{\frac{1}{2}} 2x \right\}^2} dx$$

$$= \int_0^6 \sqrt{1 + \{x^2(x^2 + 2)\}} dx$$

$$= \int_0^6 \sqrt{(x^2 + 1)^2} dx$$

$$\begin{aligned}&= \int_0^6 (x^2 + 1) dx = \left[\frac{1}{3} x^3 + x \right]_0^6 \\ &= 72 + 6 = 78\end{aligned}$$

답 78

확률과 통계

(홀수형)

2008학년도 대학수학능력시험 (수리영역-가형) 정답 및 해설

26.

계급	0이상~ 10미만	10~20	20~30	30~40	40~50
도수	0	1	2	4	4

50~60	60~70	70~80	80~90	90~100	계
5	4	5	3	0	28

ㄱ. 위 도수분포표에서 학생의 수는 28명이다. <참>

ㄴ. 중앙값은 $\frac{28}{2} + 1 = 15$ 번째의 수이므로

50점이상 60점 미만이다. <참>

ㄷ. 30점 이상 40점 미만의 두수는 4이므로 상대도수는

$$\frac{4}{28} = \frac{1}{7}$$

이다. <거짓>

따라서, 옳은 것은 ㄱ, ㄴ 이다.

답 ③

27.

$P(X=0) + P(X=2) = 1$ 이므로

확률변수 X 의 확률분포표는 다음과 같다.

X	0	2	계
$P(X)$	a	b	1

$E(X) = 2b$ 이고 $E(X^2) = 2^2b = 4b$ 이므로

$$\begin{aligned} V(X) &= E(X^2) - \{E(X)\}^2 \\ &= 4b - 4b^2 \end{aligned}$$

따라서 $\{E(X)\}^2 = 2V(X)$ 에서

$$4b^2 = 2 \times (4b - 4b^2), \quad b = 2 - 2b$$

$$\therefore P(X=2) = b = \frac{2}{3}$$

답 ④

28.

구하고자 하는 확률은

$$\begin{aligned} 1 - \frac{{}_4P_2 \times 4!}{6!} &= 1 - \frac{4 \times 3 \times 4!}{6!} \\ &= 1 - \frac{4 \times 3}{6 \times 5} \\ &= 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5} \end{aligned}$$

답 ②

29.

$$\begin{aligned} P\left(\frac{1}{4} < Y \leq \frac{3}{4}\right) &= P(Y > \frac{1}{4}) - P(Y > \frac{3}{4}) \\ &= 0.8 - 0.2 = 0.6 \end{aligned}$$

$$P(X > k) = G(k) = -k + 1 = 0.6$$

$$\therefore k = 0.4 = \frac{2}{5}$$

답 ⑤

30.

모비율 p 에 대한 신뢰구간

$$\left[\hat{p} - 1.96 \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + 1.96 \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right]$$

이 때, 주어진 신뢰구간이 $[0.701, 0.799]$ 이므로
신뢰구간의 양끝 값을 더하면

$$2\hat{p} = 0.701 + 0.799$$

$$\therefore \hat{p} = 0.75$$

300명의 학생 중에서 오전 8시 이전에 등교

한 학생수를 X 라 하면 $\hat{p} = \frac{X}{300}$ 이므로

$$\frac{X}{300} = 0.75$$

$$\therefore X = 225$$

답 225

이산수학

26.

$$\begin{aligned} 9 &= 7+1+1=5+3+1 \\ &= 3+3+3 \\ &= 5+1+1+1+1 \\ &= 3+3+1+1+1 \\ &= 3+1+1+1+1+1+1 \\ &= 1+1+1+1+1+1+1+1+1 \end{aligned}$$

답 ②

27.

ㄱ. 해밀턴회로 ADBECFA가 존재한다. (참)

ㄴ. 점A와 점C를 잇고 점D와 점E를 이으면 오일러회로가 존재하는 그래프로 만들 수 있다. (참)

ㄷ. 오른쪽과 같이

꼭지점에서만

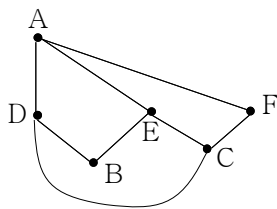
만나게 평면

위에 다시

그릴 수 있으

므로 평면그래프이다. (참)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ

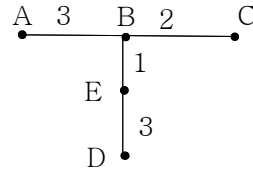


답 ⑤

28.

5개의 지역을 다음과 같이 연결하면 최소 비용은

$3 + 2 + 1 + 3 = 9$ (억원)
이다.



답 ③

29.

$n=1$ 일 때 $a_1=3$

$n=2$ 일 때

AC, BA, BC, CA, CB

이므로 $a_2=5$

그런데 수열 $\{a_n\}$ 은 점화식

$a_{n+2}=a_{n+1}+a_n$ 을 만족하므로

$$a_3=a_2+a_1=5+3=8$$

$$a_4=a_3+a_2=8+5=13$$

$$a_5=a_4+a_3=13+8=21$$

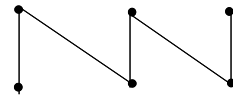
$$a_6=a_5+a_4=21+13=34$$

답 ④

30.

모든 점이 변으로 연결되기 위해서는 6개의 변을 추가해야 한다. $\therefore a=6$

한 편 생성수형도를 만들기 위해서는 다음과 같이 모두 4개의 변을 지우면 된다.



$$\therefore b=4$$

$$\therefore ab=6 \times 4 = 24$$

답 24

(홀수형)

2008학년도 대학수학능력시험 (수리영역-가형) 정답 및 해설

|