

2026학년도 10월 고1 전국연합학력평가

정답 및 해설

• 2교시 수학 영역 •

※ 본 전국연합학력평가는 16개 시도교육청 주관으로 시행되며, 문제지는 EBSi에서만 제공됩니다. 무단 전재 및 재배포는 금지됩니다.

1	③	2	④	3	②	4	④	5	②
6	②	7	③	8	①	9	⑤	10	④
11	⑤	12	⑤	13	⑤	14	③	15	③
16	②	17	①	18	④	19	④	20	⑤
21	②	22	8	23	4	24	48	25	630
26	39	27	17	28	32	29	103	30	72

1. [출제의도] 다항식 계산하기

$A+B=(3x^2+2xy+5)+(x^2-2xy-6)=4x^2-1$

2. [출제의도] 두 점 사이의 거리 계산하기

두 점 $(-1, 2)$, $(2, 4)$ 사이의 거리는

$\sqrt{(2+1)^2+(4-2)^2}=\sqrt{13}$

3. [출제의도] 행렬의 실수배 계산하기

$A=\begin{pmatrix} 0 & 6 \\ a & 0 \end{pmatrix}$, $2B=2\begin{pmatrix} 0 & b \\ 4 & 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 & 2b \\ 8 & 0 \end{pmatrix}$ 이고

$A=2B$ 이므로 $a=8$, $b=3$

따라서 $a+b=11$

4. [출제의도] 두 직선의 평행 조건 이해하기

두 점 $(-2, a)$, $(4, 2a-3)$ 을

지나는 직선의 기울기는 $\frac{a-3}{6}$ 이고

이 직선과 직선 $y=x+10$ 이 서로 평행하므로

$\frac{a-3}{6}=1$ 에서 $a=9$

5. [출제의도] 합의 법칙 이해하기

(i) $a=1$ 인 경우

$3+b\leq 8$ 에서 $b\leq 5$ 이므로

구하는 모든 순서쌍 (a, b) 의 개수는 5

(ii) $a=2$ 인 경우

$6+b\leq 8$ 에서 $b\leq 2$ 이므로

구하는 모든 순서쌍 (a, b) 의 개수는 2

(iii) $a\geq 3$ 인 경우

$3a+b\leq 8$ 을 만족시키는 자연수 b 가

존재하지 않는다.

(i), (ii), (iii)에 의하여 구하는 모든

순서쌍 (a, b) 의 개수는 $5+2=7$

6. [출제의도] 절댓값을 포함한 일차부등식 이해하기

부등식 $|x-2|\leq a$ 에서

$-a\leq x-2\leq a$

$-a+2\leq x\leq a+2$

$-a+2=b$, $a+2=5$ 에서

$a=3$, $b=-1$

따라서 $a-b=3-(-1)=4$

7. [출제의도] 복소수의 뜻과 연산 이해하기

$z=a+bi$ (a , b 는 실수)라 하자.

$z\bar{z}+6i(z-3)=(a+bi)(a-bi)+6i(a+bi-3)$
 $= (a^2+b^2-6b)+(6a-18)i=0$

이므로 $a^2+b^2-6b=0$, $6a-18=0$

$6a-18=0$ 에서 $a=3$

$a^2+b^2-6b=b^2-6b+9=(b-3)^2=0$ 이므로 $b=3$

$z=3+3i$, $\bar{z}=3-3i$

따라서 $z-\bar{z}=(3+3i)-(3-3i)=6i$

8. [출제의도] 선분의 내분점 이해하기

선분 AB를 2:1로 내분하는 점의 x 좌표는

$\frac{2\times 5+1\times (-4)}{2+1}=2$ 에서 $a=2$

선분 AB를 2:1로 내분하는 점의 y 좌표는

$\frac{2\times a+1\times 8}{2+1}=\frac{2\times 2+1\times 8}{2+1}=4$ 에서 $b=4$

따라서 $a\times b=2\times 4=8$

9. [출제의도] 연립이차방정식 이해하기

$\begin{cases} 2x-y=2 & \cdots \textcircled{A} \\ x^2-4y+8=0 & \cdots \textcircled{B} \end{cases}$

$\textcircled{A}$ 에서 $y=2x-2$

$\textcircled{B}$ 에 $y=2x-2$ 를 대입하면

$x^2-4(2x-2)+8=0$, $(x-4)^2=0$

$x=4$, $y=6$

따라서 $\alpha+\beta=10$

10. [출제의도] 행렬의 뜻 이해하기

$a_{11}=2$, $a_{12}=4$, $a_{21}=3$, $a_{22}=4$ 이므로

$A\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 10 \\ 11 \end{pmatrix}$

따라서 행렬 $A\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ 의 모든 성분의 합은

$10+11=21$

11. [출제의도] 나머지정리 이해하기

$P(x)=x^3+ax^2-8x+b=(x-2)Q(x)+1 \cdots \textcircled{A}$

나머지정리에 의하여

$P(2)=1$ 이므로 $4a+b=9 \cdots \textcircled{B}$

$Q(x)$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 나머지가 2이므로

나머지정리에 의하여 $Q(1)=2$

$\textcircled{A}$ 에 $x=1$ 을 대입하면

$a+b-7=-Q(1)+1=-1$ 에서

$a+b=6 \cdots \textcircled{C}$

$\textcircled{B}$ 과 $\textcircled{C}$ 을 연립하여 계산하면 $a=1$, $b=5$

$P(x)=x^3+x^2-8x+5$

따라서 $P(3)=27+9-24+5=17$

12. [출제의도] 점과 직선 사이의 거리 이해하기

직선 l_1 의 방정식은 $2x-y+a=0$

점 $(1, 5)$ 와 직선 l_1 사이의 거리가 $\sqrt{5}$ 이므로

$\frac{|2\times 1-1\times 5+a|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}=\frac{|a-3|}{\sqrt{5}}=\sqrt{5}$

$|a-3|=5$ 에서 $a=8$ 또는 $a=-2$

직선 l_1 과 직선 l_2 가 서로 수직이므로

직선 l_2 의 기울기는 $-\frac{1}{2}$

직선 l_2 의 방정식은 $y=-\frac{1}{2}x+b$, $x+2y-2b=0$

점 $(1, 5)$ 와 직선 l_2 사이의 거리가 $3\sqrt{5}$ 이므로

$\frac{|1\times 1+2\times 5-2b|}{\sqrt{1^2+2^2}}=\frac{|11-2b|}{\sqrt{5}}=3\sqrt{5}$

$|2b-11|=15$ 에서 $b=13$ 또는 $b=-2$

따라서 $a+b$ 의 최댓값은 $8+13=21$

13. [출제의도] 합의 법칙과 곱의 법칙 이해하기

$ab+bc+ca$ 가 홀수가 되려면 ab , bc , ca 중 홀수의 개수는 1 또는 3이어야 한다.

(i) ab , bc , ca 중 홀수의 개수가 3인 경우

a , b , c 모두 홀수가 나와야 하므로

구하는 경우의 수는 $3\times 3\times 3=27$

(ii) ab , bc , ca 중 홀수의 개수가 1인 경우

a , b , c 중 2개는 홀수, 1개는 짝수이어야

하므로

a , b , c 중 홀수 2개를 선택하는 경우의 수는

${}_3C_2=3$

선택된 2개의 문자에 홀수가 나오는 경우의 수는

$3\times 3=9$

남은 1개의 문자에 짝수가 나오는 경우의 수는 3

그러므로 구하는 경우의 수는 $3\times 9\times 3=81$

(i), (ii)에 의하여 구하는 경우의 수는

$27+81=108$

14. [출제의도] 사차방정식을 활용하여 문제해결하기

$x^2-x=X$ 라 하면

방정식 $(x^2-x)^2-7(x^2-x)-8=0$ 에서

$X^2-7X-8=0$, $(X+1)(X-8)=0$

$(x^2-x+1)(x^2-x-8)=0$

이차방정식 $x^2-x+1=0$ 의 판별식을 D_1 이라 하면

$D_1=(-1)^2-4\times 1\times 1=-3<0$ 이고,

이차방정식 $x^2-x-8=0$ 의 판별식을 D_2 라 하면

$D_2=(-1)^2-4\times 1\times (-8)=33>0$ 이므로

α 는 이차방정식 $x^2-x+1=0$ 의 한 허근이다.

$\alpha^2-\alpha+1=0$ 에서 $\alpha+\frac{1}{\alpha}=1$ 이고,

$(\alpha+1)(\alpha^2-\alpha+1)=\alpha^3+1=0$ 에서 $\alpha^3=-1$

따라서 $2\alpha^3-\alpha-\frac{1}{\alpha}=-2-1=-3$

15. [출제의도] 행렬의 연산을 활용하여 문제해결하기

$B=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix}$ 라 하자.

조건 (가)에서

$BA=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$
 $=\begin{pmatrix} a+2b & 2a+4b \\ c+2d & 2c+4d \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 5a & 5b \\ 5c & 5d \end{pmatrix}$

이므로 $b=2a$, $d=2c$

$AC=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix}$
 $=\begin{pmatrix} p+2r & q+2s \\ 2p+4r & 2q+4s \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 5p & 5q \\ 5r & 5s \end{pmatrix}$

이므로 $r=2p$, $s=2q$

그러므로 $B=\begin{pmatrix} a & 2a \\ c & 2c \end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix} p & q \\ 2p & 2q \end{pmatrix}$

조건 (나)에 의하여

$a+2a+c+2c=3(a+c)=9$ 에서 $a+c=3$

$p+q+2p+2q=3(p+q)=6$ 에서 $p+q=2$

$BC=\begin{pmatrix} a & 2a \\ c & 2c \end{pmatrix}\begin{pmatrix} p & q \\ 2p & 2q \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 5ap & 5aq \\ 5cp & 5cq \end{pmatrix}$

따라서 행렬 BC 의 모든 성분의 합은

$5(ap+aq+cp+cq)=5(a+c)(p+q)$
 $=5\times 3\times 2=30$

16. [출제의도] 이차함수의 최대와 최소를 이용하여 추론하기

이차함수 $f(x)$ 의 최고차항의 계수를 a ($a\neq 0$),

이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프의 꼭짓점의 x 좌표를

p 라 하자.

$0< t\leq 2$ 인 모든 t 에 대하여

$1\leq x\leq 1+t$ 에서 함수 $f(x)$ 의 최솟값이 -1 이므로

$f(1)=-1$

$a>0$ 이면 $p\leq 1$ 이므로

$1\leq x\leq 1+t$ 에서 함수 $f(x)$ 의 최솟값이 -1 이

되도록 하는 모든 t 의 값의 범위가 $t>0$ 이 되어

조건을 만족시키지 않는다.

그러므로 $a<0$ 이 되어 $p>1$

$f(k)=f(1)$ 을 만족시키는 실수 k ($k>1$)에 대하여

$1 \leq x \leq 1+t$ 에서 함수 $f(x)$ 의 최솟값이
 $f(1)=-1$ 이 되도록 하는 모든 t 의 값의 범위는
 $0 < t \leq k-1$ 이므로 $k=3$
 그러므로 $f(x)=a(x-1)(x-3)-1$
 $f(-1)=8a-1 < 0$
 $|f(-1)|=2$ 에서 $f(-1)=-2$ 이므로
 $f(-1)=8a-1=-2$ 에서 $a=-\frac{1}{8}$
 $f(x)=-\frac{1}{8}(x-1)(x-3)-1$
 따라서 $f(7)=-\frac{1}{8} \times 6 \times 4 - 1 = -4$

17. [출제의도] 나머지정리를 활용하여 문제해결하기

다항식 $f(x)g(x)$ 는 $(x-2)^2$ 을 인수로 갖는다.
 $f(x)$ 를 $x-3$ 으로 나누었을 때의 나머지가 7이므로
 $f(3)=7 \cdots \textcircled{1}$
 $f(x)=(x-2)^2$ 이면 $f(3)=1$ 이 되어
 $\textcircled{1}$ 을 만족시키지 않는다.
 그러므로 $g(x)$ 는 $x-2$ 를 인수로 갖는다.
 $g(x)=(x-2)(x-a)$ (a 는 상수)라 하자.
 다항식 $f(x)+g(x)$ 는 최고차항의 계수가 2인
 이차다항식이고 $(x-1)^2$ 을 인수로 가지므로
 $f(x)+g(x)=2(x-1)^2$ 에서
 $f(x)=2(x-1)^2-g(x)$
 $=2(x-1)^2-(x-2)(x-a)$
 $\textcircled{1}$ 에 의하여
 $f(3)=8-(3-a)=7$ 에서 $a=2$
 그러므로 $g(x)=(x-2)^2$ 이고
 $f(x)=2(x-1)^2-(x-2)^2=x^2-2$
 따라서 $f(-1)+g(4)=-1+4=3$

18. [출제의도] 대칭이동을 이용하여 추론하기

두 직선 l_1 과 l_2 가 만나는 점을 P라 하자.
 (i) $m=0$ 일 때
 직선 l_1 의 방정식은 $y=0$ 이고
 직선 l_2 의 방정식은 $x=0$ 이므로
 점 P는 원점이다.
 (ii) $m \neq 0$ 일 때
 직선 l_1 의 방정식은 $y=mx+4m$
 직선 l_1 을 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한
 직선의 방정식은 $y=\frac{1}{m}x-4$ 이고
 이 직선을 x 축에 대하여 대칭이동한 직선 l_2 의
 방정식은 $y=-\frac{1}{m}x+4$ 이므로
 직선 l_2 의 기울기는 $\boxed{-\frac{1}{m}}$
 직선 l_2 가 y 축과 만나는 점을 B(0, 4)라 하자.
 (a) $|m|=1$ 일 때
 $m=1$ 인 경우
 직선 l_1 의 방정식은 $y=x+4$,
 직선 l_2 의 방정식은 $y=-x+4$ 이므로
 점 P는 점 B이다.
 $m=-1$ 인 경우
 직선 l_1 의 방정식은 $y=-x-4$,
 직선 l_2 의 방정식은 $y=x+4$ 이므로
 점 P는 점 A이다.
 (b) $|m| \neq 1$ 일 때
 점 P는 점 A도 아니고 점 B도 아니다.
 $m \times \left(-\frac{1}{m}\right) = -1$ 에서
 두 직선 l_1, l_2 는 서로 수직이므로
 점 P는 $\angle BPA = 90^\circ$ 를 만족시킨다.

(i), (ii)에 의하여 점 P는 실수 m 의 값에
 관계없이 선분 AB를 지름으로 하는
 원 $C: (x+2)^2 + (y-\boxed{2})^2 = \boxed{8}$ 위에 있다.
 원 C 위의 점 중 x 좌표가 최대인 점을 P_0 이라
 하자. 직선 l_1 이 점 P_0 을 지날 때, 두 직선 l_1, l_2 가
 만나는 점이 P_0 이므로 점 P는 점 P_0 이다.
 점 P의 x 좌표의 최댓값은 점 P_0 의 x 좌표와
 같으므로 $\boxed{-2+2\sqrt{2}}$ 이다.

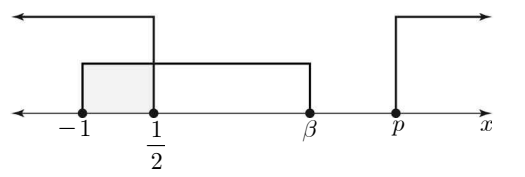
따라서 $f(m)=-\frac{1}{m}$ 이고
 $p=2, q=8, r=-2+2\sqrt{2}$ 이므로
 $f(p) \times q - 2r = -\frac{1}{2} \times 8 - 2 \times (-2+2\sqrt{2}) = -4\sqrt{2}$

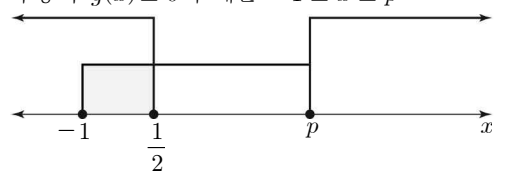
19. [출제의도] 곱셈공식을 활용하여 문제해결하기

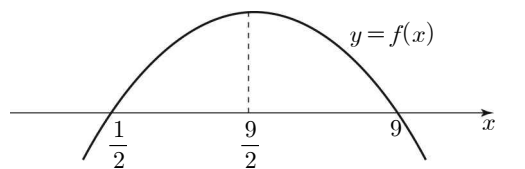
$\overline{AI} = a, \overline{CL} = b$ 라 하자.
 [그림 2]의 입체도형의 부피는
 정육면체 ABCD-EFGH의 부피에서
 두 사면체 K-AIJ, N-CML의 부피를 뺀 것과
 같으므로 $5^3 - \frac{1}{6}(a^3+b^3) = 110$ 에서 $a^3+b^3=90$
 육각형 BLMDJI의 둘레의 길이는
 $2\overline{BI} + 2\overline{BL} + \overline{IJ} + \overline{LM}$
 $= 2(5-a) + 2(5-b) + \sqrt{2}a + \sqrt{2}b$
 $= 20 - (2-\sqrt{2})(a+b) = 8+6\sqrt{2}$
 에서 $(2-\sqrt{2})(a+b) = 6(2-\sqrt{2})$ 이므로
 $a+b=6$
 $a^3+b^3=(a+b)^3-3ab(a+b)$ 에서
 $90=6^3-3ab \times 6$
 $ab=7$
 육각형 BLMDJI의 넓이는
 정사각형 ABCD의 넓이에서
 두 삼각형 AIJ, CML의 넓이를 뺀 것과 같으므로
 $5^2 - \frac{1}{2}(a^2+b^2) = 25 - \frac{1}{2}\{(a+b)^2 - 2ab\}$
 $= 25 - \frac{1}{2}(6^2 - 2 \times 7) = 14$

20. [출제의도] 연립이차부등식을 이용하여 추론하기

조건 (가)에서 $x \geq p$ 인 모든 실수 x 에 대하여
 $f(x) \leq 0$ 이고 $g(x) \geq 0$ 이므로
 함수 $f(x)$ 의 최고차항의 계수는 -1 이고
 함수 $g(x)$ 의 최고차항의 계수는 1 이다.
 $f(x)=0$ 을 만족시키는 실수 x 의 최댓값을 α ,
 $g(x)=0$ 을 만족시키는 실수 x 의 최댓값을 β 라
 하자.
 $x \geq \alpha$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) \leq 0$,
 $x \geq \beta$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $g(x) \geq 0$ 이므로
 조건 (가)에 의하여 자연수 p 는 α 와 β 중
 최댓값과 같다.
 조건 (나)에서
 연립부등식 $\begin{cases} f(x) \leq 0 \\ g(x) \leq 0 \end{cases} \cdots \textcircled{1}$
 을 만족시키는 모든 정수 x 의 값의 합이 8이므로
 부등식 $g(x) \leq 0$ 을 만족시키는 자연수가 존재한다.
 그러므로 $\beta \geq 1$ 이고
 부등식 $g(x) \leq 0$ 의 해는 $-1 \leq x \leq \beta$
 (i) $\alpha > \beta$ 일 때
 $\alpha = p$ 이고 p 는 자연수이므로 $\alpha > \frac{1}{2}$

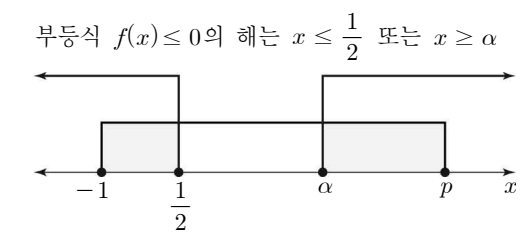
부등식 $f(x) \leq 0$ 의 해는 $x \leq \frac{1}{2}$ 또는 $x \geq p$

 연립부등식 $\textcircled{1}$ 을 만족시키는
 모든 정수 x 의 값의 합은 $-1+0=-1$ 이므로
 조건 (나)를 만족시키지 않는다.

(ii) $\alpha = \beta$ 일 때
 $\alpha = \beta = p$ 이고,
 부등식 $f(x) \leq 0$ 의 해는 $x \leq \frac{1}{2}$ 또는 $x \geq p$,
 부등식 $g(x) \leq 0$ 의 해는 $-1 \leq x \leq p$

 연립부등식 $\textcircled{1}$ 을 만족시키는
 모든 정수 x 의 값의 합은 $-1+0+p=8$ 이므로
 $p=9$



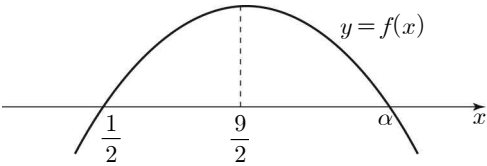
함수 $f(x) = -\left(x - \frac{1}{2}\right)(x-9)$ 이므로
 $f\left(\frac{p}{2}\right) = f\left(\frac{9}{2}\right) > 0$ 이 되어
 $f\left(\frac{p}{2}\right) = -\frac{3}{4}$ 을 만족시키지 않는다.

(iii) $\alpha < \beta$ 일 때
 $\beta = p$ 이고 부등식 $g(x) \leq 0$ 의 해는 $-1 \leq x \leq p$
 (a) $\alpha = \frac{1}{2}$ 일 때
 $\frac{1}{2} \leq x \leq p$ 인 모든 자연수 x 가
 연립부등식 $\textcircled{1}$ 을 만족시킨다.
 $p \leq 3$ 이면 연립부등식 $\textcircled{1}$ 을 만족시키는
 모든 정수 x 의 값의 합은
 $1+2+3=6$ 이하이므로
 조건 (나)를 만족시키지 않는다.
 $p \geq 4$ 이면 연립부등식 $\textcircled{1}$ 을 만족시키는
 모든 정수 x 의 값의 합은
 $-1+1+2+3+4=9$ 이상이므로
 조건 (나)를 만족시키지 않는다.
 (b) $\alpha > \frac{1}{2}$ 일 때



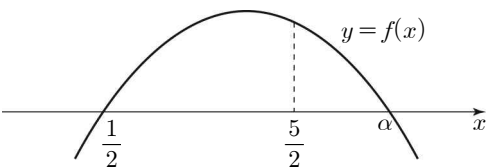
연립부등식 $\textcircled{1}$ 의 해는
 $-1 \leq x \leq \frac{1}{2}$ 또는 $\alpha \leq x \leq p$
 연립부등식 $\textcircled{1}$ 을 만족시키는
 모든 정수 x 의 값은
 $-1, 0$ 과 $\alpha \leq x \leq p$ 인 모든 자연수 x 이다.
 $\alpha \leq x \leq p$ 인 자연수 x 의 개수가 4 이상일 때,
 연립부등식 $\textcircled{1}$ 을 만족시키는 모든 정수 x 의
 값의 합은 $-1+0+1+2+3+4=9$
 이상이므로 조건 (나)를 만족시키지 않는다.
 그러므로 $\alpha \leq x \leq p$ 인 자연수 x 의
 개수는 3 이하이다.

$\alpha \leq x \leq p$ 인 자연수 x 의 개수가 1일 때
연립부등식 ㉠을 만족시키는 모든 정수 x 의
값의 합은 $-1+0+9=8$ 이므로
 $p=9, 8<\alpha<9$



$f\left(\frac{p}{2}\right)=f\left(\frac{9}{2}\right)>0$ 이 되어 $f\left(\frac{p}{2}\right)=-\frac{3}{4}$ 을
만족시키지 않는다.

$\alpha \leq x \leq p$ 인 자연수 x 의 개수가 2일 때
연립부등식 ㉠을 만족시키는 모든 정수 x 의
값의 합은 $-1+0+4+5=8$ 이므로
 $p=5, 3<\alpha \leq 4$



$f\left(\frac{p}{2}\right)=f\left(\frac{5}{2}\right)>0$ 이 되어 $f\left(\frac{p}{2}\right)=-\frac{3}{4}$ 을
만족시키지 않는다.

$\alpha \leq x \leq p$ 인 자연수 x 의 개수가 3일 때
연립부등식 ㉠을 만족시키는 모든 정수 x 의
값의 합은 $-1+0+2+3+4=8$ 이므로
 $p=4, 1<\alpha \leq 2$

$$f(x)=-\left(x-\frac{1}{2}\right)(x-\alpha) \text{이므로}$$

$$f\left(\frac{p}{2}\right)=f(2)=-\frac{3}{2}(2-\alpha)=-\frac{3}{4} \text{에서}$$

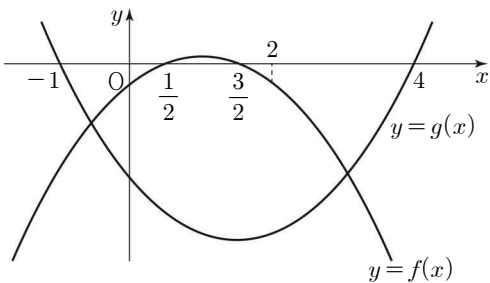
$$\alpha=\frac{3}{2}$$

(i), (ii), (iii)에 의하여

$$p=4, f(x)=-\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{3}{2}\right),$$

$$g(x)=(x+1)(x-4)$$

$$\text{따라서 } p \times f(0) \times g(1)=4 \times \left(-\frac{3}{4}\right) \times (-6)=18$$



21. [출제의도] 순열과 조합을 활용하여 문제해결하기

조건 (가)에 의하여 나열된 카드 중 숫자가 적힌
카드의 개수는 2 이상 4 이하이다.

(i) 숫자가 적힌 카드의 개수가 2인 경우
숫자가 적힌 4장의 카드에서 2장의 카드를
택하여 양 끝에 나열하는 경우의 수는
 ${}_4P_2=12$

문자가 적힌 3장의 카드를 양 끝에 놓인
카드 사이에 나열하는 경우의 수는 $3!=6$

그러므로 구하는 경우의 수는 $12 \times 6=72$

(ii) 숫자가 적힌 카드의 개수가 3인 경우

(a) 문자가 적힌 2장의 카드가 이웃하지 않는
경우

숫자가 적힌 4장의 카드에서 3장의 카드를
택하여 양 끝과 양 끝 사이에 나열하는
경우의 수는 ${}_4P_3=24$

문자가 적힌 3장의 카드에서 양 끝에 놓인
카드와 각각 이웃하도록 2장의 카드를
택하여 나열하는 경우의 수는 ${}_3P_2=6$

그러므로 구하는 경우의 수는 $24 \times 6=144$

(b) 문자가 적힌 2장의 카드가 이웃하는 경우
숫자가 적힌 3장의 카드에 적힌 수는
홀수, 홀수, 짝수이거나 홀수, 짝수, 짝수이다.
숫자가 적힌 2장의 카드는 이웃해야 하므로
숫자가 적힌 2장의 이웃한 카드에 적힌 수는
모두 홀수이거나 모두 짝수이다.

양 끝에 놓인 두 카드에 적힌 수가 각각
홀수와 짝수가 되도록 숫자가 적힌 4장의
카드에서 2장의 카드를 택하여 양 끝에
나열하는 경우의 수는 ${}_2C_1 \times {}_2C_1 \times 2!=8$
숫자가 적힌 남은 2장의 카드 중 1장의 카드를
택하여

택한 카드에 적힌 수가 홀수이면

나열된 홀수가 적힌 카드와,

택한 카드에 적힌 수가 짝수이면

나열된 짝수가 적힌 카드와

이웃하도록 나열하는 경우의 수는 ${}_2C_1=2$

문자가 적힌 3장의 카드에서 2장의 카드를
택하여 서로 이웃하도록 나열하는
경우의 수는 ${}_3P_2=6$

그러므로 구하는 경우의 수는 $8 \times 2 \times 6=96$

(a), (b)에 의하여 구하는 경우의 수는

$$144+96=240$$

(iii) 숫자가 적힌 카드의 개수가 4인 경우
숫자가 적힌 3장의 카드가 연달아 이웃하면
홀수가 적힌 카드와 짝수가 적힌 카드가
이웃하게 되므로

문자가 적힌 카드 양 옆에 각각

숫자가 적힌 카드를 2장씩 나열해야 한다.

문자가 적힌 3장의 카드에서 1장의 카드를

택하는 경우의 수는 ${}_3C_1=3$

홀수가 적힌 2장의 카드가 이웃하고

짝수가 적힌 2장의 카드가 이웃하도록

숫자가 적힌 4장의 카드를 나열하는

경우의 수는 $2! \times 2! \times 2!=8$

그러므로 구하는 경우의 수는 $3 \times 8=24$

(i), (ii), (iii)에 의하여 구하는 경우의 수는

$$72+240+24=336$$

22. [출제의도] 이차함수의 그래프 이해하기

이차함수 $y=x^2-6x+2k-7$ 의 그래프가 x 축에

접하므로 이차방정식 $x^2-6x+2k-7=0$ 의

판별식을 D 라 하면

$$D=(-6)^2-4 \times (2k-7)=-8k+64=0$$

따라서 $k=8$

23. [출제의도] 다항식의 연산 이해하기

$$\begin{aligned}(2x^2-x+a)^2 &= 4x^4+x^2+a^2-4x^3-2ax+4ax^2 \\ &= 4x^4-4x^3+(4a+1)x^2-2ax+a^2\end{aligned}$$

x^2 의 계수가 $4a+1$ 이므로 $4a+1=17$

따라서 $a=4$

24. [출제의도] 행렬의 연산 이해하기

$$B=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \text{라 하자.}$$

$$\begin{aligned}2A+B &= \begin{pmatrix} 10 & 2 \\ -14 & -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 10+a & 2+b \\ -14+c & -2+d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 1 \\ -6 & 1 \end{pmatrix} \text{이므로}\end{aligned}$$

$$10+a=8 \text{에서 } a=-2$$

$$2+b=1 \text{에서 } b=-1$$

$$-14+c=-6 \text{에서 } c=8$$

$$-2+d=1 \text{에서 } d=3$$

따라서 행렬 B 의 모든 성분의 곱은

$$-2 \times (-1) \times 8 \times 3=48$$

25. [출제의도] 조합을 이용하여 추론하기

7명의 학생 중에서 검은색 사인펜과

파란색 사인펜을 모두 받는 2명의 학생을

선택하는 경우의 수는 ${}_7C_2=21$

5명의 학생 중에서 남은 2개의 검은색 사인펜을

1개씩 받는 2명의 학생을 선택하는 경우의 수는

$${}_5C_2=10$$

3명의 학생 중에서 남은 2개의 파란색 사인펜을

1개씩 받는 2명의 학생을 선택하는 경우의 수는

$${}_3C_2=3$$

따라서 구하는 경우의 수는 $21 \times 10 \times 3=630$

26. [출제의도] 항등식을 이용하여 추론하기

$$x^4+ax+b+2P(x)=(x^2-x)P(x) \text{에서}$$

$$x^4+ax+b=(x^2-x-2)P(x)=(x+1)(x-2)P(x)$$

주어진 등식은 x 에 대한 항등식이므로

양변에 $x=-1$ 을 대입하면

$$1-a+b=0 \text{에서 } a-b=1 \cdots \text{㉠}$$

양변에 $x=2$ 를 대입하면

$$16+2a+b=0 \text{에서 } 2a+b=-16 \cdots \text{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 계산하면 $a=-5, b=-6$

x^4-5x-6 을 조립제법을 이용하여 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrrr} -1 & 1 & 0 & 0 & -5 & -6 \\ & & -1 & 1 & -1 & 6 \\ 2 & 1 & -1 & 1 & -6 & 0 \\ & & 2 & 2 & 6 & \\ & 1 & 1 & 3 & 0 & \end{array}$$

$$x^4-5x-6=(x+1)(x-2)(x^2+x+3) \text{에서}$$

$$P(x)=x^2+x+3$$

$$\text{따라서 } a \times b + P(2)=(-5) \times (-6) + 9=39$$

27. [출제의도] 평행이동을 이용하여 추론하기

원 C 를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로

b 만큼 평행이동한 원은 중심의 좌표가

$(-3+a, -k+b)$ 이고 반지름의 길이가 1이다.

이 원이 x 축과 y 축에 동시에 접하려면

$$|-3+a|=1, \quad |-k+b|=1 \text{이어야 하므로}$$

$$a=4 \text{ 또는 } a=2$$

$$b=k+1 \text{ 또는 } b=k-1$$

$$a>0, \quad b>0 \text{이므로}$$

$$\frac{b}{a} \text{의 최댓값은 } \frac{k+1}{2}, \text{ 최솟값은 } \frac{k-1}{4}$$

$$\frac{b}{a} \text{의 최댓값과 최솟값의 차가 5이므로}$$

$$\frac{k+1}{2} - \frac{k-1}{4} = 5$$

$$2k+2-k+1=20, \quad k+3=20$$

$$\text{따라서 } k=17$$

28. [출제의도] 순열을 활용하여 문제해결하기

서로 이웃한 두 수의 합 중에서 최솟값이 5가 되기

위해서는 1이 2, 3과 이웃하지 않아야 하고

1과 4가 서로 이웃하거나

2와 3이 서로 이웃해야 한다.

(i) 1을 양 끝에 나열하는 경우

1과 이웃한 수의 개수는 1이고, 4 또는 5가 1과

이웃해야 한다.

(a) 1과 4가 서로 이웃하는 경우

1을 나열하는 경우의 수는 2

4를 나열하는 경우의 수는 1

나머지 세 수 2, 3, 5를 일렬로 나열하는

경우의 수는 $3!=6$

그러므로 구하는 경우의 수는 $2 \times 1 \times 6=12$

(b) 1과 5가 서로 이웃하는 경우

1을 나열하는 경우의 수는 2

5를 나열하는 경우의 수는 1
2와 3이 서로 이웃해야 하므로
2와 3을 하나로 생각하여 세 수 2, 3, 4를
일렬로 나열하는 경우의 수는 $2!=2$
이 각각에 대하여 2와 3이 자리를 바꾸는
경우의 수는 $2!=2$
그러므로 구하는 경우의 수는 $2 \times 1 \times 2 \times 2 = 8$
(a), (b)에 의하여 구하는 경우의 수는
 $12 + 8 = 20$
(ii) 1을 양 끝이 아닌 곳에 나열하는 경우
1과 이웃하는 수의 개수는 2이고,
4와 5가 1과 이웃해야 한다.
1을 나열하는 경우의 수는 3
1의 양 옆에 4, 5를 나열하는 경우의 수는
 $2!=2$
나머지 두 수 2, 3을 나열하는 경우의 수는
 $2!=2$
그러므로 구하는 경우의 수는 $3 \times 2 \times 2 = 12$
(i), (ii)에 의하여 구하는 경우의 수는
 $20 + 12 = 32$

29. [출제의도] 원과 직선의 위치 관계를 활용하여 문제해결하기

원 C 와 직선 $x = -3$ 이 만나는 두 점의 y 좌표는
 $(-3)^2 + y^2 = 25$ 에서 $y = 4$ 또는 $y = -4$ 이므로
두 점 B, C의 좌표는 B(-3, 4), C(-3, -4)

직선 l 의 방정식은 $y = -\frac{3}{4}x - \frac{k}{4}$ 이므로

직선 l 의 기울기는 $-\frac{3}{4}$, y 절편은 $-\frac{k}{4}$

점 B를 지나고 직선 l 과 평행한 직선을 m 이라
하자. 직선 m 의 방정식은 $y = -\frac{3}{4}x + \frac{7}{4}$ 이므로

직선 m 의 y 절편은 $\frac{7}{4}$

원 C 에 접하고 직선 l 과 평행한 직선 중
제1사분면을 지나는 직선을 n 이라 하자.

직선 n 의 방정식은 $y = -\frac{3}{4}x + 5\sqrt{\left(-\frac{3}{4}\right)^2 + 1}$,

$y = -\frac{3}{4}x + \frac{25}{4}$ 이므로

직선 n 의 y 절편은 $\frac{25}{4}$

직선 n 이 원 C 와 만나는 점을 P라 하면
점 P는 점 C를 포함하지 않는 호 AB 위의 점이다.
두 직선 m, n 이 각각 y 축과 만나는 두 점의

중점의 y 좌표는 $\frac{1}{2} \times \left(\frac{7}{4} + \frac{25}{4}\right) = 4$

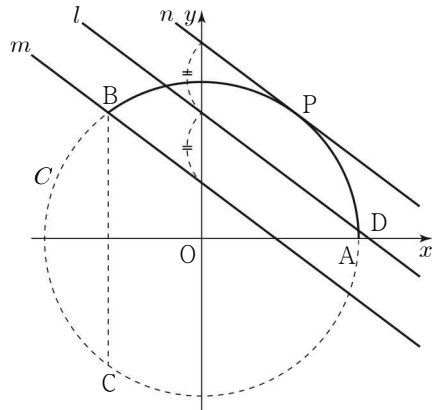
직선 l 의 기울기의 절댓값이 직선 AB의 기울기
의 절댓값보다 크므로

점 C를 포함하지 않는 호 AB 위의 점 중에서
직선 l 까지의 거리가 최대인 점은

$-\frac{k}{4} > 4$ 일 때, 점 B이고

$-\frac{k}{4} < 4$ 일 때, 점 P이며

$-\frac{k}{4} = 4$ 일 때, 점 B와 점 P이다.



그러므로 $-\frac{k}{4} = 4$ 에서 $k = -16$

직선 l 의 방정식이 $y = -\frac{3}{4}x + 4$ 이므로

점 D의 좌표는 $D\left(\frac{16}{3}, 0\right)$

삼각형 BCD의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 8 \times \left(\frac{16}{3} + 3\right) = \frac{100}{3}$

이므로 $p = 3, q = 100$

따라서 $p + q = 103$

30. [출제의도] 이차방정식의 근과 계수의 관계를 이용하여 추론하기

$f(x) = x^2 + ax + b$ (a, b 는 상수, $a < 0$)이라 하면

$f(k) = -f(-k)$ 에서

$k^2 + ak + b = -k^2 + ak - b, b = -k^2$

$f(x) = x^2 + ax - k^2$ 에서 $f(0) = -k^2 < 0$ 이므로

이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프의 꼭짓점은

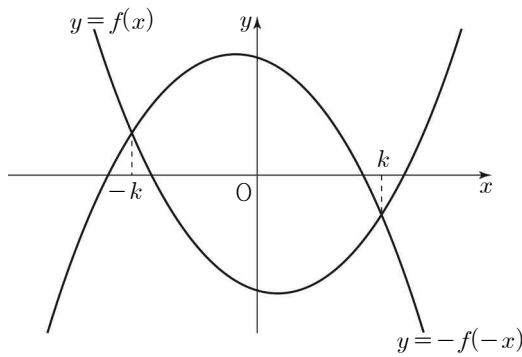
제4사분면 위에 있다.

두 곡선 $y = f(x)$ 와 $y = -f(-x)$ 는 원점에 대하여
서로 대칭이고 점 $(k, f(k))$ 에서 만나므로

점 $(-k, -f(k))$ 에서도 만난다.

또한 $f(k) = k^2 + ak - k^2 = ak < 0$ 이므로

두 함수 $y = f(x), y = -f(-x)$ 의 그래프의 개형은
그림과 같다.



$m > 0$ 이므로 곡선 $y = f(x)$ 는 직선 $y = mx$ 와
제1사분면과 제3사분면에서 만난다.

이차방정식 $f(x) - mx = 0$ 의 서로 다른 두 실근을
 $-p, q$ ($p > 0, q > 0$)이라 하자.

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$-p + q = m - a > 0, -pq = -k^2$ 이므로

$0 < p < q$ 에서 $p^2 < pq = k^2$

$p < k$

또한 $f(0) = -pq \cdots \text{㉠}$

곡선 $y = -f(-x)$ 는 곡선 $y = f(x)$ 를 원점에
대하여 대칭이동한 곡선이고

직선 $y = mx$ 는 원점에 대하여 대칭이므로

방정식 $-f(-x) = mx$ 는 서로 다른 두 실근

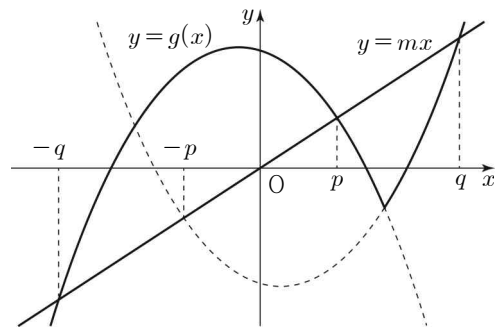
$-q, p$ 를 갖는다.

그러므로 방정식 $g(x) = mx$ 는 서로 다른 세 실근

$-q, p, q$ 를 갖고,

함수 $y = g(x)$ 의 그래프와 직선 $y = mx$ 의 개형은

그림과 같다.



$\alpha\beta = -4g(0) = 4f(0) = -4k^2 < 0$ 에서

$\alpha < 0, \beta > 0$ 이므로

$\alpha = -q$ 이고

$\beta = p$ 또는 $\beta = q$ 이다.

(i) $\alpha = -q, \beta = p$ 일 때

$\alpha\beta = -pq$ 이고

㉠에 의하여 $\alpha\beta = -4g(0) = 4f(0) = -4pq$ 이므로

$-pq = -4pq$ 에서 $pq = 0$ 이 되어

$p > 0, q > 0$ 을 만족시키지 않는다.

(ii) $\alpha = -q, \beta = q$ 일 때

$\alpha\beta = -q^2$ 이고

㉠에 의하여 $\alpha\beta = -4g(0) = 4f(0) = -4pq$ 이므로

$-q^2 = -4pq$ 에서

$q = 4p$

(i), (ii)에 의하여 $\alpha = -q = -4p, \beta = q = 4p$

방정식 $(g(x) - mx)(mx - 8) = 0$ 의

서로 다른 실근의 개수는 3이고,

방정식 $g(x) = mx$ 는 서로 다른 세 실근

$-4p, p, 4p$ 를 갖는다.

$m > 0$ 이므로 방정식 $mx - 8 = 0$ 은 p 와 $4p$ 중
하나를 실근으로 갖는다.

그러므로 $g(p) = 8$ 또는 $g(4p) = 8$

$g\left(\frac{\alpha + 7\beta}{8}\right) = g\left(\frac{-4p + 28p}{8}\right) = g(3p) = 8$ 이므로

$g(3p) = g(p) = 8$ 또는 $g(3p) = g(4p) = 8$

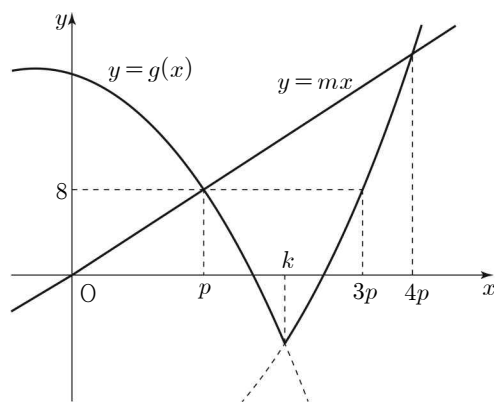
$f(0) = -k^2 = -pq = -p \times 4p = -4p^2$ 에서

$k = 2p$ 이므로

$k < 3p < 4p$

$g(k) < 0, g(3p) > 0, g(4p) > 0$ 에서

$g(3p) < g(4p)$ 이므로 $g(p) = g(3p) = 8$



$g(p) = mp = 8$ 에서 $m = \frac{8}{p}$

이차방정식 $f(x) - mx = 0$ 의 서로 다른 두 실근이
 $-p, 4p$ 이므로

$f(x) - mx = f(x) - \frac{8}{p}x = (x + p)(x - 4p)$ 에서

$f(x) = (x + p)(x - 4p) + \frac{8}{p}x$

$f(3p) = 4p \times (-p) + 24 = 8, 4p^2 = 16$ 에서

$p = 2$ 이므로

$q = 8, \alpha = -8, \beta = 8, m = 4$ 이고

$f(x) = (x + 2)(x - 8) + 4x$

따라서 $\alpha f(m)+\beta=-8f(4)+8$
 $=-8\times(-8)+8=72$

|