

수학 영역

제2교시

1

5지선다형

1. $\log 20 + \log 50$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

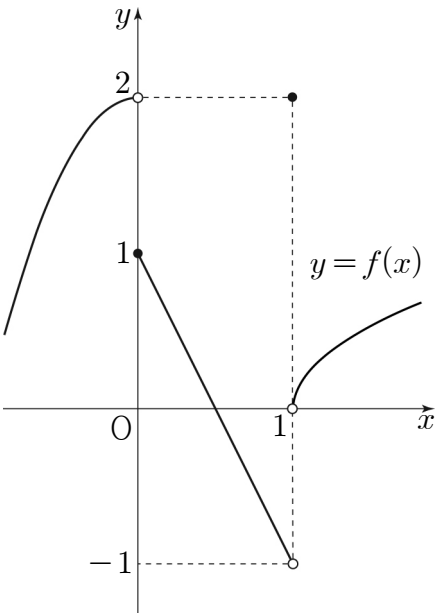
2. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{x+11}-3}{x+2}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

3. $\sin \theta = -\frac{4}{5}$ 일 때, $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)$ 의 값은? [2점]

- ① $-\frac{4}{5}$ ② $-\frac{3}{5}$ ③ 0 ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

5. 함수 $y = \log_2\left(x - \frac{1}{2}\right) + 3$ 의 그래프의 점근선이

함수 $y = 9^x + 4$ 의 그래프와 만나는 점의 y 좌표는? [3점]

- ① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

6. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = 3$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \frac{1}{a_n - 2}$$

을 만족시킨다. a_4 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{1}{12}$ ② $-\frac{1}{6}$ ③ $-\frac{1}{4}$ ④ $-\frac{1}{3}$ ⑤ $-\frac{5}{12}$

7. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가

$$f(1) \times f(3) < 0, \quad f(5) \times f(7) < 0$$

을 만족시키고, 방정식 $f(x) = 0$ 의 실근은 서로 다른 두 정수 m, n 뿐이다. $m \times n$ 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

8. $\overline{AB}=6$, $\overline{AC}=2$ 이고 $\sin(B+C)=\frac{1}{3}$ 인 삼각형 ABC의 넓이는? [3점]

- ① $\sqrt{2}$ ② 2 ③ $2\sqrt{2}$ ④ 4 ⑤ $4\sqrt{2}$

9. 1이 아닌 양수 a 에 대하여 닫힌구간 $[3, 5]$ 에서 정의된 함수 $f(x)=a^{x-1}$ 의 최솟값이 $\frac{1}{16}$ 일 때, 함수 $f(x)$ 의 최댓값은? [3점]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{8}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

10. 함수 $f(x)$ 가

$$f(x)=\begin{cases} x+k & (x\leq 4) \\ 2x+k & (x>4) \end{cases}$$

일 때, 함수 $(f(x))^2$ 은 실수 전체의 집합에서 연속이다. 상수 k 의 값은? [3점]

- ① -10 ② -8 ③ -6 ④ -4 ⑤ -2

11. 1이 아닌 두 양수 a, b 에 대하여

$$4\log_a b + \log_b a = 4$$

일 때, $\log_{a^3b} ab$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{2}{7}$
- ② $\frac{3}{7}$
- ③ $\frac{4}{7}$
- ④ $\frac{5}{7}$
- ⑤ $\frac{6}{7}$

12. 함수

$$f(x)=\begin{cases} a(x-1)+b & (x \leq 1) \\ (x-1)(x^2+b)^2+2 & (x > 1) \end{cases}$$

이 $x=1$ 에서 미분가능할 때, $a+b$ 의 값은? (단, a 와 b 는 상수이다.) [3점]

- ① 7
- ② 8
- ③ 9
- ④ 10
- ⑤ 11

13. 두 등차수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

네 수 a_1 , a_3 , b_1 , b_2 가 이 순서대로 등차수열을 이룬다.

$a_6 = 8$, $b_3 = 2$ 일 때, $a_1 + b_5$ 의 값은? [3점]

- ① 12
- ② 14
- ③ 16
- ④ 18
- ⑤ 20

14. $0 < \theta < 2\pi$ 인 θ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는

모든 θ 의 값의 범위가 $a < \theta < b$ 일 때, $a + b$ 의 값은? [4점]

각 θ 는 제3사분면의 각이고, 각 3θ 는 제4사분면의 각이다.

- ① $\frac{13\pi}{6}$
- ② $\frac{7\pi}{3}$
- ③ $\frac{5\pi}{2}$
- ④ $\frac{8\pi}{3}$
- ⑤ $\frac{17\pi}{6}$

15. 삼각형 ABC가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\overline{AB}:\overline{BC}=3:5$

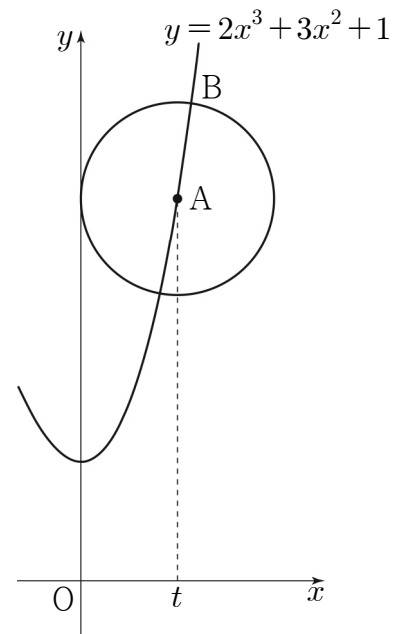
(나) $4\cos^2 C - \cos^2 B = 3$

삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이가 $\sqrt{14}$ 일 때, 선분 AC의 길이는? [4점]

- ① $\frac{28}{5}$ ② $\frac{91}{15}$ ③ $\frac{98}{15}$ ④ 7 ⑤ $\frac{112}{15}$

16. 그림과 같이 곡선 $y=2x^3+3x^2+1$ 위의

점 $A(t, 2t^3+3t^2+1)(t>0)$ 을 중심으로 하고 y 축에 접하는 원이
곡선 $y=2x^3+3x^2+1$ 과 만나는 점 중에서 y 좌표가 가장 큰 점을
B라 하자. 점 B의 y 좌표를 $f(t)$ 라 할 때, $\lim_{t \rightarrow \infty} \left(\frac{f(t)}{t^2} - at \right) = b$ 이다.
 $a+b$ 의 값은? (단, a 와 b 는 상수이다.) [4점]



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

17. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)=2^{-x+3}$ 과
양의 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$ 가 모든 실수 x 에
대하여 $(g \circ f)(x)=2x-1$ 을 만족시킬 때, <보기>에서 옳은
것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

㉠. $f^{-1}(2)+f^{-1}(4)=3$
㉡. 부등식 $g(x)\leq 0$ 의 해는 $x\geq 4\sqrt{2}$ 이다.
㉢. 부등식 $(f \circ g)(x)\leq 6$ 을 만족시키는 자연수 x 의 개수는
5이다.

- ① ㉠
- ② ㉠, ㉡
- ③ ㉠, ㉢
- ④ ㉡, ㉢
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

18. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.
모든 자연수 n 에 대하여

$$S_n=\begin{cases}n^2 & (n \text{이 홀수인 경우}) \\ 2n+1 & (n \text{이 짝수인 경우})\end{cases}$$

일 때, $\sum_{k=1}^8 a_{2k-1}$ 의 값은? [4점]

① 561 ② 575 ③ 589 ④ 603 ⑤ 617

19. 최고차항의 계수가 2인 삼차다항식 $f(x)$ 를 x^2 으로 나눈 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $R(x)$ 라 하자. 세 함수 $f(x)$, $Q(x)$, $R(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(1)$ 의 값은? [4점]

(가) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{R(x)}{Q(x)} = -2$
 (나) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)R(x)}{x^2} = Q(0)$

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

20. 공비가 r ($|r| \neq 1$)인 등비수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시키도록 하는 모든 실수 r 의 값의 합은? [4점]

(가) $a_5 = 8$
 (나) 6개의 수 $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$ 을 작은 수부터 크기순으로 나열할 때, 세 번째 수와 네 번째 수의 합이 6이다.

- ① $\frac{11}{8}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{13}{8}$ ④ $\frac{7}{4}$ ⑤ $\frac{15}{8}$

21. 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 a_1 의 값의
범위는? [4점]

(가) $a_1 > 1$, $a_{16} = -\frac{4}{9}$
(나) 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} \frac{1}{3}a_n & (|a_n| > 1) \\ -3^{n-1} \times a_n & (|a_n| \leq 1) \end{cases}$$

이다.

- ① $2^4 \times 3^4$

② $2^4 \times 3^5$

③ $2^6 \times 3^4$
- ④ $2^6 \times 3^5$

⑤ $2^6 \times 3^6$

단답형

22. 반지름의 길이가 10이고 호의 길이가 4π 인 부채꼴의 넓이는
 $a\pi$ 이다. a 의 값을 구하시오. [3점]

23. 자연수 $n(n \geq 2)$ 에 대하여 $(n-4)(n-7)$ 의 n 제곱근 중
정수인 것의 개수가 0일 때, n 의 값을 구하시오. [3점]

24. 1이 아닌 모든 실수 t 에 대하여 함수 $f(x)$ 에서 x 의 값이 1에서 t 까지 변할 때의 평균변화율이 $\sqrt{t^2+8}$ 이다. 함수 $f(x)$ 의 $x=1$ 에서의 순간변화율을 구하시오. [3점]

26. $0 < x < 15$ 에서 부등식 $2\sin^2\frac{\pi}{6}x - \cos\frac{\pi}{6}x \leq 1$ 을 만족시키는 모든 자연수 x 의 값의 합을 구하시오. [4점]

25. 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$S_8 = 2S_4 - 12, \quad a_9 = 5$$

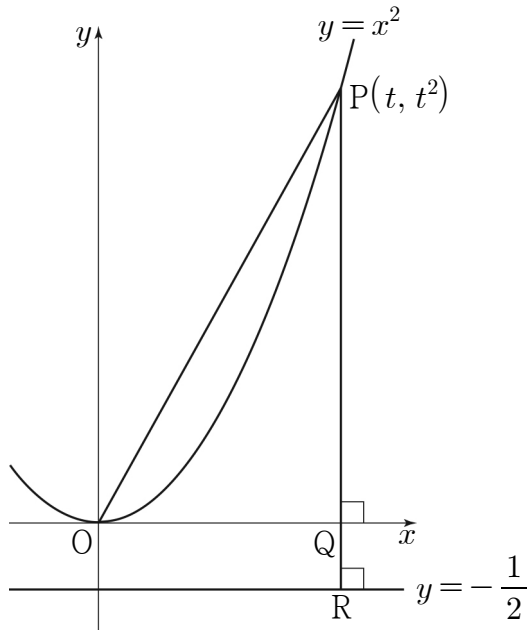
일 때, a_1 의 값을 구하시오. [3점]

27. 곡선 $y = x^2$ 위의 점 $P(t, t^2) (t > 0)$ 에서

두 직선 $y = 0, y = -\frac{1}{2}$ 에 내린 수선의 발을 각각 Q, R이라 하자.

$72 \times \lim_{t \rightarrow \infty} \overline{PQ}(\overline{PR} - \overline{OP})$ 의 값을 구하시오. (단, O는 원점이다.)

[4점]



28. 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항이 $a_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k}$ 이다. 다음은 수열 $\{b_n\}$ 이

모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} + (n+2) \sum_{k=1}^n a_k b_k = -1$$

을 만족시킬 때, $\sum_{k=1}^{10} b_k$ 의 값을 구하는 과정이다.

(i) $n = 1$ 일 때

$$a_2 + 3 \sum_{k=1}^1 a_k b_k = -1 \text{ 이므로 } b_1 = \boxed{\text{(가)}}$$

(ii) $n \geq 2$ 일 때

$$\sum_{k=1}^n a_k b_k = -\frac{1+a_{n+1}}{n+2} \text{ 에서}$$

$$a_n b_n = \sum_{k=1}^n a_k b_k - \sum_{k=1}^{n-1} a_k b_k = a_n \times \boxed{\text{(나)}}$$

$$a_n \neq 0 \text{ 이므로 } b_n = \boxed{\text{(나)}}$$

$$(i), (ii) \text{에 의하여 } b_n = \begin{cases} \boxed{\text{(가)}} & (n=1) \\ \boxed{\text{(나)}} & (n \geq 2) \end{cases}$$

$$\text{따라서 } \sum_{k=1}^{10} b_k = b_1 + \sum_{k=2}^{10} b_k = \boxed{\text{(다)}}$$

(가), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q 라 하고, (나)에 알맞은 식을

$f(n)$ 이라 할 때, $\frac{p \times q}{f(7)}$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 상수 $k(k > 1)$ 에 대하여 열린구간 $(0, 4)$ 에서 정의된

함수 $f(x) = k \sin \frac{\pi}{4}x$ 가 있다. 곡선 $y = f(x)$ 가

함수 $y = \tan \frac{\pi}{4}x$ 의 그래프와 만나는 점을 A라 하자.

곡선 $y = f(x)$ 가 직선 $y = 1$ 과 만나는 서로 다른 두 점을 y 축에 가까운 순서대로 B, C라 하면 직선 AC의 기울기가 -2 이고

선분 AB의 중점의 좌표가 (p, q) 이다. $k^2 + p + q$ 의 값을 구하시오.

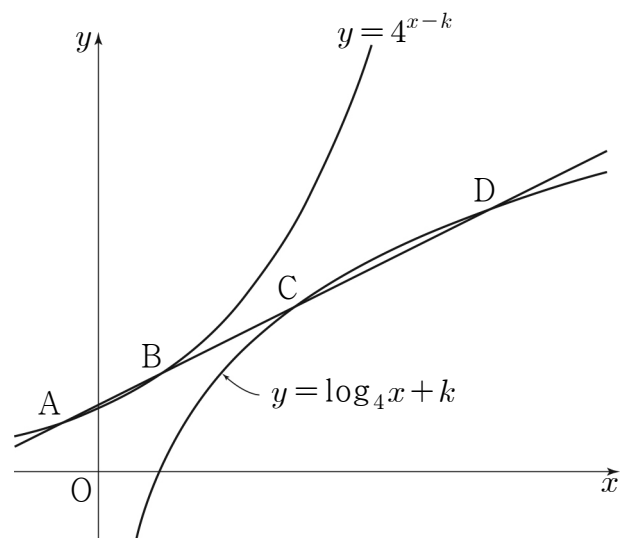
[4점]

30. 그림과 같이 기울기가 양수인 직선이 곡선 $y = 4^{x-k}$ 과 서로 다른 두 점 A, B에서 만나고 곡선 $y = \log_4 x + k$ 와 서로 다른 두 점 C, D에서 만날 때, 네 점 A, B, C, D가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 두 점 A, B의 x 좌표를 각각 p, q 라 하고
두 점 C, D의 y 좌표를 각각 r, s 라 하면,
네 수 p, q, r, s 가 이 순서대로 공차가 양수인 등차수열을 이룬다.

(나) $\overline{AB} : \overline{CD} = 1 : 2$

$\overline{OA}^2 = \frac{n}{m}$ 일 때, $m+n$ 의 값을 구하시오. (단, O는 원점이고, k 는 상수이며, m 과 n 은 서로소인 자연수이다.) [4점]



※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.