

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. 두 다항식 $A=3x^2-2x+5$, $B=x^2+3x-4$ 에 대하여 $A+B$ 를 간단히 하면? [2점]

- ① $2x^2-x+1$
- ② $2x^2+x-1$
- ③ $4x^2+x+1$
- ④ $4x^2+x+2$
- ⑤ $4x^2+2x+1$

2. 복소수 $z=4+i$ 의 켤레복소수가 $\bar{z}$ 일 때, $z+\bar{z}$ 의 값은?
(단, $i=\sqrt{-1}$) [2점]

- ① -8
- ② -4
- ③ 0
- ④ 4
- ⑤ 8

3. 두 행렬 $A=\begin{pmatrix} -5 & 4 \\ 1 & a+2b \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 5a & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $A=B$ 일 때, $a+b$ 의 값은? (단, a 와 b 는 상수이다.) [2점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

4. 등식

$$x^2+ax+18=(x+9)(x+b)$$

가 x 에 대한 항등식일 때, 두 상수 a , b 에 대하여 $a\times b$ 의 값은? [3점]

- ① 18
- ② 20
- ③ 22
- ④ 24
- ⑤ 26

5. 두 이차정사각행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$, B 에 대하여
 $A + 2B = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}$ 일 때, 행렬 B 의 모든 성분의 합은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

7. $-3 \leq a \leq 5$, $-2 \leq b \leq 7$ 인 두 정수 a , b 에 대하여
 $a \times b < 0$ 을 만족시키는 a , b 의 모든 순서쌍 (a, b) 의 개수는?
[3점]

- ① 27 ② 28 ③ 29 ④ 30 ⑤ 31

6. x 에 대한 이차부등식 $x^2 + ax - 6 \leq 0$ 의 해가
 $-3 \leq x \leq b$ 일 때, 두 상수 a , b 에 대하여 $2a + b$ 의 값은?
[3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

8. 다항식 $(x^2-3x+11)(x^2-3x-3)-15$ 가 $(x-4)(x+1)(x^2+ax+b)$ 로 인수분해될 때, 두 상수 a, b 에 대하여 $b-a$ 의 값은? [3점]
- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

9. x 에 대한 연립부등식

$$\begin{cases} x-2 < -2x+k \\ 3x+5 < 5x+7 \end{cases}$$

- 을 만족시키는 정수 x 의 개수가 4가 되도록 하는 모든 자연수 k 의 값의 합은? [3점]
- ① 18 ② 21 ③ 24 ④ 27 ⑤ 30

10. 한 개의 주사위를 두 번 던져서 나오는 눈의 수를 차례로 a, b 라 하자. $\frac{2a+b}{5}$ 가 자연수가 되도록 하는 a, b 의 모든 순서쌍 (a, b) 의 개수는? [3점]
- ① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

11. x 에 대한 다항식 $x^3 + ax^2 + (3-a)x - 13$ 을 $x-2$ 로 나누었을 때의 몫은 $Q(x)$ 이고 나머지는 3이다. $Q(x)$ 를 $x-a$ 로 나눈 나머지는? (단, a 는 상수이다.) [3점]

- ① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

12. 이차정사각행렬 A 의 (i, j) 성분 a_{ij} 가

$$a_{ij} = \begin{cases} i - (-1)^j & (i = j) \\ i & (i \neq j) \end{cases}$$

이다. $A + A^2 + A^3 + A^4 = kA$ 일 때, 상수 k 의 값은?

(단, $A^2 = AA$, $A^3 = A^2A$, $A^4 = A^3A$) [3점]

- ① 31 ② 34 ③ 37 ④ 40 ⑤ 43

13. 양수 k 에 대하여 $2-k \leq x \leq 5+k$ 에서 이차함수

$$f(x)=x^2-6x-2k+9$$

의 최댓값이 12일 때, $f(6)$ 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

14. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프의 꼭짓점이 직선 $y=3x$ 위에 있다. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 x 축이 서로 다른 두 점 A, B에서 만날 때, 두 점 A, B의 x 좌표를 각각 α, β 라 하자. $\alpha^2+\beta^2=20$ 일 때, $f(2)$ 의 값은? [4점]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

15. 두 이차정사각행렬 A, B 가

$$A+B=\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ a & -4 \end{pmatrix}, 2A+B=\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ b & -2 \end{pmatrix}$$

를 만족시킨다. $AB=O$ 일 때, $a+b$ 의 값은?
(단, a 와 b 는 상수이고, O 는 영행렬이다.) [4점]

- ① 10 ② 13 ③ 16 ④ 19 ⑤ 22

16. x 에 대한 삼차방정식

$$x^3-2(m+1)x^2+4(m+1)x-8=0$$

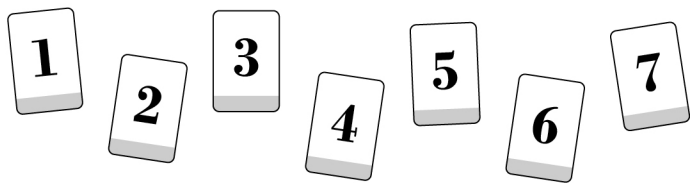
의 서로 다른 실근의 개수가 1이 되도록 하는 모든 정수 m 의 개수는? [4점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

17. 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7이 하나씩 적혀 있는 7장의 카드가 있다. 이 7장의 카드를 모두 한 번씩 사용하여 일렬로 나열할 때, 다음 조건을 만족시키는 경우의 수는? [4점]

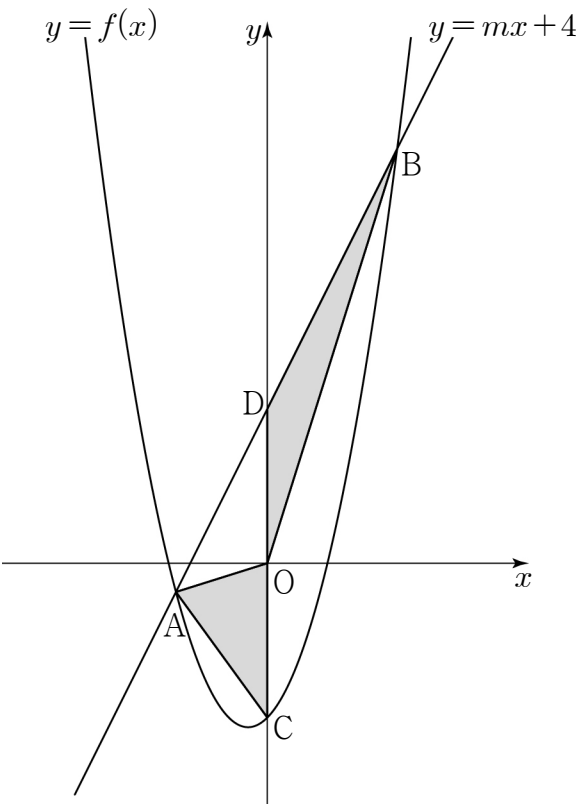
- (가) 양 끝에 놓인 카드에 적힌 수는 모두 홀수이다.
(나) 숫자 6이 적힌 카드의 바로 양옆에 놓인 카드에 적힌 두 수의 곱은 짝수이다.

- ① 972 ② 984 ③ 996 ④ 1008 ⑤ 1020

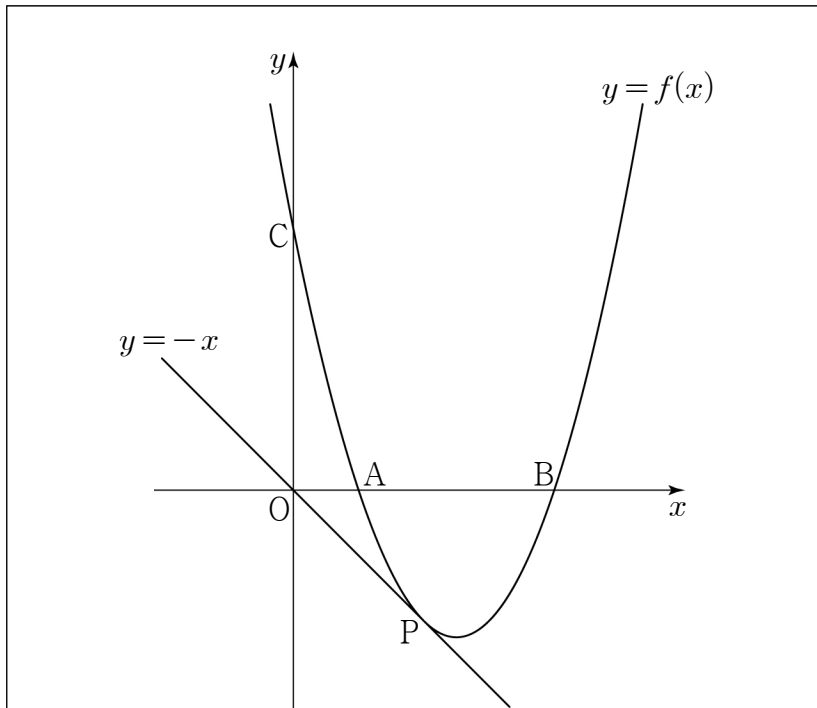


18. $2 \leq m \leq 6$ 인 실수 m 에 대하여 이차함수 $f(x)=x^2+x-4$ 의 그래프와 직선 $y=mx+4$ 가 만나는 두 점을 각각 A, B라 하자. 두 점 $C(0, -4)$, $D(0, 4)$ 에 대하여 삼각형 OAC의 넓이를 S_1 , 삼각형 OBD의 넓이를 S_2 라 할 때, $(S_1+S_2)^2$ 의 최솟값은? (단, O는 원점이고, 점 A의 x 좌표는 점 B의 x 좌표보다 작다.) [4점]

- ① 130 ② 132 ③ 134 ④ 136 ⑤ 138



19. 최고차항의 계수가 양수인 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점을 각각 $A(4, 0)$, $B(a, 0)$ ($a > 4$)라 하고, y 축과 만나는 점을 C 라 하자. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=-x$ 가 한 점 P 에서만 만난다. 다음은 삼각형 OPB 의 넓이를 S_1 , 삼각형 OPC 의 넓이를 S_2 라 할 때, $S_1=S_2$ 가 되도록 하는 a 의 값을 구하는 과정이다. (단, O 는 원점이다.)



이차함수 $f(x)$ 의 최고차항의 계수를 k ($k > 0$)이라 하면 $f(x)=k(x-4)(x-a)$

$S_1=S_2$ 이므로 직선 BC 의 기울기는 $\boxed{\text{(가)}}$ 이다.

함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 BC 가 두 점 B, C 에서 만나므로 방정식 $k(x-4)(x-a)=\boxed{\text{(가)}} \times (x-a)$ 의 두 근은 $0, a$ 이다.

$k=\boxed{\text{(나)}}$

함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=-x$ 가 한 점 P 에서만 만나므로 x 에 대한 이차방정식

$\boxed{\text{(나)}} \times (x-4)(x-a)=-x$ 는 중근을 갖는다.

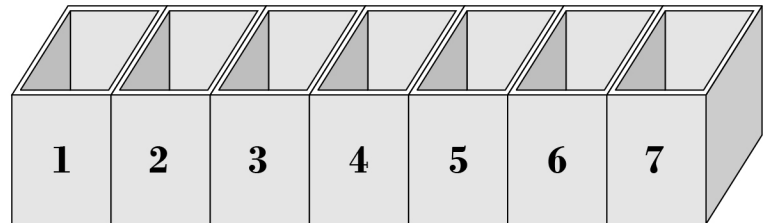
따라서 $a=\boxed{\text{(다)}}$ 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r 이라 할 때,

$\frac{p+r}{q}$ 의 값은? [4점]

- ① 60 ② 64 ③ 68 ④ 72 ⑤ 76

20. 1부터 7까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 7개의 빈 상자와 A, B, C, D, E의 문자가 하나씩 적혀 있는 5개의 공이 있다. 그림과 같이 상자에 적힌 수가 작은 수부터 크기순으로 왼쪽에서 오른쪽으로 일렬로 배열되도록 7개의 빈 상자가 놓여 있다. 각 상자에 들어 있는 공의 개수가 2 이하가 되도록 공을 상자에 남김없이 나누어 넣을 때, 다음 조건을 만족시키는 경우의 수는? (단, 공을 넣는 순서는 고려하지 않는다.) [4점]



A B C D E

- (가) $1 \leq n \leq 5$ 인 모든 자연수 n 에 대하여
숫자 $n, n+1, n+2$ 가 적힌 세 상자 중 적어도
1개의 상자에는 2개의 공이 들어 있다.
(나) 2개의 공이 들어 있는 두 상자 사이에 놓인 모든
상자에는 공이 들어 있지 않다.

- ① 240 ② 270 ③ 300 ④ 330 ⑤ 360

21. 두 실수 a, b 에 대하여 두 이차함수 $f(x), g(x)$ 가

$$f(x)=\frac{1}{4}(x-a)^2+2, \quad g(x)=-\frac{1}{4}(x-b)^2+6$$

이다. 양수 t 와 두 함수 $f(x), g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

x 에 대한 방정식 $(f(x)-6)(g(x)-2)=0$ 의 서로 다른 실근은 $-3, -3+t, -3+2t$ 뿐이다.

$g(0)>0$ 일 때, $f(t)+g(t)$ 의 값은? [4점]

- ① -12 ② -10 ③ -8 ④ -6 ⑤ -4

단 답 형

22. ${}_3C_1+{}_5P_2$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. x 에 대한 이차방정식 $x^2-3x+10-a=0$ 이 서로 다른 두 허근을 갖도록 하는 모든 자연수 a 의 개수를 구하시오. [3점]

24. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} -1 & a \\ 2 & b \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & -b \end{pmatrix}$ 가 $AB + BA = O$ 를 만족시킬 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, a 와 b 는 상수이고, O 는 영행렬이다.) [3점]

26. x 에 대한 연립부등식

$$\begin{cases} |x-a| \leq 2 \\ x^2 + (a^2-5)x - 5a^2 \leq 0 \end{cases}$$

을 만족시키는 정수 x 의 개수가 5가 되도록 하는 모든 자연수 a 의 값의 합을 구하시오. [4점]

25. 연립방정식

$$\begin{cases} x^2 - xy - 6y^2 = 0 \\ x^2 + 3y^2 = 48 \end{cases}$$

의 해를 $x = \alpha$, $y = \beta$ 라 할 때, $\alpha \times \beta$ 의 값을 구하시오. (단, $\alpha > 0$, $\beta > 0$) [3점]

27. 모든 항의 계수가 실수인 두 다항식 $f(x)$, $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(x)$ 를 $g(x)+x^2$ 으로 나눈 몫은 x 이고, 나머지는 $g(x)-2x^2+4x$ 이다.
(나) $f(x)$ 는 $g(x)$ 로 나누어떨어진다.

$f(3)$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 이차함수 $f(x)=(x+3)(x-k)$ ($k>0$) 이 $f(-2)<f(0)$ 을 만족시킨다. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 x 축과 만나는 서로 다른 두 점을 각각 A, B 라 하고, y 축과 만나는 점을 C 라 하자. 삼각형 ABC 가 이등변삼각형일 때, 삼각형 ABC 의 넓이는 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.
(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

29. 다음 조건을 만족시키는 9 이하의 자연수 a, b, c, d, e 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d, e) 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) $a < b < c < d < e$
 (나) $2(b-a) < e-b$
 (다) $b \times e$ 는 짝수이다.

30. 두 양수 a, b 와 실수 $k (k \neq 0)$ 에 대하여 두 이차함수

$$f(x) = (x-a)^2 + b, \quad g(x) = (x-a-k)^2 + b + 2k$$

가 있다. 직선 $y = 2x$ 가 두 곡선 $y = f(x), y = g(x)$ 와 만나는 서로 다른 모든 점의 개수가 2이다. 직선 $y = f(0)$ 이 곡선 $y = f(x)$ 와 만나는 두 점의 x 좌표는 0, t_1 이다. 직선 $y = f(0)$ 이 곡선 $y = g(x)$ 와 서로 다른 두 점에서 만나고, 두 교점의 x 좌표는 t_2, t_3 이다. 세 실수 t_1, t_2, t_3 이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $t_2 < 0 < t_3 < t_1$
 (나) $t_1 = 2(t_2 + t_3)$

두 곡선 $y = f(x), y = g(x)$ 의 교점을 지나고 곡선 $y = f(x)$ 와 한 점에서만 만나는 직선을 $y = h(x)$ 라 할 때, x 에 대한 방정식 $g(x) = h(x)$ 의 서로 다른 두 실근의 합은 $2(a+k)$ 이다. $f(k) - g(k)$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.