

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $\left(2^{\frac{1}{3}}\right)^6$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

2. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{x - 3}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$a_1 = 2, \quad a_2 a_3 = 48$

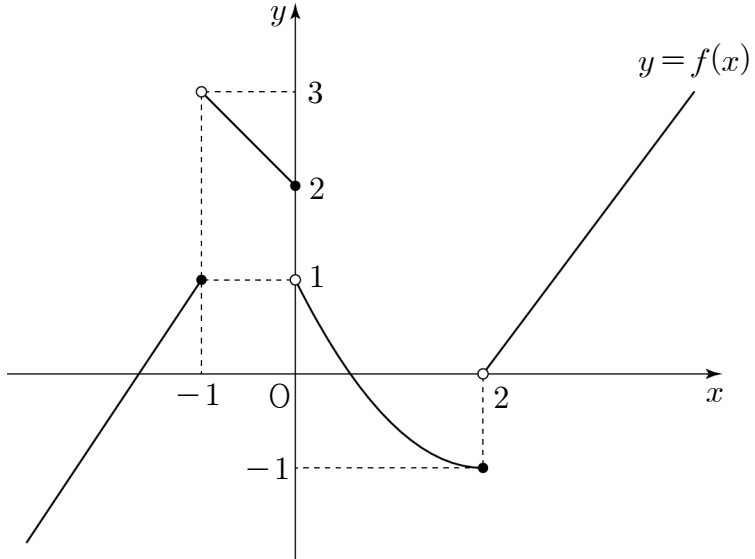
일 때, $\frac{a_5}{a_2}$ 의 값은? [2점]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

4. $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 인 θ 에 대하여 $\sin \theta = \frac{\sqrt{5}}{3}$ 일 때,
 $\cos(\pi + \theta)$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{2}{3}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

5. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. 부등식 $8^x < 1024 \times 2^x$ 을 만족시키는 모든 자연수 x 의 값의 합은? [3점]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

7. 양수 a 에 대하여 함수 $y=\log_2 x$ 의 그래프와 기울기가 2 인 직선이 두 점 $(a, \log_2 a)$, $(a+2, \log_2(a+2))$ 에서 만날 때, a 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{15}$ ② $\frac{2}{15}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ $\frac{4}{15}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

8. 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. $a_4=6$, $S_4=S_6$ 일 때, a_1 의 값은? [3점]

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

9. 1보다 큰 두 실수 a , b 가

$\log_5 a \times \log_b 5 = 2$, $\log_4 a = \log_4(b+4) + \log_a b$

를 만족시킬 때, $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 20 ② 25 ③ 30 ④ 35 ⑤ 40

10. 반지름의 길이가 5인 원에 내접하는 삼각형 ABC에 대하여

$\frac{\sin A}{\sin B} = \frac{3}{4}$ 이고 $\sin^2 A + \sin^2 B = \sin^2 C$ 일 때,

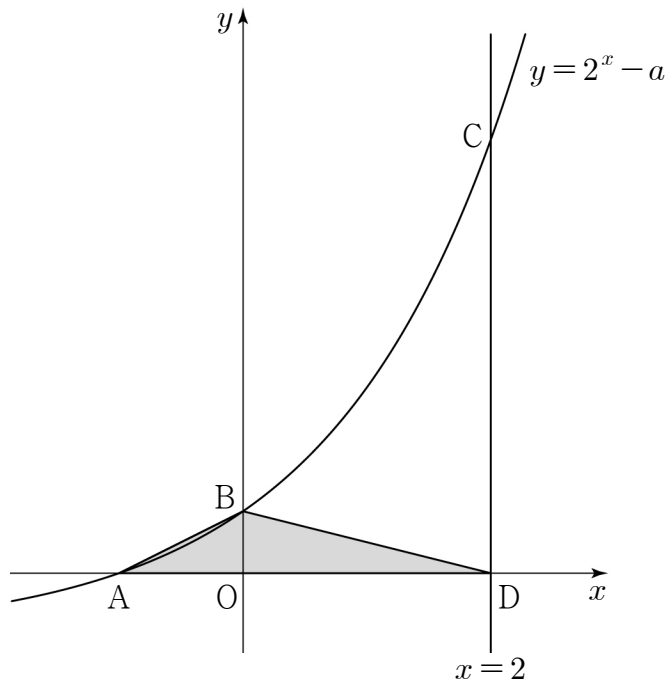
삼각형 ABC의 넓이는? [3점]

- ① 20 ② 22 ③ 24 ④ 26 ⑤ 28

11. $0 < a < 1$ 인 실수 a 에 대하여 함수 $y = 2^x - a$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점을 A, y 축과 만나는 점을 B라 하자.

직선 $x = 2$ 가 함수 $y = 2^x - a$ 의 그래프와 만나는 점을 C, x 축과 만나는 점을 D라 할 때, 삼각형 CBD의 넓이가 $\frac{7}{2}$ 이다. 삼각형 BAD의 넓이는? [3점]

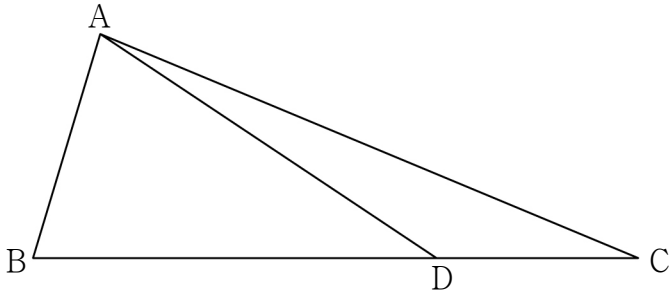
- ① $\frac{9}{16}$ ② $\frac{5}{8}$ ③ $\frac{11}{16}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{13}{16}$



12. $2 \leq n \leq 100$ 인 자연수 n 에 대하여 $\log_2 n + \frac{1}{\log_n 4}$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 모든 n 의 값의 합은? [3점]

- ① 66 ② 72 ③ 78 ④ 84 ⑤ 90

13. 그림과 같이 $\overline{AB}=2$, $\overline{AC}=5$ 인 예각삼각형 ABC 에 대하여 선분 BC 를 2:1 로 내분하는 점을 D 라 하자. $\overline{AD}=2\sqrt{3}$ 일 때, $\cos(\angle ABC)$ 의 값은? [3점]



- ① $\frac{\sqrt{3}}{18}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{9}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{6}$ ④ $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{3}}{18}$

14. 2 이상의 자연수 n 에 대하여 $\log\frac{n}{5}$ 의 n 제곱근 중 실수인 것의 개수를 $f(n)$ 이라 할 때, $\sum_{n=2}^{10} f(n)$ 의 값은? [4점]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

15. 자연수 n 에 대하여 곡선 $y=x^2$ 이 직선 $y=\sqrt{n}x$ 와 제1사분면에서 만나는 점을 A_n 이라 하자. 점 A_n 에서 x 축에 내린 수선의 발을 B_n 이라 하고, 삼각형 OA_nB_n 의 넓이를

S_n 이라 할 때, $\sum_{k=1}^{24}(S_{k+1}-S_k)$ 의 값은? (단, 0는 원점이다.)

[4점]

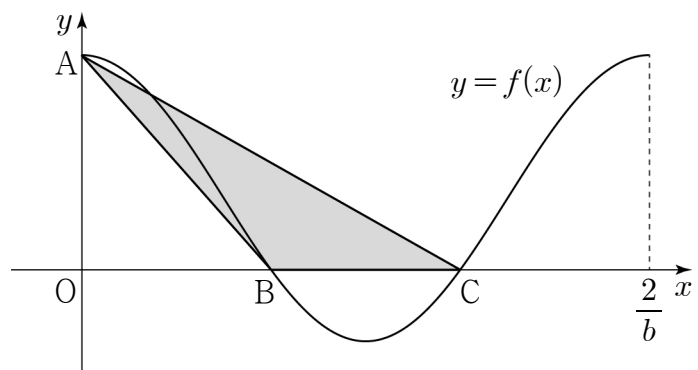
- ① 59 ② 60 ③ 61 ④ 62 ⑤ 63

16. 두 양수 $a\left(a>\frac{1}{2}\right)$, b 에 대하여 $0\leq x\leq\frac{2}{b}$ 에서 정의된 함수

$$f(x)=a\cos b\pi x+\frac{1}{2}$$

이 있다. 그림과 같이 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 y 축과 만나는 점을 A , x 축과 만나는 서로 다른 두 점을 B , C 라 하자.

$\overline{OB}=\overline{BC}$ 이고 삼각형 ABC 의 넓이가 1일 때, $a+b$ 의 값은? (단, 0는 원점이다.) [4점]



- ① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{6}{5}$ ③ $\frac{5}{4}$ ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

17. 1보다 큰 실수 t 에 대하여 곡선 $y = \frac{t+2}{x}$ ($x > 0$)과 직선 $y = \frac{x}{t-1}$ 가 만나는 점의 x 좌표를 $f(t)$, y 좌표를 $g(t)$ 라 할 때, $\lim_{t \rightarrow 1^+} (t-1)(f(t)+g(t))^2$ 의 값은? [4점]

① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

18. 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

- $a_1 = 5$
- 2 이상의 자연수 n 에 대하여
$$\sum_{k=1}^n a_k = \frac{4}{5}a_n + 2^n + 3$$
이다.

다음은 $\sum_{k=1}^5 (a_{k+1} + 4a_k)$ 의 값을 구하는 과정이다.

2 이상의 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \sum_{k=1}^{n+1} a_k - \sum_{k=1}^n a_k$$

이므로

$$a_{n+1} = \frac{4}{5}(a_{n+1} - a_n) + \boxed{\text{(가)}}$$

이고, 이 식을 정리하면

$$a_{n+1} + 4a_n = 5 \times \boxed{\text{(가)}} \quad (n \geq 2) \quad \cdots \cdots \textcircled{가}$$

이다.

$$\sum_{k=1}^n a_k = \frac{4}{5}a_n + 2^n + 3 \quad (n \geq 2)$$

에서 양변에 $n = 2$ 를 대입하면

$$a_2 = \boxed{\text{(나)}} \quad \cdots \cdots \textcircled{나}$$

이다. $\textcircled{가}$ 과 $\textcircled{나}$ 에 의하여

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^5 (a_{k+1} + 4a_k) &= (a_2 + 4a_1) + \sum_{k=2}^5 (a_{k+1} + 4a_k) \\ &= \boxed{\text{(다)}} \end{aligned}$$

이다.

위의 (가)에 알맞은 식을 $f(n)$ 이라 하고, (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p , q 라 할 때, $\frac{p+q}{f(2)}$ 의 값은? [4점]

- ① 85 ② 86 ③ 87 ④ 88 ⑤ 89

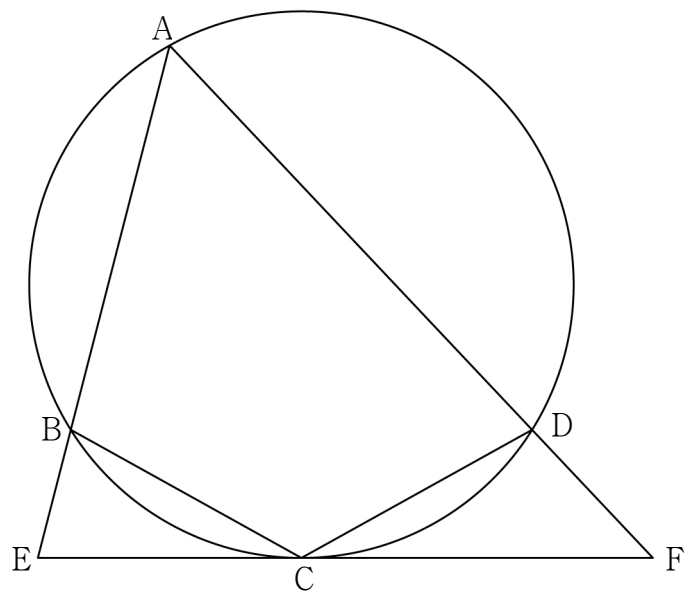
19. 함수 $f(x) = |4^x - 18|$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 양수 k 의 값의 합은? [4점]

x 에 대한 방정식 $(f(x) - 14)(f(x - k) - 14) = 0$ 을 만족시키는 모든 실수 x 의 값을 작은 수부터 크기순으로 나열하여 만든 수열은 등차수열이다.

- ① $\frac{19}{4}$ ② $\frac{39}{8}$ ③ 5 ④ $\frac{41}{8}$ ⑤ $\frac{21}{4}$

20. 그림과 같이 반지름의 길이가 $\frac{4\sqrt{15}}{5}$ 인 원에 내접하고

$\overline{BC} = \overline{CD}$ 인 사각형 ABCD가 있다. 점 C를 지나고 원에 접하는 직선이 두 직선 AB, AD와 만나는 점을 각각 E, F라 하자. $\cos(\angle ADC) = \frac{1}{4}$, $\overline{AB} : \overline{BC} = 3 : 2$ 일 때, 삼각형 AEF의 넓이는? [4점]



- ① $5\sqrt{15}$ ② $\frac{21\sqrt{15}}{4}$ ③ $\frac{11\sqrt{15}}{2}$
 ④ $\frac{23\sqrt{15}}{4}$ ⑤ $6\sqrt{15}$

21. 수열 $\{a_n\}$ 은 모든 항이 0 이 아닌 정수이고 공차가 음수인 등차수열이다. 수열 $\{b_n\}$ 을 모든 자연수 n 에 대하여

$$b_n = \sum_{k=1}^n |a_k| - \left| \sum_{k=1}^n a_k \right|$$

라 할 때, 수열 $\{b_n\}$ 은 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $b_3 = 0, b_4 \neq 0$
(나) 세 수 b_4, b_5, b_6 은 이 순서대로 등차수열을 이룬다.

$b_{10} = 48$ 일 때, b_5 의 값은? [4점]

- ① 20 ② 24 ③ 28 ④ 32 ⑤ 36

단 답 형

22. 방정식 $2^{x-6} = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ 을 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

23. 반지름의 길이가 8 이고 호의 길이가 6π 인 부채꼴의 넓이는 $a\pi$ 이다. a 의 값을 구하시오. [3점]

24. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^{15}(3a_k+2)=60$ 일 때,

$\sum_{k=1}^{15}a_k$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 양수 a 에 대하여 $\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{4}{3}\pi$ 에서 정의된 함수

$$f(x)=2a\cos x+a$$

의 최댓값과 최솟값의 곱이 -8 일 때, a 의 값을 구하시오.

[3점]

26. 첫째항이 서로 같고 모든 항이 양수인 두 등비수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 이

$$a_7=b_3, \quad \sum_{k=1}^3 \frac{b_k}{a_k}=91$$

을 만족시킨다. $\sum_{k=1}^3 \frac{a_{k+1}}{b_k} = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

27. 자연수 a 에 대하여 $0 \leq x \leq 8\pi$ 에서 정의된
함수 $f(x)=8\sin ax$ 가 있다. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가
직선 $y=5$ 와 만나는 점의 x 좌표 중 가장 큰 값과 가장 작은
값의 합이 $\frac{31}{4}\pi$ 일 때, a 의 값을 구하시오. [4점]

28. 함수 $f(x)=2^{x-4}+\frac{9}{2}$ 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위에 서로
다른 두 점 A, B가 있다. 함수 $g(x)=\log_2(x-6)+\frac{5}{2}$ 에
대하여 점 A를 지나고 기울기가 -1 인 직선이
곡선 $y=g(x)$ 와 만나는 점을 C라 하고, 점 B를 지나고
기울기가 -1 인 직선이 곡선 $y=g(x)$ 와 만나는 점을 D라
하자. 사각형 ACDB는 넓이가 6인 직사각형이고, 선분 AC의
중점이 함수 $y=f(x)$ 의 역함수 $y=f^{-1}(x)$ 의 그래프 위에
있다. 두 점 A, B의 y 좌표의 합을 구하시오.
(단, 점 A의 x 좌표는 점 B의 x 좌표보다 작다.) [4점]

29. 자연수 k 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$ 이 있다.

$a_1 = 0$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + k & (a_n \leq 0) \\ a_n - 2 & (a_n > 0) \end{cases}$$

이다.

$a_m = 0$ 을 만족시키는 50 이하의 자연수 m 의 개수가 4가 되도록 하는 모든 k 의 값의 합을 구하시오. [4점]

30. 두 상수 a ($a < 2$), b 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} (x+2)(x-a) & (x < 0) \\ -\frac{49}{16}x(x-b) & (x \geq 0) \end{cases}$$

이라 하자. 실수 t 에 대하여 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = t$ 가 만나는 점의 개수를 $g(t)$ 라 할 때, 두 함수 $f(x)$, $g(t)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 집합 $\{k \mid f(k) \times f(-k) = 0, k \neq 0\}$ 의 원소의 개수는 4이다.

(나) $g(\alpha) \neq \lim_{t \rightarrow \alpha+} g(t)$ 와

$g(\alpha) \times g(-\alpha) = \lim_{t \rightarrow \alpha+} g(t) \times \lim_{t \rightarrow -\alpha+} g(t)$ 를 동시에 만족시키는 0이 아닌 실수 α 가 존재한다.

$f(1) > 0$ 일 때, $f(-8)$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.