

제 2 교시

수리 영역

나 형

성명

수험 번호

—

짝수형

- 자신이 선택한 유형('가' 형/ '나' 형)의 문제지인지 확인하시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0' 이 포함되면 그 '0' 도 답란에 반드시 표시하시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

1. $8^{\frac{2}{3}} + \log_2 8$ 의 값은? [2점]

- ① 9 ② 8 ③ 7 ④ 6 ⑤ 5

2. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $A = 2B - X$ 를 만족시키는 행렬 X 는? [2점]

- ① $\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$ ② $\begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ ③ $\begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$
④ $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ ⑤ $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{\sqrt{4n^2+1} + \sqrt{n^2+2}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

4. $a = \sqrt{2}$, $b^3 = \sqrt{3}$ 일 때, $(ab)^2$ 의 값은? (단, b 는 실수이다.) [3점]

- ① $2 \cdot 3^{\frac{1}{3}}$ ② $2 \cdot 3^{\frac{2}{3}}$ ③ $2^{\frac{1}{2}} \cdot 3^{\frac{1}{3}}$
④ $3 \cdot 2^{\frac{1}{3}}$ ⑤ $3 \cdot 2^{\frac{2}{3}}$

5. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2n & -7 \\ -1 & n \end{pmatrix}$ 의 역행렬 A^{-1} 의 성분이 모두 자연수가 되는 자연수 n 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. 두 사건 A, B 가 서로 독립이고 $P(A^C) = P(B) = \frac{1}{3}$ 일 때, $P(A \cap B)$ 의 값은? (단, A^C 는 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{18}$ ② $\frac{1}{9}$ ③ $\frac{1}{6}$
④ $\frac{2}{9}$ ⑤ $\frac{5}{18}$

7. $\left(2x + \frac{1}{2x}\right)^7$ 의 전개식에서 x 의 계수는? [3점]

- ① 14 ② 28 ③ 42 ④ 56 ⑤ 70

8. 연속확률변수 X 가 갖는 값의 범위는 $0 \leq X \leq 3$ 이고, 확률 $P(X \leq 1)$ 과 확률 $P(X \leq 2)$ 의 값이 이차방정식 $6x^2 - 5x + 1 = 0$ 의 두 근일 때, 확률 $P(1 < X \leq 2)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{5}{12}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$
④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{1}{12}$

9. 1부와 2부로 나누어 진행되는 어느 음악회에서 독창 2팀, 중창 2팀, 합창 3팀이 모두 공연할 때, 다음 두 조건에 따라 7팀의 공연 순서를 정하려고 한다.

(가) 1부에는 독창, 중창, 합창 순으로 3팀이 공연한다.
(나) 2부에는 독창, 중창, 합창, 합창 순으로 4팀이 공연한다.

이 음악회의 공연 순서를 정하는 방법의 수는? [3점]

- ① 18 ② 20 ③ 22 ④ 24 ⑤ 26

10. 지수함수 $f(x) = a^{x-m}$ 의 그래프와 그 역함수의 그래프가 두 점에서 만나고, 두 교점의 x 좌표가 1과 3일 때, $a+m$ 의 값은? [3점]

- ① $2-\sqrt{3}$ ② 2 ③ $1+\sqrt{3}$
④ 3 ⑤ $2+\sqrt{3}$

11. 다음은 모든 자연수 n 에 대하여

$$(1^2+1) \cdot 1! + (2^2+1) \cdot 2! + \cdots + (n^2+1) \cdot n! = n \cdot (n+1)!$$

이 성립함을 수학적귀납법으로 증명한 것이다.

<증명>

(1) $n=1$ 일 때, (좌변) $=2$, (우변) $=2$ 이므로
주어진 등식은 성립한다.

(2) $n=k$ 일 때 성립한다고 가정하면

$$(1^2+1) \cdot 1! + (2^2+1) \cdot 2! + \cdots + (k^2+1) \cdot k! = k \cdot (k+1)!$$

이다. $n=k+1$ 일 때 성립함을 보이자.

$$(1^2+1) \cdot 1! + (2^2+1) \cdot 2! + \cdots + (k^2+1) \cdot k! + \{(k+1)^2+1\} \cdot (k+1)!$$

$$= \boxed{\text{(가)}} + \{(k+1)^2+1\} \cdot (k+1)!$$

$$= \left(\boxed{\text{(나)}} \right) \cdot (k+1)!$$

$$= (k+1) \cdot \boxed{\text{(다)}}$$

그러므로 $n=k+1$ 일 때도 성립한다.

따라서 모든 자연수 n 에 대하여 주어진 등식은 성립한다.

위 증명에서 (가), (나), (다)에 들어갈 식으로 알맞은 것은? [3점]

- | | <u>(가)</u> | <u>(나)</u> | <u>(다)</u> |
|---|----------------------|------------|------------|
| ① | $k \cdot (k+1)!$ | k^2+2k+1 | $(k+1)!$ |
| ② | $k \cdot (k+1)!$ | k^2+3k+2 | $(k+2)!$ |
| ③ | $k \cdot (k+1)!$ | k^2+3k+2 | $(k+1)!$ |
| ④ | $(k+1) \cdot (k+1)!$ | k^2+3k+2 | $(k+2)!$ |
| ⑤ | $(k+1) \cdot (k+1)!$ | k^2+2k+1 | $(k+1)!$ |

12. 주머니 A에는 1, 2, 3, 4, 5의 숫자가 하나씩 적혀 있는 5장의 카드가 들어 있고, 주머니 B에는 6, 7, 8, 9, 10의 숫자가 하나씩 적혀 있는 5장의 카드가 들어 있다.
두 주머니 A, B에서 각각 카드를 임의로 한 장씩 꺼냈다.
꺼낸 2장의 카드에 적혀 있는 두 수의 합이 홀수일 때,
주머니 A에서 꺼낸 카드에 적혀 있는 수가 짝수일 확률은?
[3점]

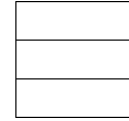
- ① $\frac{1}{13}$ ② $\frac{2}{13}$ ③ $\frac{3}{13}$
④ $\frac{4}{13}$ ⑤ $\frac{5}{13}$

13. 어느 회사의 전체 신입 사원 1000명을 대상으로 신체검사를 한 결과, 키는 평균 m , 표준편차 10인 정규분포를 따른다고 한다. 전체 신입 사원 중에서 키가 177 이상인 사원이 242명이었다.
전체 신입 사원 중에서 임의로 선택한 한 명의 키가 180 이상일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, 키의 단위는 cm이다.) [4점]

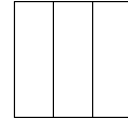
z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.7	0.2580
0.8	0.2881
0.9	0.3159
1.0	0.3413

- ① 0.1587 ② 0.1841 ③ 0.2119
④ 0.2267 ⑤ 0.2420

14. 다음과 같이 정사각형을 가로 방향으로 3등분하여 [도형 1]을 만들고, 세로 방향으로 3등분하여 [도형 2]를 만든다.

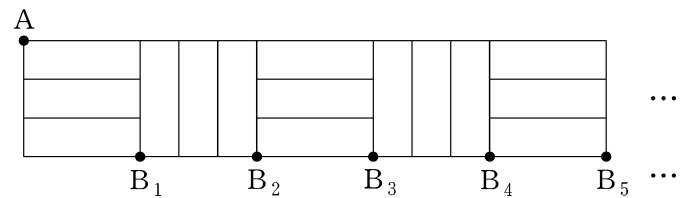


[도형 1]



[도형 2]

[도형 1]과 [도형 2]를 번갈아 가며 계속 붙여 아래와 같은 도형을 만든다. 그림과 같이 첫 번째 붙여진 [도형 1]의 왼쪽 맨 위 꼭지점을 A라 하고, [도형 1]의 개수와 [도형 2]의 개수를 합하여 n 개 붙여 만든 도형의 오른쪽 맨 아래 꼭지점을 B_n 이라 하자.



꼭지점 A에서 꼭지점 B_n 까지 선을 따라 최단거리로 가는 경로의 수를 a_n 이라 할 때, $a_3 + a_7$ 의 값은? [4점]

- ① 34 ② 32 ③ 30 ④ 28 ⑤ 26

15. 0이 아닌 두 실수 a, b 에 대하여 두 이차정사각행렬 A, B 가 $AB = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}$ 를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $a = b$ 이면 A 의 역행렬 A^{-1} 이 존재한다.
 ㄴ. $a = b$ 이면 $AB = BA$ 이다.
 ㄷ. $a \neq b$, $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ 이면 $AB = BA$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

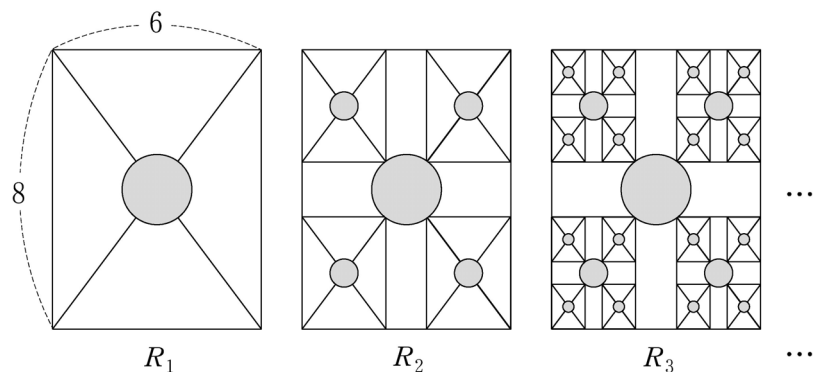
16. 직선 $y = 2 - x$ 가 두 로그함수 $y = \log_2 x$, $y = \log_3 x$ 의 그래프와 만나는 점을 각각 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) 라 할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $x_1 > y_2$
 ㄴ. $x_2 - x_1 = y_1 - y_2$
 ㄷ. $x_1 y_1 > x_2 y_2$

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 아래와 같이 가로의 길이가 6이고 세로의 길이가 8인 직사각형 내부에 두 대각선의 교점을 중심으로 하고, 직사각형 가로 길이의 $\frac{1}{3}$ 을 지름으로 하는 원을 그려서 얻은 그림을 R_1 이라 하자.
- 그림 R_1 에서 직사각형의 각 꼭지점으로부터 대각선과 원의 교점까지의 선분을 각각 대각선으로 하는 4개의 직사각형을 그린 후, 새로 그려진 직사각형 내부에 두 대각선의 교점을 중심으로 하고, 새로 그려진 직사각형 가로 길이의 $\frac{1}{3}$ 을 지름으로 하는 원을 그려서 얻은 그림을 R_2 라 하자.
- 그림 R_2 에 있는 합동인 4개의 직사각형 각각에서 각 꼭지점으로부터 대각선과 원의 교점까지의 선분을 각각 대각선으로 하는 4개의 직사각형을 그린 후, 새로 그려진 직사각형 내부에 두 대각선의 교점을 중심으로 하고, 새로 그려진 직사각형 가로 길이의 $\frac{1}{3}$ 을 지름으로 하는 원을 그려서 얻은 그림을 R_3 이라 하자.
- 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 있는 모든 원의 넓이의 합을 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? (단, 모든 직사각형의 가로와 세로는 각각 서로 평행하다.) [4점]



- ① $\frac{25}{9}\pi$ ② $\frac{28}{9}\pi$ ③ $\frac{31}{9}\pi$
 ④ $\frac{34}{9}\pi$ ⑤ $\frac{37}{9}\pi$

단답형

18. 등차수열 $\{a_n\}$ 이 $a_2 = 3$, $a_5 = 24$ 일 때, a_7 의 값을 구하시오. [3점]

19. 부등식 $(\log_3 x)(\log_3 3x) \leq 20$ 을 만족시키는 자연수 x 의 최대값을 구하시오. [3점]

20. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $A^8 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ a & 1 \end{pmatrix}$ 일 때, a 의 값을 구하시오. [3점]

21. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{4^n} = 2$ 일 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n + 4^{n+1} - 3^{n-1}}{4^{n-1} + 3^{n+1}}$ 의 값을 구하시오. [3점]

22. 어느 지역에서 1년 동안 발생하는 규모 M 이상인 지진의 평균 발생 횟수 N 은 다음 식을 만족시킨다고 한다.

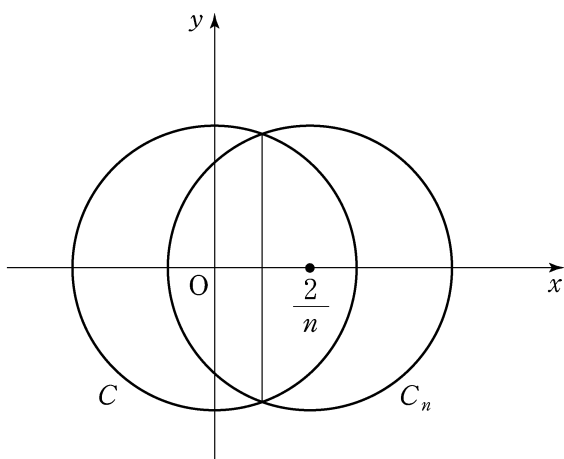
$$\log N = a - 0.9M \quad (\text{단, } a \text{는 양의 상수})$$

이 지역에서 규모 4 이상인 지진이 1년에 평균 64번 발생할 때, 규모 x 이상인 지진은 1년에 평균 한 번 발생한다.

$9x$ 의 값을 구하시오. (단, $\log 2 = 0.3$ 으로 계산한다.) [4점]

23. 한 개의 주사위를 20번 던질 때 1의 눈이 나오는 횟수를 확률변수 X 라 하고, 한 개의 동전을 n 번 던질 때 앞면이 나오는 횟수를 확률변수 Y 라 하자. Y 의 분산이 X 의 분산보다 크게 되도록 하는 n 의 최소값을 구하시오. [4점]

24. $n \geq 2$ 인 자연수 n 에 대하여 중심이 원점이고 반지름의 길이가 1인 원 C 를 x 축 방향으로 $\frac{2}{n}$ 만큼 평행이동시킨 원을 C_n 이라 하자. 원 C 와 원 C_n 의 공통현의 길이를 l_n 이라 할 때, $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(nl_n)^2} = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



25. 서로 다른 5종류의 체험 프로그램을 운영하는 어느 수련원이 있다. 이 수련원의 프로그램에 참가한 A와 B가 각각 5종류의 체험 프로그램 중에서 2종류를 선택하려고 한다. A와 B가 선택하는 2종류의 체험 프로그램 중에서 한 종류만 같은 경우의 수를 구하시오. [4점]

5지선다형

26. 함수 $f(x) = 2^x$ 의 그래프를 x 축 방향으로 m 만큼, y 축 방향으로 n 만큼 평행이동시키면 함수 $y = g(x)$ 의 그래프가 되고, 이 평행이동에 의하여 점 $A(1, f(1))$ 이 점 $A'(3, g(3))$ 으로 이동된다. 함수 $y = g(x)$ 의 그래프가 점 $(0, 1)$ 을 지날 때, $m+n$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{11}{4}$ ② 3 ③ $\frac{13}{4}$
 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $\frac{15}{4}$

27. 6명의 학생 A, B, C, D, E, F를 임의로 2명씩 짝을 지어 3개의 조로 편성하려고 한다. A와 B는 같은 조에 편성되고, C와 D는 서로 다른 조에 편성될 확률은? [4점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{2}{15}$
 ④ $\frac{1}{10}$ ⑤ $\frac{1}{15}$

28. 좌표평면 위에 다음 [단계]와 같은 순서로 점을 찍는다.

[단계 1] $(0, 1)$ 에 점을 찍는다.

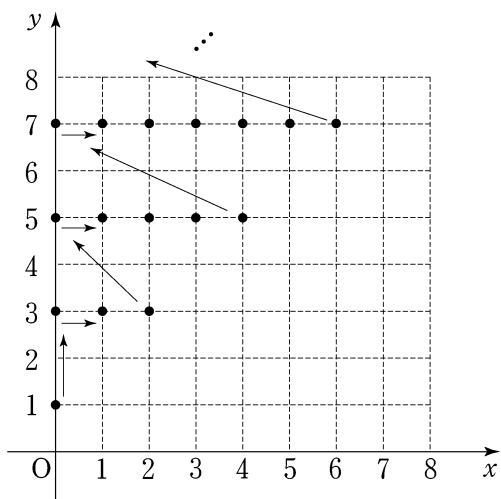
[단계 2] $(0, 3), (1, 3), (2, 3)$ 에 이 순서대로 3개의 점을 찍는다.

$\vdots$

[단계 k] $(0, 2k-1), (1, 2k-1), (2, 2k-1), \dots, (2k-2, 2k-1)$ 에 이 순서대로 $(2k-1)$ 개의 점을 찍는다. (단, k 는 자연수이다.)

$\vdots$

이와 같은 과정으로 [단계 1]부터 시작하여 점을 찍어 나갈 때, 100번째 찍히는 점의 좌표는 (p, q) 이다. $p+q$ 의 값은? [4점]



- ① 34 ② 37 ③ 40 ④ 43 ⑤ 46

29. 모평균 75, 모표준편차 5인 정규분포를 따르는 모집단에서 임의추출한 크기 25인 표본의 표본평균을 $\bar{X}$ 라 하자.

표준정규분포를 따르는 확률변수 Z 에 대하여 양의 상수 c 가

$$P(|Z| > c) = 0.06$$

을 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $P(Z > a) = 0.05$ 인 상수 a 에 대하여 $c > a$ 이다.

ㄴ. $P(\bar{X} \leq c + 75) = 0.97$

ㄷ. $P(\bar{X} > b) = 0.01$ 인 상수 b 에 대하여 $c < b - 75$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

30. 두 자리의 자연수 N 에 대하여 $\log N$ 의 가수가 α 일 때,

$$\frac{1}{2} + \log N = \alpha + \log_4 \frac{N}{8}$$

을 만족시키는 N 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.