

수학 영역

제2교시

1

5지선다형

1. 두 다항식

$A = 3x^2 + 2xy + 5, \quad B = x^2 - 2xy - 6$

에 대하여 $A + B$ 는? [2점]

- ① $2x^2 - 1$
- ② $2x^2 + 4xy + 1$
- ③ $4x^2 - 1$
- ④ $4x^2 + 1$
- ⑤ $4x^2 + 4xy - 1$

2. 좌표평면 위의 두 점 $(-1, 2), (2, 4)$ 사이의 거리는? [2점]

- ① $\sqrt{10}$
- ② $\sqrt{11}$
- ③ $2\sqrt{3}$
- ④ $\sqrt{13}$
- ⑤ $\sqrt{14}$

3. 두 행렬

$A = \begin{pmatrix} 0 & 6 \\ a & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & b \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$

에 대하여 $A = 2B$ 일 때, $a + b$ 의 값은? (단, a 와 b 는 상수이다.) [2점]

- ① 9
- ② 11
- ③ 13
- ④ 15
- ⑤ 17

4. 좌표평면 위의 두 점 $(-2, a), (4, 2a - 3)$ 을 지나는 직선과 직선 $y = x + 10$ 이 서로 평행할 때, a 의 값은? [3점]

- ① 6
- ② 7
- ③ 8
- ④ 9
- ⑤ 10

5. 두 자연수 a, b 에 대하여 $3a + b \leq 8$ 을 만족시키는 모든 순서쌍 (a, b) 의 개수는? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

6. 두 상수 $a(a > 0), b$ 에 대하여 x 에 대한 부등식 $|x - 2| \leq a$ 의 해가 $b \leq x \leq 5$ 일 때, $a - b$ 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

7. 복소수 z 에 대하여

$$z\bar{z} + 6i(z - 3) = 0$$

일 때, $z - \bar{z}$ 의 값은?

(단, $i = \sqrt{-1}$ 이고, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수이다.) [3점]

- ① $2i$ ② $4i$ ③ $6i$ ④ $8i$ ⑤ $10i$

8. 좌표평면 위의 두 점 A(−4, 8), B(5, a)에 대하여
선분 AB를 2:1로 내분하는 점의 좌표가 (a, b)일 때,
a×b의 값은? [3점]

- ① 8
- ② 10
- ③ 12
- ④ 14
- ⑤ 16

9. 연립방정식

$$\begin{cases} 2x-y=2 \\ x^2-4y+8=0 \end{cases}$$

의 해가 $x=\alpha$, $y=\beta$ 일 때, $\alpha+\beta$ 의 값은? [3점]

- ① 2
- ② 4
- ③ 6
- ④ 8
- ⑤ 10

10. 2×2 행렬 A의 (i, j) 성분을 a_{ij} 라 할 때,

$$a_{ij}=\begin{cases} i+j & (i\geq j) \\ 2i+j & (i<j) \end{cases}$$

이다. 행렬 $A\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ 의 모든 성분의 합은? [3점]

- ① 15
- ② 17
- ③ 19
- ④ 21
- ⑤ 23

11. 다항식 $P(x)=x^3+ax^2-8x+b$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 몫은 $Q(x)$ 이고 나머지는 1이다. $Q(x)$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 나머지가 2일 때, $P(3)$ 의 값은? (단, a 와 b 는 상수이다.) [3점]

- ① 1 ② 5 ③ 9 ④ 13 ⑤ 17

12. 직선 $l_1 : y=2x+a$ 와 수직이고 y 절편이 b 인 직선을 l_2 라 하자.

점 $(1, 5)$ 와 직선 l_1 사이의 거리가 $\sqrt{5}$ 이고,

점 $(1, 5)$ 와 직선 l_2 사이의 거리가 $3\sqrt{5}$ 일 때,

$a+b$ 의 최댓값은? (단, a 와 b 는 실수이다.) [3점]

- ① 17 ② 18 ③ 19 ④ 20 ⑤ 21

13. 한 개의 주사위를 세 번 던져서 나오는 눈의 수를 차례로 a, b, c 라 할 때, $ab+bc+ca$ 가 홀수가 되는 경우의 수는? [3점]

- ① 72
- ② 81
- ③ 90
- ④ 99
- ⑤ 108

14. 사차방정식 $(x^2-x)^2-7(x^2-x)-8=0$ 의 한 허근을 α 라 할 때, $2\alpha^3-\alpha-\frac{1}{\alpha}$ 의 값은? [4점]

- ① -1
- ② -2
- ③ -3
- ④ -4
- ⑤ -5

15. 세 이차정사각행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$, B , C 가 다음 조건을 만족시킬 때, 행렬 BC 의 모든 성분의 합은? [4점]

- (가) $BA = 5B$, $AC = 5C$
 (나) 행렬 B 의 모든 성분의 합은 9이고
 행렬 C 의 모든 성분의 합은 6이다.

- ① 20 ② 25 ③ 30 ④ 35 ⑤ 40

16. 양수 t 에 대하여 $1 \leq x \leq 1+t$ 에서 이차함수 $f(x)$ 의 최솟값이 -1 이 되도록 하는 모든 t 의 값의 범위는 $0 < t \leq 2$ 이다. $|f(-1)| = 2$ 일 때, $f(7)$ 의 값은? [4점]

- ① $-\frac{13}{2}$ ② -4 ③ $-\frac{3}{2}$ ④ 1 ⑤ $\frac{7}{2}$

17. 최고차항의 계수가 1인 두 이차다항식 $f(x)$ 와 $g(x)$ 에 대하여
다항식 $f(x)g(x)$ 는 $(x-2)^2$ 으로 나누어떨어지고,
다항식 $f(x)+g(x)$ 는 $(x-1)^2$ 으로 나누어떨어진다.
 $f(x)$ 를 $x-3$ 으로 나누었을 때의 나머지가 7일 때,
 $f(-1)+g(4)$ 의 값은? [4점]

- ① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

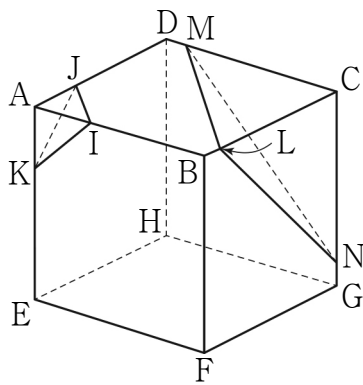
18. 실수 m 에 대하여 기울기가 m 이고 점 $A(-4, 0)$ 을 지나는
직선 l_1 을 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 후 x 축에 대하여
대칭이동한 직선을 l_2 라 하자.
다음은 두 직선 l_1 과 l_2 가 만나는 점의 x 좌표의 최댓값을 구하는
과정이다.

두 직선 l_1 과 l_2 가 만나는 점을 P 라 하자.
(i) $m=0$ 일 때, 점 P 는 원점이다.
(ii) $m \neq 0$ 일 때, 직선 l_2 의 기울기는 (가)이다.
직선 l_2 가 y 축과 만나는 점을 B 라 하자.
(a) $|m|=1$ 일 때, 점 P 는 점 A 이거나 점 B 이다.
(b) $|m| \neq 1$ 일 때, 점 P 는 $\angle BPA = 90^\circ$ 를 만족시킨다.
(i), (ii)에 의하여 점 P 는 실수 m 의 값에 관계없이
원 $C: (x+2)^2 + (y - \text{(나)})^2 = \text{(다)}$ 위에 있다.
원 C 위의 점 중 x 좌표가 최대인 점을 P_0 이라 하자.
직선 l_1 이 점 P_0 을 지날 때, 점 P 는 점 P_0 이다.
따라서 점 P 의 x 좌표의 최댓값은 (라)이다.

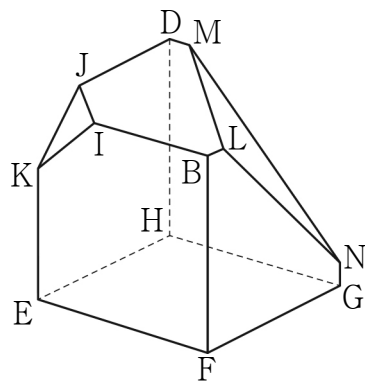
위의 (가)에 알맞은 식을 $f(m)$ 이라 하고, (나), (다), (라)에
알맞은 수를 각각 p, q, r 이라 할 때, $f(p) \times q - 2r$ 의 값은? [4점]

- ① $-\sqrt{2}$ ② $-2\sqrt{2}$ ③ $-3\sqrt{2}$ ④ $-4\sqrt{2}$ ⑤ $-5\sqrt{2}$

19. [그림 1]과 같이 한 모서리의 길이가 5인 정육면체 $ABCD-EFGH$ 가 있다. 세 모서리 AB, AD, AE 위의 세 점 I, J, K 를 $\overline{AI} = \overline{AJ} = \overline{AK}$ 가 되도록 잡고, 세 모서리 CB, CD, CG 위의 세 점 L, M, N 을 $\overline{CL} = \overline{CM} = \overline{CN}$ 이 되도록 잡는다. 이 정육면체에서 사면체 $K-AIJ$ 와 사면체 $N-CML$ 을 잘라내어 [그림 2]와 같은 입체도형을 만들었다. [그림 2]의 입체도형의 부피가 110, 육각형 $BLMDJI$ 의 둘레의 길이가 $8+6\sqrt{2}$ 일 때, 육각형 $BLMDJI$ 의 넓이는? (단, $0 < \overline{AI} < 5, 0 < \overline{CL} < 5$) [4점]



[그림 1]



[그림 2]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

20. 최고차항의 계수의 절댓값이 1이고 $f\left(\frac{1}{2}\right) = g(-1) = 0$ 인

두 이차함수 $f(x), g(x)$ 와 자연수 p 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 연립부등식

$$\begin{cases} f(x) \leq 0 \\ g(x) \geq 0 \end{cases}$$

을 만족시키는 모든 양수 x 의 값의 범위는 $x \geq p$ 이다.

(나) 연립부등식

$$\begin{cases} f(x) \leq 0 \\ g(x) \leq 0 \end{cases}$$

을 만족시키는 모든 정수 x 의 값의 합은 8이다.

$f\left(\frac{p}{2}\right) = -\frac{3}{4}$ 일 때, $p \times f(0) \times g(1)$ 의 값은? [4점]

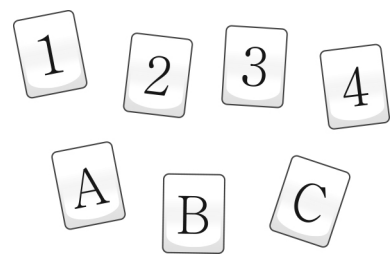
- ① 6 ② 9 ③ 12 ④ 15 ⑤ 18

21. 숫자 1, 2, 3, 4가 각각 하나씩 적혀 있는 4장의 카드와 문자 A, B, C가 각각 하나씩 적혀 있는 3장의 카드가 있다. 이 7장의 카드 중에서 5장의 카드를 택해 일렬로 나열할 때, 다음 조건을 만족시키는 경우의 수는? [4점]

(가) 양 끝에는 모두 숫자가 적혀 있는 카드가 놓여 있다.

(나) 숫자가 적혀 있는 두 카드에 적힌 수의 합이 홀수인 카드끼리는 이웃하지 않는다.

- ① 324 ② 336 ③ 348 ④ 360 ⑤ 372



단답형

22. 이차함수 $y = x^2 - 6x + 2k - 7$ 의 그래프가 x 축에 접할 때, 상수 k 의 값을 구하시오. [3점]

23. 다항식 $(2x^2 - x + a)^2$ 의 전개식에서 x^2 의 계수가 17일 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [3점]

24. 두 이차정사각행렬 $A = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ -7 & -1 \end{pmatrix}$, B 에 대하여

$$2A + B = \begin{pmatrix} 8 & 1 \\ -6 & 1 \end{pmatrix}$$

일 때, 행렬 B 의 모든 성분의 곱을 구하시오. [3점]

26. 다항식 $P(x)$ 에 대하여 등식

$$x^4 + ax + b + 2P(x) = (x^2 - x)P(x)$$

가 x 에 대한 항등식일 때, $a \times b + P(2)$ 의 값을 구하시오.
(단, a 와 b 는 상수이다.) [4점]

25. 검은색 사인펜 4개와 파란색 사인펜 4개를 7명의 학생에게
다음 규칙에 따라 남김없이 나누어 주는 경우의 수를 구하시오.
(단, 같은 색 사인펜끼리는 서로 구별하지 않고, 사인펜을 받지
못하는 학생이 있을 수 있다.) [3점]

- (가) 각 학생이 받는 검은색 사인펜과 파란색 사인펜의 개수는
각각 1 이하이다.
(나) 검은색 사인펜과 파란색 사인펜을 모두 받는 학생은
2명뿐이다.

27. 상수 $k(k > 1)$ 에 대하여 원 $C: (x+3)^2 + (y+k)^2 = 1$ 이 있다.
원 C 를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼
평행이동한 원이 x 축과 y 축에 동시에 접하도록 하는
두 실수 a, b 에 대하여 $\frac{b}{a}$ 의 최댓값과 최솟값의 차가 5일 때,
 k 의 값을 구하시오. [4점]

28. 다섯 개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5를 모두 일렬로 나열할 때,
서로 이웃한 두 수의 합 중에서 최솟값이 5가 되도록
나열하는 경우의 수를 구하시오. [4점]

29. 원 $C: x^2 + y^2 = 25$ 에 대하여 원 C 위의 점 $A(5, 0)$ 이 있다.
 원 C 와 직선 $x = -3$ 이 만나는 두 점 중 y 좌표가 양수인 점을 B,
 음수인 점을 C라 하자. 상수 k 에 대하여 직선 $l: 3x + 4y + k = 0$ 이
 다음 조건을 만족시킨다.

점 C를 포함하지 않는 호 AB 위의 점 중에서
 직선 l 까지의 거리가 최대인 점의 개수는 2이다.

직선 l 이 x 축과 만나는 점을 D라 할 때,

삼각형 BCD의 넓이가 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 이차항의 계수가 1이고 일차항의 계수가 음수인
 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(k) = -f(-k)$ 를 만족시키는
 상수 $k(k > 0)$ 이 존재한다. 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x \geq k) \\ -f(-x) & (x < k) \end{cases}$$

라 할 때, 양수 m 에 대하여 x 에 대한 방정식

$$(g(x) - mx)(mx - 8) = 0$$

의 서로 다른 실근의 개수가 3이다. 이 세 실근 중
 두 실근 $\alpha, \beta (\alpha < \beta)$ 가

$$\alpha \times \beta = -4 \times g(0), \quad g\left(\frac{\alpha + 7\beta}{8}\right) = 8$$

을 만족시킬 때, $\alpha f(m) + \beta$ 의 값을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인
 하시오.